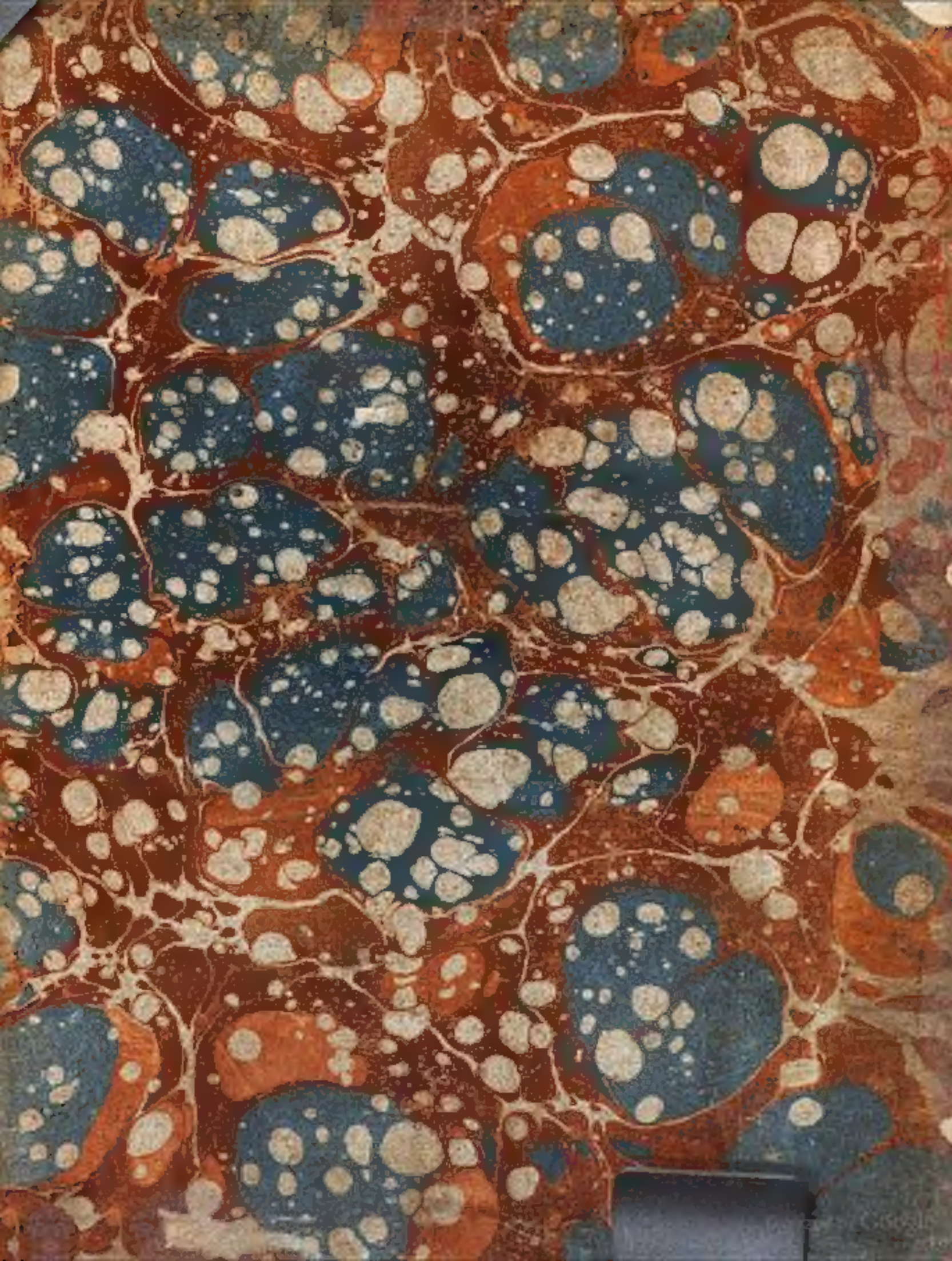
COURS COMPLET D'OPTIQUE, TRADUIT DE L'ANGLOIS DE ROBERT SMITH, CONTENANT LA...

Digitized by Google



Digitized by Google

1. 5. 195

Digitized by Google

COURS COMPLET D'OPTIQUE,

TRADUIT DE L'ANGLOIS

DE ROBERT SMITH,

CONTENANT la Théorie, la Pratique & les Usages de cette Science.

AVEC des Additions considérables sur toutes les nouvelles découvertes qu'on a faites en cette matière depuis la publication de l'Ouvrage Anglois.

Par L. P. P. ancien Professeur Royal d'Hydrographie, à Marseille.

TOME SECOND.

A AVIGNON,

Chez { La Veuve Girard & François Seguin, Impr. Lib. Place St. Didier.
Jean Aubert, Impr. Lib., près le Change.

Se vend A PARIS,

Chez { Charles-Antoine Jombert, Lib. du Roi, Rue Dauphine.
Charles Saillant, Lib., Rue St. Jean de Beauvais.

M. DCC. LX.
Avec Permission des Supérieurs.

Digitized by Google

Digitized by Google

I. 5. 125

COURS COMPLET D'OPTIQUE.

SUITE DU TRAITÉ MATHÉMATIQUE.

CHAPITRE XI.

Sur les Couronnes & Parhélies qu'on nomme communément Halos & faux Soleils.

J'AI traduit dans ce Chapitre toute la dissertation d'*Hughens* sur ce sujet curieux; & comme cet excellent Auteur prétendoit démontrer les circonstances les plus difficiles à la fin de sa dissertation, ce qui a été suppléé par les sçavants Editeurs de ses œuvres posthumes en peu de mots, j'ai fait la même chose un peu plus au long dans un *Appendix* à ce Chapitre, qui contient aussi les observations dont il est parlé dans cette dissertation.

527. Quoique les causes des couronnes & des parhélies, que je déterminerai ici, ne soient pas fort différentes; je commencerai cependant par les couronnes, parce qu'il est plus facile de les expliquer, & que si l'on connoît une fois leurs causes, on connoîtra plus aisément celles des *parhélies*. Les couronnes sont des anneaux circulaires de lumière, qui paroissent pendant le jour autour du Soleil, & quelquefois pendant la nuit autour de la Lune; elles sont quelquefois blanches, & quelquefois, lorsqu'elles sont plus éclatantes, ornées de différentes couleurs

I. Ce que c'est qu'une couronne & une Parhélie.

Digitized by Google

comme l'arc-en-ciel. Leur diamètre apparent eſt communément d'environ 44 ou 45 degrés, mais il en a paru quelquefois de plus grandes, qui avoient [illegible] degrés, ou même plus de diamètre. On dit qu'il a paru quelquefois un grand nombre d'anneaux ſemblables en même tems, avec le Soleil à leurs centres. J'ai moi-même ſouvent obſervé ces anneaux de 45 degrés. Le premier qui étoit le plus vif, me donna occaſion de prendre une note des apparences les plus remarquables, pour eſſayer d'en donner une explication. J'obſervai que cet anneau étoit compoſé de différentes couleurs, mais plus foibles que celles de l'arc-en-ciel; que ſon bord intérieur étoit rouge, & l'extérieur d'un bleu pâle, qui tournoit beaucoup ſur le blanc; que l'eſpace en dedans de l'anneau (qu'on appelle l'aire) étoit plus obſcur que celui de l'extérieur, qui paroiſſoit par-tout fort clair, excepté qu'il étoit couvert de quelques petits nuages tranſparents & blanchâtres. Je trouvai le diamètre de l'anneau d'environ 45 degrés, par une manière groſſière de meſurer, en étendant mon bâton autant que je le pouvois avec le bras, & obſervant quelle partie du bâton couvroit le diamètre de l'aire, par où je pouvois déterminer l'angle à peu près. Cette obſervation fut faite le 30 Mars 1652. Je me ſouviens qu'après cette obſervation je jettai les yeux ſur ce que *Deſcartes* a écrit pour déterminer les cauſes des couronnes. Il prétendoit qu'elles étoient produites par les rayons du Soleil rompus dans les petites étoiles planes de glace bien tranſparentes; ce qui ne me parut pas vraiſemblable, parce qu'il s'enſuivroit, comme il l'avoue lui-même, que l'eſpace en dedans de la couronne devroit paroître plus brillant que celui qui eſt en dehors, tout au contraire de ce que j'ai obſervé.

II. Quelle en eſt la cauſe.

528. Je crus donc qu'il étoit à propos de chercher quelqu'autre cauſe de cette apparence, quoique *Deſcartes* aſſure *qu'on ne peut pas en trouver d'autre dans le Ciel qui ſoit capable de produire quelque choſe de ſemblable.* J'examinai toutes les réfractions & réflexions des rayons du Soleil dans les globules d'eau, mais je ne trouvai rien qui fut capable de produire un cercle de cette grandeur. J'imaginai donc d'autres figures de gouttes glacées, mais envain; tant il eſt difficile de ſe

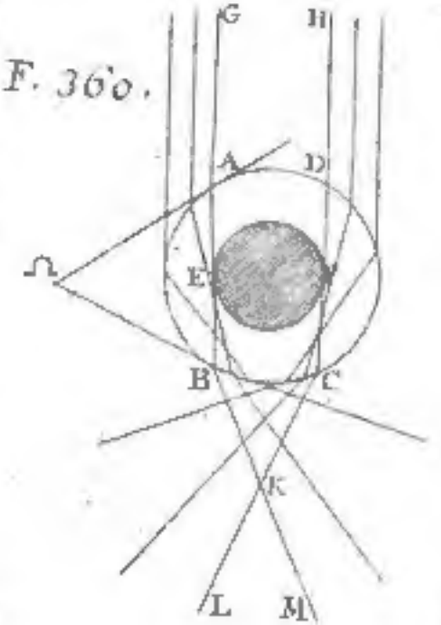
Digitized by Google

1. 5, 125

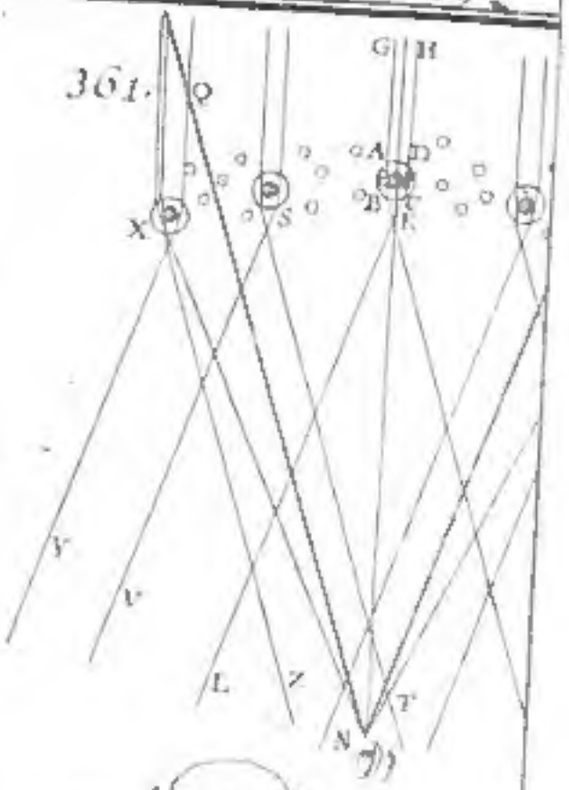
Digitized by Google

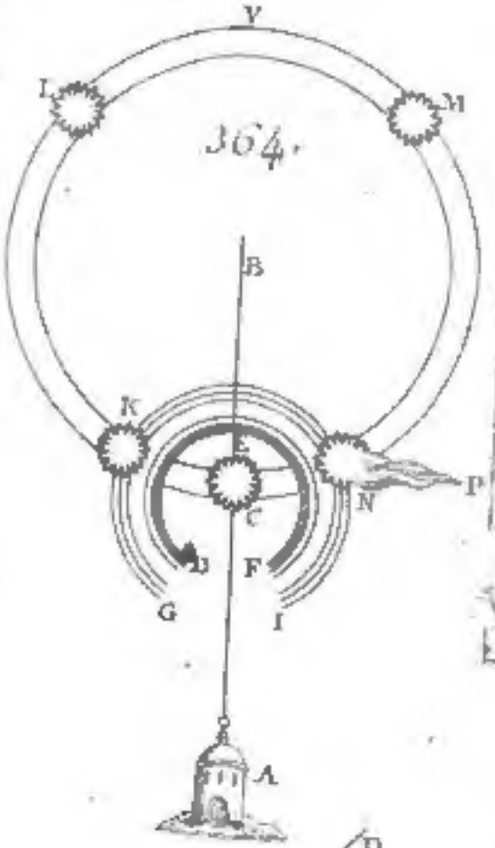
Planche 39.

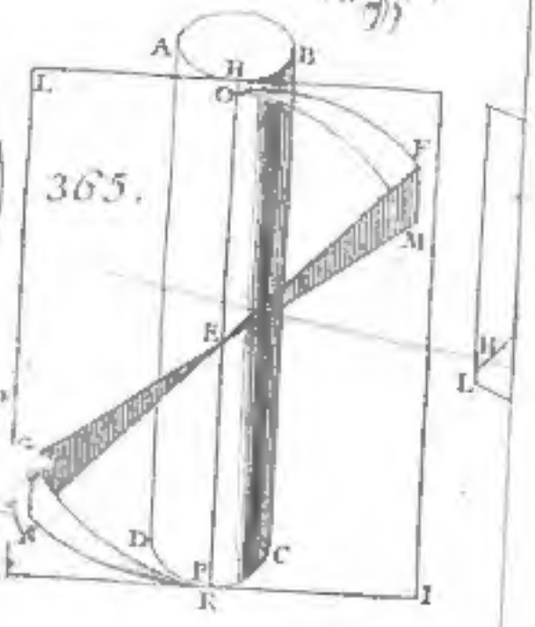
F. 360.

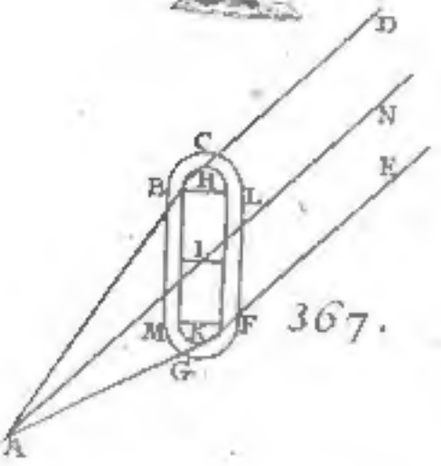


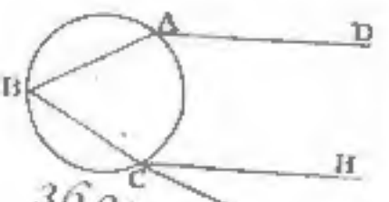
361.











Digitized by Google

former l'idée d'une choſe qu'on n'a jamais vue. Mais ayant repris les mêmes idées à l'occaſion de l'apparence de 5 Soleils à *Varſovie* en 1658, & étant fort attentif à la figure de la couronne décrite ci-devant, j'en découvris enfin la vraie cauſe, & un peu après celle des parhélies. Car je ne me fais aucune peine d'appeller vraies cauſes, celles dont les effets ſont ſi conformes aux obſervations, qu'il paroît inutile d'en chercher d'autres. Voyant donc que certaines particules voltigeant dans les nues, devoient fournir la matière à ces météores; ce qui paroiſſoit aſſez évident, puiſque la couronne reſtoit dans la même place, après que les nues avoient été diſſipées; voyant auſſi que l'obſcurité du Ciel en dedans de la couronne étoit une preuve que les particules en dedans de ce cercle, ne tranſmettoient pas la lumière du ſoleil auſſi abondamment que lorſqu'elles en étoient ſorties; je conçus bientôt que cette couronne devoit ſe former, ſi chacune de ces particules étoient des globules de glace ou d'eau tranſparente en dehors avec un noyau moins tranſparent en dedans. Car je voyois bien que ſi une grande quantité de ces particules formées toutes de la même manière, voltigeoient entre nous & le Soleil, celles qui ſe trouveroient éloignées du Soleil d'un certain angle, n'enverroient à l'œil aucun de ſes rayons, au lieu que celles qui en ſeroient plus éloignées les laiſſeroient paſſer, comme on va le voir. Or ce n'eſt pas ſeulement une choſe probable, mais c'eſt un fait certain, qu'il y a des grains de grêle de cette eſpèce répandus parmi les nuages. Car *Deſcartes* nous aſſure qu'il en tombe quelquefois ſur la terre, & parlant dans ſes météores de la formation de ces particules, il dit, *de là vient que comme leur coque extérieure eſt compoſée ordinairement d'une glace continue tranſparente, on trouve ſouvent dans leur centre un peu de neige, lorſqu'on les rompt.* On ne ſera pas ſurpris qu'il reſte de petits grains de neige au milieu de l'eau, ſi l'on fait réflexion que les vapeurs qui montent, ſoutiennent des gouttes entières d'eau, & que par conſéquent l'eau ne fait point d'effort pour deſcendre, ni pour s'éloigner des petits grains de neige qui ſont au milieu, & il n'y a point de raiſon qui puiſſe déterminer ces noyaux qui ſont en équilibre avec l'eau, à s'écarter du centre des gouttes, vers le haut ou vers le bas. Du moins ces

grains qui tombent glacés ſur la terre, ſont bien voir que la choſe ſe paſſe ainſi. Mais afin que les vapeurs qui ſont dans l'air puiſſent ſoutenir ces gouttes entières, il faut, ce me ſemble, qu'elles ſoient extrêmement petites, à peu près comme des ſemences de navet ou plus petites. Cependant cette petiteſſe n'empêche pas la perfection de leurs figures, ni la juſte proportion entre le volume du tout, & du noyau qui eſt en dedans & que je dête minerai bientôt. Ayant donc fait voir que ces corpuſcules ainſi compoſés, ſe forment réellement dans l'air, je vais démontrer qu'ils peuvent produire toutes les apparences des couronnes.

III. En quelle manière.

529. Pour mieux entendre cette manière, il faut mettre ſous les yeux un de ces globules plus grand que nature, & voir comment les rayons du Soleil y ſont rompus. Soit donc ABCD le globule avec un noyau EF au milieu, & ſuppoſons que tous les rayons qui viennent de GH tombent ſur le côté AD. Il eſt évident qu'ils ſeront rompus & pliés en dedans par la ſurface AD; d'où il ſuit qu'un grand nombre de ces rayons frappera le noyau EF. Soient GA & HD les rayons qui après la réfraction touchent les côtés du noyau EF, & qu'ils ſoient encore rompus en B & C pour ſortir par les lignes BK, CK qui ſe coupent mutuellement au point K, dont la plus proche diſtance au globule eſt un peu moindre que ſon demi-diamètre (art. 61, 69). Si donc on prolonge BK & CK vers M & L, il s'enſuit qu'aucune lumière venant du Soleil par le globule, ne pourra arriver à l'œil placé en quelqu'endroit que ce ſoit de l'angle LKM, ou plûtôt dans le cone repréſenté par LKM; parce que tous les rayons qui paſſent à côté du noyau, ſe coupent mutuellement ſous un plus grand angle que LKM & dans des points plus proches du globule que n'eſt le point K (art. 512, 513), & par conſéquent ils paſſent à côté de l'œil placé en quelqu'endroit que ce ſoit de l'angle LKM, mais ils ne tombent ſur l'œil que lorſqu'il eſt placé hors de cet angle. Ce qu'on a dit de ce globule, convient à tous les autres de la même eſpèce; c'eſt-à-dire, que chacun d'eux entraine derrière ſoi une ombre conique, dans laquelle l'œil étant placé, ne peut recevoir aucun des rayons qui viennent du Soleil par la goutte; mais dès qu'il en ſort, il apperçoit la lumière du

Fig. 360.

Fig. 361.

Soleil. Soit l'œil en N ; imaginons un cone dont le ſommet eſt N & les côtés N R, N Q paralleles aux côtés K L, K M du premier cone. Il eſt certain qu'aucun des globules qui renferment des noyaux de neige, égaux à celui qui eſt dans le globule A B C D, & qui ſont placés en quelqu'endroit que ce ſoit du cone Q N R, ne peut porter les rayons du Soleil vers l'œil en N. Car ſi de l'un de ces globules quelconque, comme S, on mene deux lignes S V & S T paralleles à K L & K M, qui repréſentent dans cette figure les côtés de l'ombre conique derrière S, on voit que l'œil en N dans le ſommet du cone Q N R tombe en dedans du cone V S T, & par conſéquent ne reçoit aucun des rayons qui traverſent le globule S. On peut dire la même choſe de tous les globules qui ſont en dedans du cone Q N R ; parce que l'œil en N eſt placé en dedans de l'ombre conique de chacun d'eux, comme on voit par la figure.

IV. Preuve de l'aire obſcure environnée de lumière.

530. Mais ſi l'on conſidére un autre globule quelconque, comme X, hors du cone Q N R, on voit que l'œil en N eſt hors de ſon ombre conique Y X Z, & que par conſéquent les rayons du Soleil qui ſont plus rompus dans le globule X que le rayon X Z, viendront à l'œil ; de ſorte que ce globule & tous les autres qui ſont hors du cone Q N R paroîtront éclairés, au lieu que ceux qui ſont en dedans paroîtront obſcurs. Il eſt donc clair qu'il y aura tout autour du Soleil une certaine aire ou eſpace qui doit paroître obſcur, & que l'eſpace qui eſt tout autour de cette aire doit paroître plus lumineux, & toujours plus dans les parties qui ſont les plus proches de l'aire obſcure. Car on peut aiſément démontrer que les globules qui ſont les plus proches du cone Q N R, donnent la plus grande image du Soleil. (*Voyez l'art.* 525). Il eſt auſſi clair que la couronne doit ſe produire de la même manière, quelle que ſoit la hauteur du Soleil, à cauſe de la figure ſphérique tant des globules, que des noyaux qui ſont en dedans. Si l'on veut faire une expérience propre à repréſenter cette apparence, il faut expoſer au Soleil un ballon de verre mince plein d'eau, & qui ait une boule opaque au milieu, ce qui peut s'exécuter aiſément. On trouvera que l'on ne peut pas y voir l'image du Soleil ſans l'écarter à une cer-

taine distance de la ligne menée du Soleil à l'œil ; & qu'aussitôt qu'on apperçoit la lumière, l'image du Soleil paroît très-brillante & colorée de rouge, par la même raison qu'elle paroîtroit ainsi dans un prisme de verre, ou plûtôt dans un prisme d'eau, si l'on pouvoit en faire un de cette espèce. Car le rayon G A, par exemple, souffre les mêmes réfractions en entrant dans le globule en A, & en sortant en B, qu'il souffriroit en traversant un prisme dont les côtés A n, B n toucheroient le globule en A & B. Et le noyau E F qui termine la lumière d'un côté, sert beaucoup à l'apparence des couleurs des rayons A B qui passent à côté. Mais mon dessein n'est pas d'examiner les causes des couleurs du prisme. J'avoue que j'ignore entièrement leur production, & je ne crois pas qu'on puisse la découvrir à moins qu'on ne fasse de plus grands progrès dans la connoissance de la nature. Tout ce que j'ai à observer ici, est que la couleur rouge que l'on voit dans le ballon de verre, devroit aussi paroître dans les globules qui sont les plus proches de l'extérieur du cone Q N R, lequel devenant plus grand dans les globules plus éloignés, produit d'autres couleurs comme dans l'arc-en-ciel. Je crois que la largeur de la couronne est égale à l'espace apparent où les couleurs se répandent, lorsque les gouttes sont les plus éclairées, quoique dans la réalité cette largeur ne soit terminée que par la neige en dedans, auprès du Soleil & non pas en dehors. Tout de même que dans l'arc-en-ciel, qui, comme *Descartes* l'a expliqué n'est terminé que du côté rouge & non de l'autre côté. Ces couronnes paroissent aussi souvent autour de la Lune par les mêmes raisons qu'autour du Soleil ; mais les couleurs en sont communément si foibles qu'elles paroissent toujours blanches. J'ai vu souvent autour du Soleil des couronnes blanches semblables, lorsque l'espace en dedans paroît à peine plus obscur que celui qui est en dehors. Or cela arrive lorsque ces globules sont moins abondants. Car plus il y en a, & plus les couleurs paroissent vives, comme on le voit clairement par les observations ; puisque plus l'aire en dedans de la couronne est obscure, c'est-à-dire, plus les globules sont nombreux, & plus leurs couleurs sont vives. Mais les couleurs en dedans de la couronne sont plus vives, lorsqu'elle est accompagnée de parhélies & de

Fig. 160.

paraſelenes, c'eſt-à-dire, de faux Soleil's & de fauſſes Lunes, pour une autre raiſon que je donnerai lorſque je parlerai de ces apparences.

531. Examinons le diamètre apparent de la couronne, qui comme on l'a dit ci-devant, eſt communément d'environ 45 degrés. Il dépend du noyau obſcur E F. Car plus il eſt grand en comparaiſon de tout le globule A B C D, & plus eſt grand l'angle B K C, auquel eſt égal l'angle du cone Q N R qui meſure le diamètre apparent de la couronne, comme on l'a vu ci-devant. Outre les rayons G A B K, H D C K qui traverſent le globule A B C D, & qui touchent le noyau en E & F, menez par le centre M la ligne M K O, qui paſſe par l'interſection K des rayons, & rencontre la ligne D C prolongée en O Soient les lignes H D & K C prolongées juſqu'à leur rencontre en L en dedans du globule. Dans le triangle D L C les angles F D L, F C L ſont égaux, parce que le rayon H D eſt rompu en D, lorſqu'il entre dans le globule, préciſément autant qu'en C lorſqu'il en ſort. Mais l'angle F D L eſt égal à D O K, parce que H L & M O ſont paralleles. Donc dans le triangle K O C les angles K O C, K C O ſont auſſi égaux, & tous deux enſemble à l'angle C K M qui eſt la moitié de C K B Or puiſque C K B a été obſervé de 45°. ſa moitié M K C ſera de 22 $\frac{1}{2}$, & la moitié de celui-ci ou K O C de 11 $\frac{1}{4}$. Donc dans le triangle O M F rectangle en F, la raiſon des côtés eſt donnée, & ſuppoſant le rayon O M de 100000 parties, M F ſinus de 11 $\frac{1}{4}$ degrés ſera 19509 & O F 98078 de ces parties. La raiſon de O M à O D eſt la même que celle du ſinus de l'angle de réfraction M D O au ſinus de l'angle d'incidence M D L ou D M N (art. 221), c'eſt-à-dire, de 187 à 250. Donc puiſque O M contient 100000 parties, O D en contiendra 133690, d'où retranchant O F, 98078, on aura F D = 35612. Mais M F eſt 19509. Donc la proportion des côtés du triangle rectangle M F D étant connue, on aura la raiſon de l'un d'eux, avec la baſe M D, que l'on trouvera 40605. Donc M D demi-diamètre du globule, doit être à M F demi-diamètre du noyau de neige, comme 40605 à 19509, ou comme 1000 à 480 à fort peu près, pour que le diamètre de la couronne ſoit de 45°. Par la même méthode

V Examen du diamètre d'une couronne.

Fig. 361.

Fig. 361.

ſi le diamètre de la couronne eſt de 90°. on trouvera MD à MF comme 1000 à 680, & comme 1000 à 473, ſi le diamètre eſt de 44 degrés.

VI. Examen de la formation des globules.

532. Quant à la formation de cette eſpèce de globules, il eſt très-probable que c'étoit au commencement des globules de neige très-ſubtile, qui s'eſt arrondie par l'agitation continuelle de l'air, & dont la partie extérieure s'eſt fondue par la chaleur du Soleil. L'apparence d'une couronne exige une température exacte du chaud & du froid dans l'air, afin que les globules de neige ſoient un peu fondus par degrés, & qu'ils ſoient enſuite de nouveau congelés par un petit accroiſſement du froid Mais lorſqu'ils ſont fondus juſques à environ la moitié de leurs demi-diamètres ou un peu plus, il y a un cone de rayons réfléchis en dedans par derrière, dont la chaleur empêche qu'ils ne ſoient de nouveau congelés, quand même il ſurviendroit un plus grand degré de froid. Or la chaleur de ce cone qui eſt la plus grande à ſa pointe, doit arrondir & polir la neige dans le centre, parce que le globule préſente continuellement ſes différents côtés au Soleil, ou plûtôt parce que la chaleur du cone s'étend tout autour du globule. Cette rondeur eſt néceſſaire à la formation des couronnes. Il eſt à la vérité très-probable qu'une grande quantité de ces globules ſe fond inégalement, mais ſi leurs noyaux ne ſont pas arrondis, ils ne ſçauroient produire enſemble aucun effet Peut-être que par cette chaleur extérieure, le froid eſt pouſſé en dedans au milieu du globule (comme il arrive ſouvent en hyver), ce qui empêche la diſſolution ultérieure du noyau de neige Je ſuppoſe que l'extérieur de ces globules eſt de l'eau, ce qui eſt très-probable; parce que la ſurface de l'eau eſt communément plus polie & plus propre à produire des refractions régulières que celle de la glace. Il peut cependant arriver que les globules formés comme on vient de le dire, ſoient congelés de nouveau, & qu'ils continuent à être ronds, & aſſez tranſparents pour produire une couronne Mais outre cette collection ou cone de rayons qui fait fondre la neige juſques à la moitié du demi-diamètre, il y en a une autre qui peut former & conſerver d'autres noyaux de neige plus grands à proportion de tout le globule; car on a obſervé de tems en tems de telles

Fig. 361.

couronnes,

couronnes, comme on le verra dans la ſuite. On doit auſſi remarquer que cette collection de rayons paroît être la cauſe pour laquelle les couronnes ont communément ces diamètres déterminés. Il n'eſt pas néanmoins impoſſible qu'elles ayent d'autres diamètres, puiſque rien n'empêche que les globules dans un air tempéré, en ſe fondant très-lentement, & après la diſſolution d'une de leurs parties, ne conſervent cette proportion aſſez long-tems pour que les couronnes ſubſiſtent pendant quelques heures ſans aucun changement ſenſible. Il peut auſſi arriver qu'une certaine collection de ces globules fondus juſques à un certain point, & d'autres fondus juſques à un autre degré, ſoient rangés les uns plus haut & les autres plus bas, & que d'autres encore ſoient placés dans d'autres régions; ce qui produira des couronnes de différents diamètres. Auſſi certains Auteurs diſent en avoir vu ſix paralleles, & concentriques au Soleil (*Snellius* ſur la comète de 1618).

533 Apres avoir examiné juſqu'ici la cauſe des couronnes, je vais à préſent rechercher la cauſe des parhélies & paraſélènes ou faux Soleils & fauſſes Lunes, où il y a une grande variété d'apparences merveilleuſes; comme on peut en juger par les figures ci-jointes. Car outre pluſieurs cercles ſurprenants, il y a non-ſeulement un parhélie de chaque côté du Soleil (qui ſont les deux ſeuls que les anciens avoient obſervés), mais il y en a auſſi deux ou trois, & quelquefois quatre de plus, comme dans le phénomène qu'*Hevelius* obſerva en 1661. On ſera étonné qu'*Ariſtote* & *Cardan* qui a écrit pluſieurs ſiècles après lui, ayent avancé qu'on n'avoit jamais vu plus de deux parhélies enſemble. Car il n'eſt pas probable qu'il ait paru pluſieurs fois ſix ou ſept parhélies tout à la fois dans un petit nombre d'années, ſans que le même phénomène ait jamais paru pendant un ſi grand nombre de ſiècles. Cela vient peut-être de ce qu'on n'avoit regardé comme parhélies, que les deux latéraux qui ſont toujours les plus brillants, & qu'on n'a pas fait attention aux autres qui ſont plus foibles & plus languiſſants. Mais les obſervateurs les plus exacts ont appellé parhélies toutes ces lumieres qui reſtent fixes, quoiqu'elles ſoient ſi foibles en apparence, que les ignorants les prennent pour de petits nuages blancs. Mais quoiqu'on ait obſervé en différents tems une

VII. Sur les parhélies & paraſélènes.

grande variété de parhélies, il y a pourtant des propriétés qui ſont communes à tous Je vais donc tenter d'expliquer le phénomène le plus remarquable qui ait été obſervé ; je parlerai des autres en même tems, lorſqu'ils auront quelque choſe de commun avec celui-ci ; en reſervant à diſcuter dans la ſuite ce que les autres phénomènes ont de nouveau & d'extraordinaire. Je vais donc examiner le phénomène que *Scheiner* obſerva à *Rome* le 20e. Mars 1629, dont *Deſcartes* & *Gaſſendi* ont parlé vers ce tems là, & dont ils nous ont donné la deſcription ſuivante.

VIII. Phénomène remarq. Fig. 364.

534 A *eſt le lieu de l'obſervateur à* Rome, B *le point vertical ou Zénith*, C *le vrai Soleil*, AB *plan vertical qui paſſe par l'œil de l'obſervateur, par le vrai Soleil & par le Zénith* B, *& dont la projection eſt une ligne droite* ACB · *autour du Soleil* C, *on vit deux anneaux concentriques qui n'étoient pas achevés, & qui étoient diverſifiés par des couleurs. Le moindre ou l'intérieur* DEF *étoit plus parfait & moins interrompu, & quoiqu'il fut ouvert de* D *en* F, *ces extrémités* D *&* F *faiſoient un effort continuel pour ſe réunir, quelquefois elles ſe réuniſſoient effectivement & achevoient l'anneau, & enſuite elles s'ouvroient de nouveau. L'autre cercle extérieur & plus languiſſant* GKI, *pouvoit à peine ſe diſtinguer ; il avoit une grande variété de couleurs, mais il étoit fort inconſtant. Le troiſieme cercle* KLMN *étoit fort grand & tout couvert d'une couleur blanche, tel qu'on les voit ſouvent avec les paraſélènes autour de la Lune. C'étoit un cercle excentrique qui paſſoit par le milieu du Soleil, entiérement viſible dans le commencement, mais qui à la fin s'affoiblit & ſe déchira, & pouvoit à peine ſe diſtinguer de* M *en* N. *Dans l'interſection commune de ce cercle & de l'arc-en-ciel extérieur* GKI, *on voyoit ſortir deux parhélies*, N *&* K, *qui n'étoient pas entiérement parfaits ;* K *étoit un peu plus foible, mais* N *étoit plus brillant & plus fort. La clarté qui étoit au milieu de chacun, reſſembloit à celle du Soleil, mais vers leurs bords ils avoient les couleurs de l'arc-en-ciel. Ils n'étoient pas parfaitement ronds & unis à leurs bords, mais inégaux & déchirés. Le parhélie* N *étoit un peu ondoyant & jettoit une queue épaiſſe* NP *preſque de couleur de feu ; cette queue étoit dans un mouvement réciproque continuel. Les parhélies en* L *&* M,

au-delà du Zénith B, *n'étoient pas auſſi brillants que les premiers, mais ils étoient plus ronds, & blancs comme le cercle où ils étoient placés; ils reſſembloient à du lait ou à de l'argent pur; le Parhélie* M *étoit preſque entiérement éteint à deux heures & demie, excepté que quelques reſtes foibles reparoiſſoient de tems en tems, & le cercle même diſparut dans cet endroit. Le parhélie* N *diſparut avant* K; *& pendant que* M *devint plus foible,* K *devint plus brillant & diſparut le dernier de tous.*

IX. Deſcript. plus étendue de ce phénomène.

535. Pour bien comprendre la cauſe de cette apparence, il faut imaginer que le grand cercle blanc K L M N, qui traverſoit le vrai Soleil, étoit parallele à l'horizon, & avoit ſon pole B directement au-deſſus de la tête du ſpectateur. Car quoique dans la figure tracée par *Gaſſendi* (*Op. tom* 3. *p* 652) & par *Deſcartes*, il paroiſſe que le zénith B ſoit plus proche de L M que de K N, je crois que c'eſt la faute du graveur. Puiſque dans toutes les autres obſervations où l'on décrit la poſition de ce cercle blanc, il eſt toujours repréſenté dans une ſituation parallele à l'horizon, quoiqu'un peu d'inclinaiſon de ce cercle ne ſeroit pas incompatible avec notre théorie. Le ſpectateur A doit donc être ſuppoſé directement ſous le point du milieu B, en telle poſition, que lorſqu'il regarde les Soleils C, K, N, les deux autres en L & M lui reſtent derrière le dos.

X.

536 On doit encore obſerver que l'ordre des couleurs dont on a parlé dans les cercles D E F, G K N, étoit le même que dans les couronnes; le rouge étoit le plus proche du Soleil, comme on le voit par la deſcription que donne *Scheiner* du phénomène de 1630, & qu'on verra dans l'appendix; par où l'on voit que le diamètre du cercle intérieur étoit d'environ 45 degrés, ce qui forme la grandeur ordinaire des couronnes; quoique je ſois porté à croire que le cercle extérieur dans le phénomene de 1629 étoit moindre que l'extérieur dans celui de 1630, comme on le voit par la figure, & comme on peut le prouver. On doit auſſi obſerver dans cette figure, que la queue du faux Soleil N, doit ſe trouver dans le cercle KLMN, comme *Hevelius* l'a fort bien obſervé en 1661. On trouvera ci-après ce phénomène dans l'art. 561. Mais *Scheiner* ne l'a ainſi tirée que pour faire voir qu'elle s'éloignoit du Soleil.

Le vrai Soleil & les faux Soleils ſont auſſi repréſentés trop gros en comparaiſon des cercles, & les cercles trop larges pour leurs diamètres. Car le diamètre du Soleil ne doit être qu'environ la 90ᵉ partie du diamètre de la couronne D E F ou de 45 degrés, & la largeur du cercle K L M doit être preſque égale à celle du Soleil, & en effet, on voit par l'explication du phénomène de 1630 que la largeur de ce cercle n'étoit pas égale au diamètre du Soleil.

XI. Produit par les réflexions & réfractions dans de petits cylindres.

537. Après avoir examiné les deſcriptions de ces apparences merveilleuſes, il faut maintenant en chercher les cauſes. Quoique je me ſois bientôt apperçu que les globules d'eau ou en partie d'eau & en partie de neige, ne pouvoient pas produire ces effets, cependant, en voyant que les parhélies étoient toujours ſuivis de couronnes, je fus convaincu que leurs cauſes devoient avoir beaucoup de reſſemblance. Examinant donc les autres figures que les grains de grêle pouvoient avoir dans l'air outre la ſphérique, je n'en trouvai point d'auſſi ſimple que celle d'un cylindre, & en effet j'ai ſouvent obſervé que la neige étoit compoſée de pluſieurs particules oblongues & déliées, qui ſont mêlées avec d'autres qui ont d'autres figures, & voyant que les petits globules ſuffiſoient pour produire les couronnes, je m'imaginai qu'une grande quantité de petits cylindres flottant dans l'air, pourroient produire quelques effets de la même eſpèce. Je me ſouvins auſſi que *Deſcartes* avoit parlé de certaines petites colonnes ou cylindres, qu'il avoit vu ſur le terrein, & dont les extrémités étoient terminées par des étoiles plates, compoſées de ſix rayons ou pointes. Ayant donc examiné la poſition de ces cylindres, & voyant qu'ils ne pouvoient guères s'engendrer que dans une ſituation verticale, qu'ils pouvoient de tems en tems être fondus en partie par la chaleur du Soleil comme les grains ronds; je trouvai bientôt que toutes les particularités du phénomène de *Rome* pouvoient s'expliquer par ces petits cylindres, & j'en fus pleinement convaincu lorſque, j'eus rempli d'eau un vaiſſeau cylindrique de verre, & que j'eus ſuſpendu au milieu un cylindre ſolide Car en le tenant en différentes poſitions par rapport au Soleil & à mon œil, je trouvai que la réflexion des rayons du Soleil ſur les côtés de ces cylindres produiſoit un grand

cercle blanc, & des parhélies de chaque côté du Soleil par une double réfraction à travers leurs côtés, & d'autres parhélies en partie oppoſés au Soleil par une double réfraction & une réflexion intermédiaire, de la manière qu'on l'expliquera dans la ſuite.

XII. Comment ſe produiſent ces cylindres à demi-fondus.

538. Mais je dois encore dire quelque choſe de la production, de la poſition, de la figure & de la grandeur de ces cylindres. Comme les globules qui produiſent les couronnes doivent être très-petits, peut-être plus que les ſemences de navet, pour pouvoir être ſoutenus par les exhalaiſons qui s'élevent; ainſi je crois par la même raiſon que ces cylindres doivent être exceſſivement petits & déliés; ce qui bien loin d'empêcher la perfection de leurs figures, doit plûtôt contribuer à les rendre plus parfaites. Ces cylindres auſſi bien que les globules, doivent être compoſés d'abord de particules de neige très-ſubtiles, & preſque inviſibles; c'eſt-à-dire, des parties les plus petites d'un nuage congelé; (car la neige n'eſt autre choſe qu'une vapeur congelée;) or auſſitôt qu'un globule eſt formé par une collection de ces particules, il s'enſuit naturellement que la plûpart s'attacheront à la partie inférieure du globule & non aux côtés. Car, comme les particules du nuage ſont portées en haut par le courant des vapeurs aſcendantes, & que d'un autre côté les globules tendent en bas par leur poids, ou au moins, montent plus lentement que les vapeurs, il ſuit que les particules du nuage qui frappent le bas d'un globule, s'y attachent & le changent par degrés en cylindre oblong, pendant que les autres particules du nuage gliſſent aiſément à côté. Et lorſqu'il s'eſt ainſi produit une grande multitude de ces cylindres, peu éloignés les uns des autres, il eſt aſſez probable que le courant de l'air & des vapeurs aſcendantes, en ſe gliſſant entr'eux, les conſervent dans la même ſituation verticale, où ils ont été formés; mais lorſqu'ils ſont diſperſés par le vent ou autrement, ils ne ſçauroient continuer d'être droits, mais ils prennent toutes ſortes de poſitions. Maintenant lorſque la chaleur du Soleil ou de l'air vient à fondre l'extérieur de ces cylindres, de la même manière qu'on l'a dit des globules, il reſte au milieu de chacun un petit cylindre de neige environné d'eau, & après qu'une

certaine partie a été fondue, les cylindres intérieurs s'arrondiſſent & ſe perfectionnent. Ils reſtent pendant quelque tems dans cet état, par la même raiſon que les globules. Si néanmoins cette pellicule d'eau venoit à ſe glacer de nouveau, elle pourroit reſter aſſez tranſparente & aſſez polie, pour rompre & réfléchir les rayons du Soleil d'une manière réguliere, comme on le verra ci-après.

XIII. Cauſe du grand cercle blanc.

539. Pour commencer l'explication du Phénomène Romain, je dis d'abord que le grand cercle blanc que l'on y voyoit, étoit produit par la réflexion des rayons du Soleil qui étoient renvoyés par les côtés extérieurs des cylindres droits. Car lorſque le Soleil brille ſur un grand nombre de pareils cylindres ſuſpendus en l'air, il doit paroître un cercle blanc qui paſſe par le Soleil & qui ſoit parallele à l'horizon. Ce cercle doit être égal en largeur au Soleil. Pour le prouver, ſuppoſons un grand cylindre à la place de l'un de ces petits cylindres, & voyons de quelle manière il doit réfléchir les rayons du Soleil. Sur le cylindre droit A B C D, ſoit un rayon E F qui vient du centre du Soleil, & qu'il ſoit réfléchi ſelon la ligne E G, je dis que E F & E G ſont également inclinés à l'horizon. Car ſoit H E K une ligne menée par le point E ſur le côté du cylindre, & imaginons un plan L I qui touche le cylindre le long de la ligne M E N, le rayon E F ſera réfléchi par ce plan de la même manière que par le cylindre (art. 19). Suppoſons maintenant un autre plan qui paſſe par les rayons F E, E G, perpendiculaire au plan L I qui paſſe par la ligne M E N, les angles d'incidence & de réflexion F E M, G E N ſeront égaux (art. 8). Imaginons une ſurface ſphérique dont le centre eſt E, qui coupe les lignes égales E F, E M, E O, auſſi bien que E G, E N, E P & ſoient E O & E P les parties de la ligne H E K; F O, F M, O M des arcs de grands cercles dans cette ſurface ſphérique, auſſi bien que G P, G N, P N. Puiſque donc le plan F M N G eſt à angles droits ſur le plan L I, & que tous les deux paſſent par E, centre de la ſphère, dans le triangle ſphérique F M O, l'angle en M ſera droit, auſſi bien que l'angle N du triangle G N P. Mais le côté M O eſt égal à N P, parce que l'angle M E O eſt égal à l'angle N E P, & par la même raiſon, le côté M F eſt égal

Fig. 161.

à GN, les angles FEM, GEN étant égaux. Donc les côtés reſtants FO, GP ſont égaux, & par conſéquent l'angle FEO eſt égal à GEP, & leurs compléments à l'angle droit, qui meſurent les inclinaiſons des rayons FE, EG avec l'horizon, ſont égaux; ce qu'il falloit prouver

La démonſtration eſt la même, lorſque le rayon FE eſt réfléchi par l'intérieur du cylindre; par lequel je ferai voir que les parhélies doivent paroître dans le grand cercle blanc.

540. Il ſuit delà, que lorſque l'air eſt plein de ces petits cylindres droits, les rayons qui viennent du centre du Soleil ou d'un autre point de ſon diſque, ſont réfléchis par ces cylindres vers l'horizon ſous le même angle, ſous lequel ce point du Soleil eſt élevé au-deſſus de l'horizon; parce qu'à raiſon de la diſtance immenſe du Soleil, chaque angle d'incidence FEO ſur chaque cylindre eſt de la même grandeur, ſoit qu'il ſoit plus ou moins élevé. Par conſéquent, le ſpectateur qui eſt en-deſſous, ne peut voir le Soleil que par ceux de ces cylindres, d'où une ligne menée à ſon œil, forme avec l'horizon un angle égal à la hauteur du Soleil Donc ſi de l'œil du ſpectateur, on mene de tous les côtés des lignes qui forment avec l'horizon des angles égaux à la hauteur du Soleil; il eſt certain que toutes ces lignes enſemble traceront dans le Ciel un cercle parallele à l'horizon. Il eſt donc clair que le ſpectateur verra un cercle blanc parallele à l'horizon, & qui traverſera le Soleil. On comprend auſſi aiſément que la largeur de ce cercle ſera égale à celle du Soleil. Car chaque point du diamètre vertical du Soleil, auſſi bien que ſon centre, éclairera un cercle de cylindres de la même hauteur apparente que le point rayonnant. Par ce moyen, les bords ſupérieur & inférieur de la largeur du cercle blanc ſeront paralleles, & à la même diſtance l'un de l'autre que les bords ſupérieur & inférieur du Soleil. On doit auſſi remarquer que pendant que le Soleil monte ou deſcend, ce cercle doit auſſi monter ou deſcendre, & devenir par ce moyen plus ou moins grand. De plus, tous les ſpectateurs quelque éloignés qu'ils ſoient entr'eux, verront chacun un cercle différent, paſſant par le Soleil, tout de même que dans l'arc en-ciel. Mais on ne peut pas dire la même choſe du cercle que *Deſcartes* nous propoſe comme la cauſe de ce phéno- XIV.

même. Car il ſuppoſe que c'eſt un grand anneau ſolide de glace ſuſpendu dans l'air, lequel ne ſçauroit être placé directement ſur la tête de différents ſpectateurs éloignés Outre qu'on ne peut pas expliquer pourquoi il paſſe par le Soleil, ſouvent pendant deux ou trois heures de ſuite, comme il le fait effectivement. On doit encore obſerver qu'on ne voit point de nuages épais dans l'air, pendant que ces cercles paroiſſent, mais ſeulement des nuages fort minces & à peine viſibles. Car nous voyons qu'on a marqué dans la plûpart de ces obſervations, que le ciel étoit fort clair & fort ſerein. Il arrive quelquefois que quelques parties de ce cercle paroiſſent languiſſantes, & à peine viſibles; ce qui ne peut venir que du defaut de la matiere ou d'une quantité ſuffiſante de cylindres: excepté que la partie en dedans du halo, quoiqu'elle contienne aſſez de matière, ſe diſtingue moins, & qu'on n'y a pas pris garde dans certaines obſervations, à cauſe de la clarté du Soleil voiſin; & ſurtout parce que le cercle blanc eſt beaucoup plus brillant préciſément en dehors de la circonférence de la couronne, que dans ſes autres parties. On en comprendra la raiſon, lorſque nous aurons expliqué les parhélies latéraux en K & N.

XV. Explic. des parhélies latéraux.

541. Quant à ces parhélies qui ſont en K & N, je dis qu'ils ſont produits par les mêmes cylindres droits, qui produiſent le grand cercle blanc, mais par le moyen d'une double réfraction des rayons du Soleil, préciſément de la même manière que les couronnes ſont produites par les globules qui ont de la neige dans leurs centres Car une certaine partie de chacun de ces cylindres étant fondue, & contenant en dedans un moindre cylindre de neige, on ne ſçauroit voir le Soleil au travers des cylindres qui forment la partie K N du cercle blanc, mais ſeulement au travers de ceux qui ſont en dehors de cette partie, par la même raiſon que dans les couronnes Delà vient auſſi que l'intervalle entre ces parhélies devient d'autant plus grand, que le cylindre intérieur de neige eſt plus épais à proportion de tout le cylindre. Mais le Soleil paroit plus brillant au travers des cylindres qui joignent l'extrémité en dehors de l'arc K N, & ſa clarté diminue par degrés, en s'écartant de cette extrémité, juſqu'à une certaine diſtance, & delà viennent les queues de ces parhélies. Or puiſque les couleurs paroiſſent

plus

plus vives dans les cylindres qui ſont les plus proches en dehors de l'arc K N, par la même raiſon que dans les couronnes ; ces couleurs diſtinguent le parhélie du reſte de la queue, qui eſt moins brillante & très-peu colorée ; tout de même que la couronne & l'arc-en-ciel ont fort peu de largeur, quoique terminés d'un ſeul côté. Maintenant, ces queues, auſſi bien que les parhélies qui ſont à leur tête, tendent toujours vers le cercle blanc (comme on va le voir), & le rendent plus brillant dans l'endroit où elles s'étendent La queue N P du parhélie en N eſt tracée de manière qu'elle paroit hors de ce cercle, mais c'eſt là une mépriſe, ou peut-être on a voulu faire voir qu'elle venoit directement du Soleil, ainſi qu'*Hevelius* l'a marqué plus exactement dans le phénomène qu'il obſerva en 1661 (art. 561) Ainſi quoiqu'on n'ait pas dit que le parhélie K avoit une queue, il eſt clair néanmoins qu'une certaine partie du cercle blanc étoit ſa queue, quoique moins claire, parce que ce parhélie étoit plus foible que l'autre Il eſt évident par les obſervations d'*Hevelius*, & par les miennes, que tous les parhélies, auſſi bien que les paraſélènes ou fauſſes Lunes, de chaque côté de la Lune, ſont conſtamment ornés de queues. Enfin on peut aiſément expliquer la clarté extraordinaire du parhélie, que l'on dit être rival du Soleil (art. 534) ; ſi l'on fait attention que chaque cylindre brille dans toute ſa longueur ; au lieu que les gouttes rondes dans la couronne ou dans l'arc-en-ciel, n'envoyent que peu de lumière ; de ſorte qu'un ſeul cylindre donne vraiſemblablement plus de lumière que dix gouttes rondes. De ſorte que s'il y a dans l'air une grande quantité de ces cylindres, il n'eſt pas ſurprenant que ces images du Soleil paroiſſent ſi brillantes. Je vais maintenant démontrer ces propoſitions par un examen ſcrupuleux de la réfraction des rayons dans les côtés des cylindres ; & je commencerai par démontrer que ces parhélies & leurs queues doivent paroître néceſſairement dans le grand cercle blanc.

542 Soit A B C D l'un de ces cylindres ſuſpendu verticalement dans l'air, & que le rayon E F tombe ſur ſa ſurface aqueuſe & ſoit rompu dans le cylindre le long de la ligne F G, qu'il ſorte de G par la réfraction au travers de la ſurface aqueuſe ſelon la ligne G H ; je dis que ce rayon G H ſera

XVI. Prouvant que les parhélies latéraux ſont dans le grand cercle blanc. Fig. 164.

incliné à l'horizon, ſelon le même angle que l'eſt E F, c'eſt-à-dire, ſelon un angle égal à la hauteur du Soleil. Car ſoit A B C D un plan parallele à l'axe du cylindre, & qui paſſe par les points F, G; il coupera la ſurface du cylindre à angles droits dans les lignes A B, C D paralleles entr'elles. Et par conſéquent, puiſque le rayon F G eſt placé dans ce plan entre les lignes paralleles A B, C D, il ſera également incliné à la ſurface cylindrique vers F & G, de manière qu'il formera les angles G F C, F G A égaux entr'eux. Delà il ſuit évidemment, ſans qu'il ſoit néceſſaire de le démontrer, que le rayon rompu G H tend en bas ſous le même angle, ſous lequel il tendroit en haut le long de F E, s'il revenoit le long de G F (art. 11); c'eſt-à-dire, que les angles que G H & E F font avec les côtés du cylindre ſont égaux. Imaginons que l'on fait paſſer deux plans, l'un par C D & par le rayon E F, & l'autre par A B & par le rayon G H, il eſt évident que ces deux plans ſeront également inclinés au plan intermédiaire A B C D où ſe trouve F G, & que les angles qui meſurent leurs inclinaiſons au plan du milieu ſeront K C B, L B C, étant formés par les interſections de ces plans avec la baſe du cylindre; & que par conſéquent ces angles K C B, L B C ſont égaux. Et puiſque nous avons démontré que les angles D F E, B G H ſont égaux, il s'enſuit auſſi delà, que le rayon incident E F & le rayon émergent G H après les deux réfractions ſont également inclinés à l'horizon. Donc les rayons du Soleil ainſi tranſmis au travers de ces cylindres, ne peuvent arriver à l'œil du ſpectateur qu'au travers de ceux d'entre ces cylindres, dont la hauteur apparente eſt la même que celle du Soleil; ou ſeulement au travers de ceux où paroît le grand cercle blanc par les rayons réfléchis; & par conſéquent les deux parhélies produits par de telles réfractions doivent auſſi paroître dans ce cercle blanc.

XVII. D'où vient que les parhelies paroiſſent à différentes diſtances du Soleil.

543. Pour déterminer à quelle diſtance du Soleil, les parhélies doivent paroître, il faut faire attention au rayon du Soleil, qui en traverſant l'eau, touche le cylindre intérieur de neige. Car ſoit F G ce rayon, B C touchera auſſi ce cylindre dans le plan de ſa baſe. Menant donc O N M dans le plan de la baſe par ſon centre N parallélement à K C qui eſt ſous le

rayon incident E F, ſuppoſons qu'elle rencontre en M la ligne B L qui eſt ſous le rayon émergent G H; l'angle B M N ſera égal à l'angle qui meſure l'inclinaiſon des deux plans verticaux, dont l'un paſſe par le Soleil, & l'autre par le parhélie, & tous les deux par l'œil du ſpectateur. Et par conſéquent dans la fig. 364 la partie C N du grand cercle blanc, interceptée entre le Soleil & l'un des parhélies latéraux, contiendra le même nombre de degrés de ſon cercle, qui ſont contenus dans l'angle B M N Or cette diſtance angulaire du parhélie latéral au Soleil, eſt d'autant plus grande, que le cylindre intérieur de neige eſt plus épais à proportion de tout le cylindre; & de plus, en ſuppoſant que la raiſon des diamètres de ces cylindres ſoit invariable, cette diſtance angulaire devient plus grande à meſure que le Soleil eſt plus élevé, comme on le verra dans la table ſuivante, dont je renvois la conſtruction à l'appendix de ce Chapitre, parce qu'il auroit été trop ennuyeux de la placer ici.

I.	II.		III.		IV.	
Deg.	Deg.	Min.	Deg.	Min.	Deg.	Min.
0	22	00	22	30	45	00
5	22	10	22	38	45	26
10	22	38	23	08	46	44
15	23	28	24	00'	49	04
20	24	42	25	16	52	46
25	26	26	27	04	58	24
30	28	48	29	16	67	42
35	31	58	32	42	94	22
40	36	28	37	20	On ne peut pas voir le parhélie au delà de ce degré.	
45	42	28	43	14		
50	51	00	52	26		
55	64	48	66	64		
60	92	34	98	24		

La première colonne marque la hauteur du Soleil; la ſeconde l'angle formé par les deux plans verticaux, l'un qui paſſe par le Soleil, & l'autre par le parhélie latéral, lorſque le diamètre de tout le cylindre eſt à celui du cylindre intérieur comme 1000 à 473. La troiſième colonne marque les mêmes angles entre les verticaux, lorſque la raiſon des diamètres eſt de 1000 à 480, & la quatrième, lorſque cette raiſon eſt comme 1000 à 680. En ſuppoſant cette raiſon de 1000 à 714, cet angle des verticaux ſera 88°. 48'. lorſque le Soleil eſt à 25° de hauteur, & il ne peut pas être plus grand à cette hauteur. Celui-ci ſe rapporte aux deux parhélies obſervés par *Hevelius*.

XVIII Que pluſieurs parhélies peuvent paroître enſemble avec des queues.

544. On voit par cette petite table, que s'il ſe trouve différents petits cylindres placés les uns ſur les autres en aſſez grande abondance, dont les uns ſoient moins, & les autres plus fondus, il y aura outre les deux parhélies à côté du Soleil, deux ou pluſieurs autres, qui paroîtront tous dans le cercle blanc; c'eſt ce qui eſt appuyé par les obſervations d'*Hevelius* du 20e Février 1661, & de *Scheiner* en 1630, dont nous parlerons bientôt plus au long. On voit auſſi par ces tables, que les cylindres reſtant dans la même poſition, & le Soleil s'élevant ſur l'horizon, la diſtance des deux parhélies qui en ſont produits, devient plus grande de l'un à l'autre, & par rapport au Soleil; ce que j'ai auſſi obſervé, comme on le verra dans le détail que je donne de cette obſervation. Mais il peut ſe faire un grand changement dans la diſtance de ces parhélies, ſi ces petits cylindres ſe fondent encore plus; c'eſt ce qui a occaſionné un phénomène très-remarquable dans l'antiquité: car *Julius Obſequens* rapporte que dans le ſiècle de *Céſar Auguſte* ſous le conſulat de *M. Lepidus* & de *Munatius Plancus*, on vit trois Soleils, qui ſe réunirent bientôt & n'en formerent qu'un ſeul; ce que je n'ai jamais vu dans aucun autre livre Mais on comprend aiſément comment ce phénomène a pu arriver; il ſuffit pour cela que la chaleur ſurmontant la première température de l'air, ait fondu tous les noyaux de ces cylindres; ce qui peut ſe faire en très-peu de tems. Par ce moyen les deux parhélies auront été attirés toujours plus vers le Soleil, & enfin tous les petits cylindres étant fondus & changés en petites gouttes d'eau rondes, il ne ſera plus reſté que le vrai Soleil. Or cela étant ſi conforme à notre hypothéſe, je ne vois pas qu'il y ait lieu de douter du ſens que je donne aux expreſſions d'*Obſequens*; quoique *Gaſſendi* ait tâché de leur donner un autre ſens, comme s'il y avoit eu d'abord deux parhélies, & qu'il ſe fût enſuite formé un cercle qui les retînt dans ſon enceinte; car il n'auroit pas pu dire alors, que les trois s'étoient réunis en un ſeul orbe (*eoſque fuiſſe mox in unum orbem contractos*), & ce phénomène n'auroit pas été fort extraordinaire. Ajoutez que les anciens le regarderent comme l'image du Triumvirat, auſſi

Digitized by Google

qu'on peut en juger par le paſſage ſuivant de *Dion Caſſius* comparé avec celui d'*Obſequens*. Car voici ce que dit *Dion* L. XLV *On a vu quelquefois la lumière du Soleil diminuer & s'éteindre, & quelquefois briller par un triple globe*; (car c'eſt le ſens des ces paroles, τρεις ἡλιους ποτε φανηναι) *dont l'un étoit environné d'une couronne d'épis enflammée; par où le Ciel prédiſoit ce qui devoit arriver.* Nous pourrions auſſi déterminer exactement toute la longueur des queues qui ſont adhérentes à ces parhélies latéraux; mais comme à meſure qu'elles s'écartent plus des parhélies, leur éclat s'affoiblit d'avantage, & que par conſéquent il eſt difficile de bien déterminer par obſervation leur extrêmité, il ſuffit de ſçavoir qu'elles s'étendent réellement juſques à environ le quart du cercle blanc, en commençant depuis le vrai Soleil, & même un peu au delà, lorſque la hauteur du Soleil eſt un peu plus grande; mais leur lumière eſt ſi foible que les obſervateurs la prennent pour une partie de ce cercle.

XIX. La couronne qui traverſe les parhélies n'eſt pas compoſée de globules.

545. Quant aux couronnes qui paroiſſent preſque toujours avec ces parhélies, voici ce qu'on en peut dire. Quoiqu'on voye des couronnes ſans parhélies, on ne voit jamais de parhélies ſans une couronne qui les traverſe, excepté qu'elle eſt quelquefois ſi foible qu'on a peine à la diſtinguer; ce qui n'arrivant pas par hazard, doit dépendre d'une cauſe déterminée. Il eſt vraiſemblable que dans le tems où les petits cylindres ſe forment dans l'air, il ſe forme auſſi de petites ſphéres à demi gelées qui pourroient ſervir de matière aux couronnes; mais il eſt difficile de comprendre qu'elles ſoient préciſément fondues dans la proportion requiſe pour faire paſſer la couronne par les deux parhélies. Car premièrement, quand même on ſuppoſeroit que les grains ronds & oblongs ont été fondus ſelon la même proportion dans leurs diamètres, les parhélies tomberoient hors de la couronne, comme on peut le conclure des tables précédentes. Et en effet, lorſque la proportion de tout le diamètre du cylindre à celui du noyau intérieur eſt celle de 1000 à 473, la diſtance du parhélie à différentes hauteurs du Soleil ſera 22, 28, 36, 51 &c. degrés du grand cercle blanc, pendant que la couronne ſera toujours à 44 degrés, lorſque les gouttes rondes ſeront fondues ſelon

cette proportion. De plus, il faut faire attention que dans l'eſpace de trois ou quatre heures, où les parhélies ſubſiſtent, ils s'écartent, ou s'approchent l'un de l'autre, pendant que le Soleil monte ou deſcend ſur l'horizon, comme on l'a obſervé ci-devant; c'eſt pourquoi la couronne qui traverſe toujours les parhélies, devroit devenir plus grande ou plus petite; ce qui ne ſçauroit s'expliquer dans l'hypothéſe des gouttes rondes.

XX. 546. Mais outre ces gouttes rondes, il eſt certain que ces cylindres qui voltigent dans l'air, comme nous l'avons dit, ſans aucune poſition certaine, ſont propres à produire ces couronnes; car en flottant dans l'air entre l'œil & le Soleil dans toute ſorte de poſitions, ils ne tranſmettent les rayons du Soleil, à cauſe des noyaux de neige intérieurs, que lorſqu'ils ſont éloignés du Soleil d'un certain angle; cet angle ſe détermine par les petits cylindres qui reçoivent les rayons du Soleil perpendiculairement à leurs côtés, car ceux qui les reçoivent obliquement, doivent être encore plus éloignés du Soleil, pour tranſmettre ſes rayons à nos yeux; comme on le voit par les tables précédentes, ſi l'on y prend la hauteur du Soleil pour la hauteur du même aſtre au-deſſus de la baſe de ces cylindres. De ſorte que ces cylindres, tout comme les gouttes, peuvent former une couronne terminée à côté vers le Soleil & d'une couleur rouge, & il eſt vraiſemblable que ces couronnes qui paroiſſent en même tems avec les parhélies, ſont produites par ces cauſes: 1° Parce que de cette manière la ſeule production des petits cylindres ſuffit 2°. Parce que ſouvent les couronnes paroiſſent avec les parhélies avoir des couleurs plus vives que ſans les parhélies. Ces couleurs plus vives ſe produiſent beaucoup plus aiſément par les petits cylindres; parce qu'ils ſont beaucoup plus éclairés, l'image du Soleil étant tranſmiſe par toute leur longueur, que ne le ſont les gouttes rondes, qui ne la tranſmettent preſque que par un ſeul point. Mais pour revenir à notre but, je ne vois pas pourquoi la couronne produite par les cylindres doit paſſer par les parhélies, plûtôt que celle qui eſt produite par les gouttes rondes, & la même difficulté qui vient du changement de diſtance des parhélies, ſubſiſte dans ces deux cas. Nous

n'avons donc aucune raiſon d'aſſurer que la couronne produite par ces petits cylindres placés ſans ordre, ſoit celle qui traverſe les parhélies. Quant à ce qui concerne le phénomène romain, je ne doute pas que la couronne D E F, n'ait été produite par ces petits cylindres ; de ſorte que cette partie du phénomène paroît contenir une aſſez grande difficulté. Fig. 364.

547. On pourra cependant la vaincre aiſément, ſi l'on examine avec plus d'attention la figure de ces petits cylindres. Nous n'avons conſidéré juſqu'ici que leurs côtés, voyons à préſent leurs extrêmités de part & d'autre. Car il n'eſt pas naturel que ces cylindres ſoient terminés par des baſes planes ; mais comme ils ſont néceſſairement fondus en haut & en bas, & par les côtés, en même quantité de toutes parts, il eſt certain que l'eau prendra aux deux extrêmités, autant qu'elle pourra, la figure ronde, par conſéquent le noyau intérieur ſera terminé aux deux bouts par un hémiſphére ou par une demi ellipſe : de ſorte que la figure de tout le cylindre avec le noyau, ſera telle qu'on la voit ici en grand. D'où il arrivera que non-ſeulement les cylindres qui ſont auprès du Soleil, & qui produiſent les parhélies, tranſmettront des rayons à nos yeux, mais encore parmi les perpendiculaires, ceux qui ſont les plus proches hors d'un certain angle au-deſſus, au-deſſous & à côté du Soleil, & qui par cette raiſon produiſent encore une couronne autour du Soleil Le rayon comme D C B A, paſſe par les premiers qui ſont en haut, & touche le noyau en H & le rayon E F G A paſſe par le plus prochain des inférieurs & touche le noyau en K. Et comme la figure de la convexité en B C L & M G F n'eſt pas bien connue, on ne peut pas déterminer la réfraction de ces rayons, & encore moins celle de ceux qui tombent à côté ſur la convexité des cylindres. J'ai cependant fait conſtruire un cylindre de verre de cette forme, pour repréſenter la moitié de celui qui eſt repréſenté dans cette figure, & j'ai ſuſpendu en dedans la moitié du cylindre opaque H K environnée d'eau, & éloignée par-tout également de la ſurface du verre ; par où j'ai vu clairement, en expoſant aux rayons du Soleil ce cylindre, & le conduiſant de tous les côtés, qu'il tranſmettoit les rayons du Soleil, de manière que les angles B A N, G A N étoient

XXI. Mais des extrêmités rondes des cylindres droits. Fig. 365.

preſque égaux entr'eux & à tous les autres angles par où les rayons tranſmis & effleurant le cylindre opaque ſont inclinés ſur la ligne A N menée de l'œil au Soleil.

XXII. 548. Ce qui arrivant de la même manière dans les petits cylindres, il s'en formera une couronne qui ſera aſſez ronde. De manière que les petits cylindres droits, qui fourniſſent la matière au grand cercle blanc & aux parhélies qui brillent à côté, la fourniſſent auſſi aux couronnes qui paſſent par les parhélies. Si nous faiſons donc réflexion que la figure des petits cylindres eſt néceſſairement telle que nous l'avons repréſentée, & qu'en même tems les rayons qui paſſent par leurs deux extrémités, doivent produire des circuits colorés, nous ne douterons plus que ces circuits ne ſoient les couronnes mêmes, autrement ils ſeroient irréguliers & ne ſeroient nullement ronds. Or quoique l'œil ne puiſſe pas bien s'appercevoir du défaut de la rondeur parfaite, il peut arriver cependant que le diamètre de la couronne ſoit plus grand d'un côté que de l'autre; comme il eſt arrivé en effet dans l'une des obſervations ſuivantes. Car lorſque dans l'obſervation qui fut faite à *Rome* en 1630, on rapporte que les deux cercles voiſins du Soleil ſe coupoient mutuellement en haut & en bas, & que les parhélies parurent dans les deux arcs extérieurs, il eſt très-vraiſemblable que dans cette obſervation, au lieu de deux cercles qui ſe coupoient mutuellement, on doit concevoir d'abord un cercle un peu oblong, où étoient les deux parhélies produits par les petits cylindres verticaux, & enſuite un autre cercle oblong, mais plus rond, qui touchoit le premier en haut & en bas, & qui étoit produit par les cylindres placés ſans ordre ou par les gouttes rondes. Car la figure que ces deux cercles forment, eſt ſi ſemblable à celle de deux cercles qui ſe coupent mutuellement, qu'il eſt difficile de diſtinguer l'une de l'autre. D'ailleurs il paroît très-vraiſemblable que les deux parhélies étoient compris ſous la même enceinte.

Fig. 108.

XXIII. Les parties de cette couronne ſont plus brillantes auprès des parhélies.

549. Le cercle qui traverſe les parhélies paroît ſouvent languiſſant & extrêmement foible en haut & en bas, mais il eſt très-brillant auprès des parhélies, comme on l'a remarqué avec ſoin dans pluſieurs obſervations d'*Hevelius*. On trouve la cauſe de ce phénomène dans le cylindre de verre dont on a parlé

parlé ci-devant : car les rayons qui paſſent par ſa convexité ſupérieure ou inférieure, ne donnent qu'une petite image ronde du Soleil, tout comme les gouttes rondes, au lieu que ceux qui paſſent dans les endroits, où la ſurface cylindrique tourne peu à peu vers la convexité, produiſent une lumière plus forte & plus oblongue, comme ceux qui forment les parhelies. Ce qui produit une couronne plus lumineuſe & plus colorée depuis le parhélie en montant un peu, & en deſcendant.

XXIV. Comment ſe forment les parhelies poſtérieurs L, M.

550. Après avoir expliqué la cauſe des deux couronnes que l'on a obſervées dans le phénomène romain, il eſt tems de chercher la cauſe des deux parhélies qui ont paru dans la partie poſtérieure du cercle blanc, & qui viennent auſſi des cylindres perpendiculaires, par le moyen des mêmes réfractions que l'on obſerve dans l'arc-en-ciel. Mais on doit obſerver que le petit cylindre opaque intérieur n'a aucune part à ces parhélies, & qu'au contraire il empêche quelquefois qu'on ne les découvre, comme on le démontrera dans la ſuite. On doit pourtant ſçavoir que le cylindre intérieur de neige eſt abſolument néceſſaire, ſoit que la partie extérieure ſoit compoſée d'eau ou de glace tranſparente ; car autrement le cylindre d'eau ſe changeroit d'abord en goutte ronde ; ils ne peuvent pas être non plus compoſés totalement de glace tranſparente ; parce qu'il eſt difficile qu'ils fuſſent totalement diaphanes, s'ils n'avoient pas été d'abord entierement fondus.

XXV. Les baſes de l'arc-en-ciel répondent aux deux parhélies poſtérieurs, lorſque le Soleil eſt dans l'horiſon.

551. Avant que de parler de la réfraction des cylindres, il ſera bon d'examiner cette réfraction dans une goutte ronde, qui produit l'arc-en-ciel, & que *Deſcartes* a trouvé le premier. Soit donc A B C la goutte d'eau, & D A le rayon incident du Soleil, qui ſe rompt de A vers B, & de A B ſe réfléchit vers C, où il ſe rompt encore & vient à l'œil en E. Ayant mené C H & E F paralleles au rayon du Soleil D A, & ayant fait l'angle F E G égal à l'angle C E F, on voit par les tables de *Deſcartes* que l'angle H C E ſera de différente grandeur, ſelon les diverſes incidences du rayon D A ſur la goutte A B C ; mais qu'il n'excédera jamais 41°. 30'. Et ainſi les angles C E F & F E G n'excéderont jamais 41° 30'. Delà vient qu'aucune goutte placée hors du cone C E G n'envoit à l'œil E les rayons rompus du Soleil ; mais celles ſeulement

Fig. 369.

qui ſont dans le cone ; de manière cependant que celles qui ſont les plus proches de la ſurface conique C E G envoient un plus grand nombre de rayons à l'œil ; c'eſt ce qui rend plus ſenſibles les bornes entre les gouttes lumineuſes & obſcures, & ce qui fait paroître le cercle rond, que l'on verroit tout entier, s'il n'étoit pas coupé par la ſurface de la terre ; delà vient qu'on ne voit tout au plus qu'un demi-cercle, lorſque le Soleil eſt proche de l'horizon. Telle eſt la vraie cauſe de l'arc-en-ciel, que l'on trouvera conforme à l'expérience, ſi l'on expoſe entre l'œil & le Soleil un ballon de verre plein d'eau, dans la même poſition où ſe trouve la petite ſphère A B C. Que ſi l'on conçoit que ce cercle A B C eſt la ſection d'un cylindre droit, parallele à l'horizon, & ſi l'on en ſuppoſe une grande quantité auprès de l'horizon, & que le rayon du Soleil horizontal traverſe ce cercle avec les mêmes réfractions, comme le rayon D A B C E traverſe la goutte ronde, enſorte que l'angle H C E ou C E F n'excéde pas 41° 30′, il s'enſuit qu'aucun cylindre placé hors de l'angle C E G, ne tranſmettra à l'œil E aucun rayon rompu du Soleil, & que ceux qui ſont les plus proches de la ſurface ſupérieure en lanceront un plus grand nombre, & ainſi on verra comme une particule d'arc-en-ciel dans les cylindres vers C & une autre vers G, & l'arc de l'horizon compris entre ces particules ſera d'autant de degrés, que l'angle C E G, c'eſt-à-dire, de 83°. C'eſt ce qui produit deux parhélies, qui ſont beaucoup plus brillants que les parties de l'arc-en-ciel, parce qu'ils ſont produits par les cylindres qui tranſmettent plus de lumière que les gouttes rondes, comme on l'a dit ci-devant. Et voilà ce qu'on peut dire du Soleil dans l'horizon.

XXVI. D'où vient que ces deux parhélies paroiſſent dans le grand cercle blanc.

552. Mais lorſque le Soleil eſt élevé ſur l'horizon, ces deux parhélies paroîtront néceſſairement dans le même cercle blanc, où nous avons fait voir que les deux autres doivent paroître. Pour le démontrer, ſoit le cylindre A B D C ſuſpendu verticalement dans l'air, & ſoit le rayon incident E F, qui étant rompu en F rencontre en dedans la ſurface cylindrique en G, d'où étant réfléchi, il rencontre la même ſurface en H, où étant encore rompu, il ſorte du cylindre ſelon la droite H K, je dis que les rayons E F, H K forment des angles égaux avec le plan de l'horizon.

Fig. 170.

553. Car on doit ſçavoir premièrement, que le rayon F G réfléchi en G H eſt tellement porté à angles égaux par les loix de la réflexion qui ſe fait en dedans ſur la ſurface du cylindre, que ſi l'on mene par F G, G H des plans paralleles à l'axe du cylindre, leurs interſections avec la ſurface formeront des rectangles d'égale hauteur & largeur P A Q C, A B D Q; & les rayons F G, G H, rencontreront les côtés de ces rectangles à angles égaux. On pourroit le démontrer aiſément, mais pour peu qu'on y faſſe attention, la choſe eſt claire par elle-même. Puiſque donc les rayons G H, G F rencontrent la ſurface cylindrique en dedans de la même maniere, & avec la même inclinaiſon, excepté ſeulement que celui-ci eſt porté en haut & l'autre en bas, il eſt évident que les rayons rompus en F E & H K, doivent former des angles égaux avec les côtés P C, B D du cylindre. Or la réfraction du rayon G F eſt ſelon la droite F E, puiſqu'on ſuppoſe que la réfraction de E F eſt F G, par la propriété des réfractions (art. 11). Donc les angles P F E, D H K doivent être égaux. Outre cela, ſi dans le plan de la baſe du cylindre D Q C, qui s'étende juſques au plan de l'horizon, on conçoit que la droite C L ſoit directement ſous le rayon F E & D M ſous le rayon H K, il eſt clair que les angles Q C L, Q D M ſeront égaux. Or par l'égalité des angles P F E, D H K, on comprend auſſi que les rayons E F, H K ſeront également inclinés au plan de l'horizon. Donc la lumière du Soleil tranſmiſe par ces inflexions dans les cylindres d'eau ſuſpendus dans l'air, ne pourra parvenir à l'œil du ſpectateur, que par les cylindres, d'où une ligne menée à l'œil fera un angle ſur le plan de l'horizon égal à la hauteur du Soleil, c'eſt-à-dire, par ceux qui fourniſſent la matière au cercle blanc dont on a parlé ci-devant. On voit donc par là, que les deux parhélies produits de cette maniere ne peuvent ſe voir que dans ce cercle.

XXVII. Démonſtration.

554 Mais la raiſon pour laquelle ces parhélies paroiſſent en certains endroits du cercle blanc, eſt tout-à-fait ſemblable à celle que nous avons donnée ci-devant de l'arc-en-ciel. Car ſi nous menons dans le plan de la baſe du cylindre la droite D N, & celle M O paralleles à L C qui eſt ſous le rayon E F, nous trouverons que l'angle M D N ou D M O, ne peut

XXVIII. Déterminer la diſtance entre les parhélies poſtérieurs. Fig. 370.

pas ſurpaſſer une certaine grandeur déterminée, laquelle grandeur eſt différente ſelon les différentes hauteurs du Soleil : par exemple, lorſque le Soleil eſt à 25 degrés de hauteur, cet angle eſt tout au plus de 33°. 18′. Or comme il y a beaucoup plus de rayons incidents ſur le cylindre qui concourent à ce grand angle, que de ceux qui concourent à de moindres angles, comme on l'a dit de l'arc-en-ciel ; cette multitude de rayons eſt cauſe, que les parhélies paroiſſent dans cet angle de part & d'autre de la ligne M O. Si donc on prend l'angle O M R égal à O M D dans le même plan de la baſe du cylindre, la diſtance des deux parhélies ſera égale à l'angle total D M R, parce que les plans verticaux élevés ſur les droites M D, M R paſſent par les deux parhélies ; de ſorte que l'arc du cercle horizontal, auſſi bien que l'arc du cercle blanc parallele à l'horizon & intercepté par ces plans, eſt préciſément d'autant de degrés, que l'angle D M R en contient. On aura donc la moitié de cet angle, c'eſt-à-dire, la moitié de la diſtance de ces deux parhélies dans le cercle blanc ſelon les differentes hauteurs du Soleil, dans la table ſuivante, dont je renvoie la conſtruction, qui eſt trop longue, à l'appendix, comme celle des autres tables.

XXIX. Correction de la deſcription du phénomène Romain.

Hauteurs du Soleil.	Ang. des vertic. x par le Soleil & le parhélie au Zénith.	
Deg.	Deg.	Min.
0	41	30
5	41	08
10	40	14
15	38	36
20	36	16
25	33	18
30	29	34
35	25	18
40	20	12
45	14	40
50	8	44
55	3	06
58	0	32

555. En examinant ſelon cette table la diſtance des deux parhélies poſtérieurs du phénomene romain, je la trouve d'environ 60 degrés. Car la hauteur du pole à *Rome* étant de 42° 2′, la hauteur du Soleil fut le 2e Mars à 3 heures après midi d'environ 30 degrés. Or cette hauteur nous donne dans la table la moitié de la diſtance 29° 36′. Il eſt vrai que dans la figure de *Scheiner*, telle qu'on la voit dans le livre de *Gaſſendi*, la diſtance des parhélies ſurpaſſe 90 degrés, mais la meſure de cette diſtance n'a été ni obſervée ni marquée, & ainſi je puis aſſurer qu'on a repréſenté dans la figure cette diſtance plus grande qu'elle n'a été. Car la diſtance de deux points dans le Ciel paroît

d'autant plus grande qu'ils ſont plus proches de l'horizon ; c'eſt ainſi que très-ſouvent les étoiles du chariot boréal, lorſqu'elles s'approchent de l'horizon, paroiſſent deux fois plus éloignées les unes des autres que lorſqu'elles ſont proches du zénith Et par la même raiſon la diſtance de ces deux parhélies a dû paroître plus grande à proportion de l'arc, qui paſſant par le zénith repréſentoit l'étendue du cercle blanc L M N K, qu'elle ne l'étoit en effet ; ce qui n'eſt pas arrivé dans la diſtance des parhélies K & N, parce que la grandeur du cercle D E étoit connue, d'environ 45 degrés Nous verrons encore plus clairement dans quelques-unes des obſervations ſuivantes, cette tromperie de la vue ſur la diſtance de deux parhélies ſemblables, comme on s'en apperçoit ailleurs. C'eſt pour la même raiſon que le diſque du Soleil paroît preſque double à l'horizon, que dans ſes plus grandes hauteurs, & que l'arc-en-ciel paroît être partie d'un grand cercle, lorſqu'il n'a pas la largeur de la moitié d'un grand cercle. Fig. 164.

556. Pour indiquer en peu de mots la cauſe de cette erreur, on doit ſçavoir qu'elle vient de ce que nous croyons que le Soleil ou tout autre corps placé dans le Ciel auprès de l'horizon, eſt plus éloigné de notre œil, que lorſqu'il s'approche de notre zénith ; parce que nous nous imaginons que les objets ſuſpendus dans l'air, lorſqu'ils ſont beaucoup élevés au-deſſus de l'horizon, ne ſont pas plus éloignés de nous que les nuages qui roulent ſur notre tête, & comme au contraire, nous voyons qu'il y a un grand eſpace de terre entre nous & les objets qui ſont proches de l'horizon, au bout duquel l'extrêmité concave du Ciel paroît commencer, nous nous ſommes accoutumés à regarder comme fort éloignés de nous les objets que nous y voyons. Or lorſque deux corps de même grandeur ſont compris ſous le même angle de viſion, nous regardons toujours comme plus grand celui que nous croyons plus éloigné. C'eſt là la vraie cauſe de cette illuſion de la vue. XXX. D'où vient que les objets paroiſſent plus grands dans le ciel auprès de l'horizon qu'en deſſus.

557 Pour revenir aux parhélies, on ne doit pas oublier que dans cette obſervation, on rapporte que ces deux parhélies parurent blancs, quoiqu'ils auroient dû paroître colorés, parce qu'ils viennent de la même cauſe & des mêmes refractions que l'arc-en-ciel, & qu'ils paroiſſent colorés dans notre cylin- XXXI. Examen des couleurs des parhélies poſſibles.

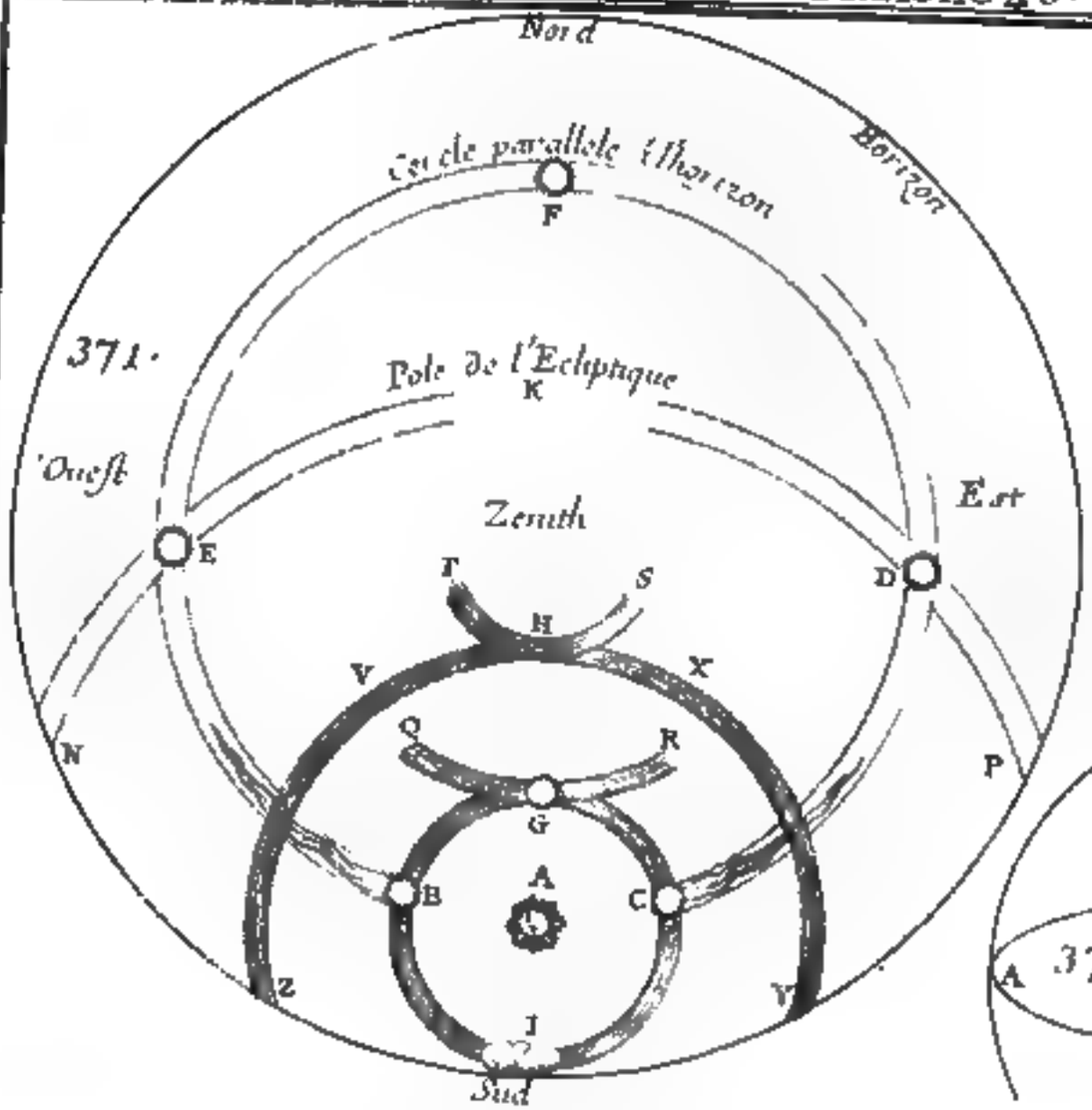
dre de verre plein d'eau. Mais il eſt à croire que cela eſt venu de la même cauſe qui fait paroître quelquefois les couronnes blanches, lorſque la lumière en eſt trop foible; ce qui eſt même arrivé aux parhélies qui ſont à côté du Soleil, comme
Fig. 179. on peut le voir dans l'obſervation exacte de *Sam Kechelius* que l'on rapportera cy après, dans laquelle le parhélie C, qui étoit moins lumineux que l'autre, parut de jaune devenir blanc; laquelle couleur s'accorde avec la couleur argentine qui a été obſervée dans nos parhélies; car la couleur jaune & blanchâtre que les cylindres donnent par les réfractions précédentes, étant beaucoup plus brillante que le rouge, il faut néceſſairement que la première diſparoiſſe avant la ſeconde, lorſque la matière des parhelies s'affoiblit, & qu'ainſi la lumière y reſte ſans couleurs L'obſervation d'Angleterre, tirée de l'hiſtoire de *Mathieu Paris*, que l'on trouvera ci après, fait voir que ces parhélies poſtérieurs ont paru quelquefois colorés; car on y dit qu'outre le vrai Soleil, il en parut quatre autres dans un grand cercle de cou-
Fig. 178. leur cryſtalline, qui avoient une fauſſe couleur rouge. On voit clairement par la figure, que deux de ces Soleils étoient poſtérieurs, quoique cette figure ſoit d'ailleurs un peu défectueuſe.

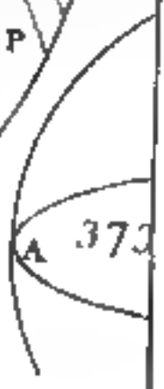
XXXII. D'où vient que ces parhélies ne paroiſſent pas de tems en tems.

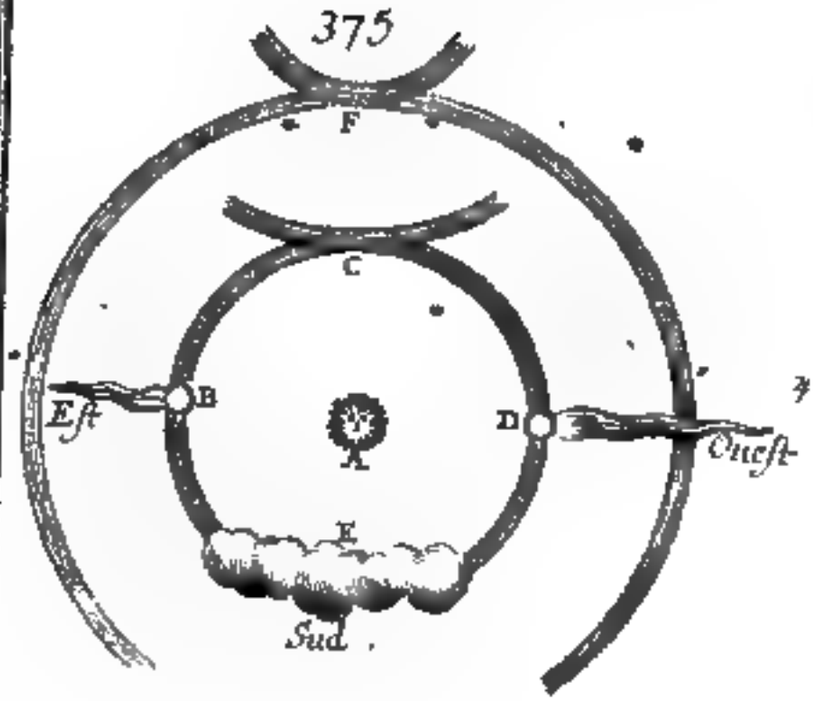
558 Cette quantité trop petite de cylindres, eſt peut-être la cauſe que dans pluſieurs obſervations on ne s'eſt pas apperçu de ces parhélies, quoiqu'on y ait vu le cercle blanc; comme dans le Phénomène Romain de 1630, dans celui d'*Hevelius* du 20e Février 1661, & dans pluſieurs autres où l'on n'a pas diſtingué les parhélies, à cauſe que leur lumière étoit trop languiſſante. On peut cependant en donner une autre raiſon; car ſi dans la partie poſtérieure du cercle blanc, les cylindres opaques au milieu des cylindres d'eau ſont trop épais, ils ne laiſſeront pas paſſer les rayons qui auroient produit ces parhélies. Car je trouve que le Soleil étant à 25°. de hauteur, ſi le diamètre du cylindre opaque eſt en plus grande raiſon au diamètre total du cylindre d'eau, que celle de 590 à 1000, on ne verra aucun parhélie poſtérieur Ainſi dans le Phénomène Romain de 1630, où le Soleil fut encore plus élevé, c'eſt-
Fig. 174. à-dire, à 28 degrés, ſi les ſeuls cylindres qui produiſirent les parhélies O & P avoient été vers les parties poſtérieures du cercle blanc, & que les autres qui produiſirent les parhélies

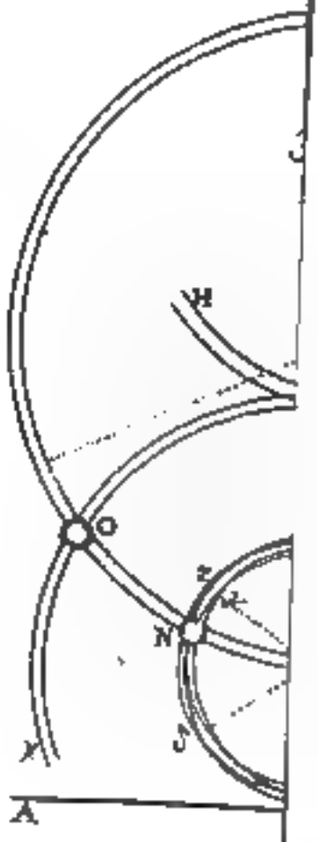
30 A

1.5.125


Nord
Cercle parallele à l'horizon
Horizon
F
371.
Pole de l'Ecliptique
K
Ouest
Est
Zenith
E
D
T
S
H
V
X
Q
R
N
P
G
A
B
C
Z
Y
I
Sud


A
373


375
F
C
Eſt
B
D
Ouest
X
E
Sud


H
O
N
A

latéraux M & N, ne ſe fuſſent pas étendus juſques-là ; les parhélies n'auroient pas pû paroître dans la partie poſtérieure du cercle blanc : puiſque dans ces cylindres la proportion du cylindre opaque au cylindre total fut environ celle de 624 à 1000. De même dans l'obſervation d'*Hevelius*, où il parut 6 parhélies, le Soleil étant à 25 degrés de hauteur, ſi les cylindres qui produiſirent les parhélies E & D s'étoient trouvés dans la partie poſtérieure du cercle, au lieu de ceux qui produiſirent les parhélies latéraux B & C, il s'en faut bien qu'on eut pû voir les parhélies poſtérieurs. Car le diamètre des noyaux de ces cylindres fut d'environ 714 parties, pendant que celui du cylindre d'eau étoit de 1000. Fig. 371.

559. Dans le Phénomène Romain, les parhélies poſtérieurs approchoient plus de la figure ſphérique que les deux latéraux, parce que quelques-uns des cylindres de l'arc L M du cercle blanc, c'eſt-à-dire, ceux qui n'étoient pas beaucoup éloignés de L & M, renvoyoient à la vérité à l'œil du ſpectateur des rayons rompus, mais ils en envoyoient beaucoup moins que ceux qui étoient en L & M. C'eſt pourquoi ces parhélies n'avoient pas de queues brillantes, comme les latéraux ; outre cela les réfractions qui ſe font dans les cylindres poſtérieurs gardent un ordre plus uniforme, parce que le cours des rayons n'eſt pas arrêté par l'obſtacle du cylindre opaque, & qu'il ne dépend que de la ſurface très-polie du cylindre d'eau : car les cylindres opaques ne ſont pas exactement égaux dans tous les cylindres ſuſpendus les uns auprès des autres, d'où réſultent des contours mal terminés & inconſtants dans les parhélies latéraux ; la queue du parhélie N avoit un mouvement de vibration, parce que les cylindres s'y portoient, tantôt en plus grand nombre, & tantôt en moindre nombre. Delà vient auſſi que la couronne D E F étoit tantôt entière dans ſa partie inférieure & tantôt rompue, & que le parhélie K devint plus brillant, lorſque celui N commença à s'affoiblir.

XXXIII. D'où vient que ces parhélies poſtérieurs n'ont point de queues ? Fig. 364.

560. Nous avons donc expliqué toutes les parties du premier phénomène qui fut obſervé à Rome, en rapportant toutes les cauſes de ſes parhélies & de ſes cercles aux cylindres demi-congelés, dont les uns étoient ſuſpendus verticalement & les autres voltigeoient ſans ordre ; & ces cauſes s'accordent ſi bien XXXIV.

avec les phénomènes, & ſont tellement liées enſemble, qu'elles s'appuyent mutuellement, & qu'on ne peut preſque pas douter que ce ne ſoient les vraies cauſes.

XXXV. Phénomene extraordinaire de 7 Soleils vûs à Dantzick par *Hevelius*.

561. Voyons maintenânt l'obſervation d'*Hevelius* du 20 Février 1661, où l'on trouve pluſieurs ſoleils & pluſieurs cercles, & quelques-uns parmi eux dans une ſituation différente des Soleils & des cercles précédents; dont la cauſe ne ſe trouvant pas dans les cylindres ſuſpendus verticalement, ni dans ceux qui voltigent ſans ordre, (car notre cylindre de verre porté de tous les côtés, ne produit que ce que nous avons obſervé dans le Phénomène Romain) il faut qu'il ſoit arrivé quelque choſe de plus dans la conſtitution de l'air. Je ferai voir néanmoins que cette différence ne vient que d'une certaine poſition des cylindres que nous n'avons pas encore examinée mais il faut auparavant rapporter le phénomène d'après *Hevelius*, & y employer les mêmes paroles & la même figure.

Obſervation de ſept Soleils à Dantzick.

L'an de N. S. 1661, *le Dimanche* 20 *Fevrier N. S vers les* 11 *heures, le Soleil s'approchant du Méridien, & le Ciel étant ſerein de toutes parts, il parut très clairement ſept ſoleils à la fois, dont les uns étoient blanchâtres, les autres de différentes couleurs; quelques-uns avoient de très-longues queues oppoſées au Soleil, qui avoient de tems en tems des mouvements de vibration avec quelques croix blanchâtres dans différents cercles, le tout ſuivant la figure & l'ordre ſuivant.*

Fig. 111. 1. *Le vrai Soleil* A, *élevé de* 25 *degrés environ ſur l'horizon, environné d'un cercle preſque entier* GBIC *de* 45 *degrés de diamètre, de diverſes couleurs, pourpre, rouge & jaune, comme l'arc-en-ciel, & dont le limbe inférieur étoit à peine de* 2° 30′ *ſur l'horizon.* 2. *A ſes deux côtés en* B *&* C *vers l'occident & l'orient, deux faux Soleils colorés, ſur-tout du côté du vrai Soleil, avec des queues très-longues & épaiſſes, mais blanchâtres & terminées en pointe.* 3. *Un autre cercle* YXHVZ *beaucoup plus grand, de preſque* 90 *degrés de diamètre, environnoit le Soleil & le petit cercle, & s'étendoit juſqu'à l'horizon. Dans ſa partie ſupérieure il brilloit fort en couleurs, aux deux côtés*

étoit un peu plus ſombre & plus mince. 4. Au haut de ces deux cercles on voyoit deux arcs renverſés, qui étoient auſſi de différentes couleurs, très élégants & très brillants. Le diamètre de l'arc inférieur QGR *étoit de 90 degrés, & celui de l'arc ſupérieur* THS *de 45°. Au milieu de l'arc inferieur en* G, *où il rencontroit le cercle* BGC, *il parut un autre faux ſoleil, mais d'une couleur & d'une lumière plus émouſſée & plus foible. 5 On vit encore un grand cercle beaucoup plus étendu que les autres, d'une ſeule couleur blanchâtre, parallele à l'horizon, & élevé par tout preſque également de 25°,* BEFDC, *ſon diamètre de 130 degrés, tirant pour ainſi dire ſon origine des faux ſoleils collatéraux* B, C *On y voyoit encore trois parhélies d'une couleur tout-à-fait argentine ou blanche : celui qui étoit à l'orient en* D, *étoit éloigné du vrai Soleil preſque de 90 degrés ; le ſecond étoit à l'occident* E, *& le troiſieme* F *au ſeptentrion, étoit parfaitement en oppoſition au vrai Soleil ; ils avoient tous la même couleur & le même éclat. Nous vîmes d'autres ſections d'un grand cercle, qui traverſoit les faux ſoleils* D *&* E *à l'orient & à l'occident, qui paſſoit par le pole de l'écliptique* K, *juſques à l'horizon* P *&* N, *& qui coupoit obliquement le cercle parallele à l'horizon & perpendiculairement l'écliptique. Ces ſections repréſentoient diſtinctement des croix blanchâtres, de manière qu'on voyoit diſtinctement ſept Soleils en même tems ; & même ſi j'avois vu plutôt ce phénomène d'un lieu élevé, je ne doute pas que je n'euſſe trouvé encore deux parhélies en* H *&* I, *& par conſequent neuf en tout. Car on en voyoit des veſtiges dans ces endroits là, qui me donnerent lieu d'en tirer cette conſequence.*

Grandeur des cercles & des arcs.

De combien de degrés les faux ſoleils blancs en ſont éloignés du vrai Soleil.

Deux croix blanchâtres.

Ce phénomène merveilleux & charmant dura depuis 10 h. 30′ juſques à 11 h 51′. mais il ne brilla pas de la même manière pendant tout le tems de ſa durée, & peu à peu il prenoit différentes formes. Au commencement vers les 11 heures, il étoit tel qu'on vient de le dire ; enſuite il dégénéra pas à pas. 1°. Le faux Soleil F *du ſeptentrion diſparut avec une partie de ſon cercle ; les autres parhélies continuerent avec leurs arcs juſques à 11 h. 10. Enſuite le faux Soleil oriental & peu après l'occidental avec leurs deux croix s'éteignirent. Quelque tems après, les deux parhélies collatéraux* B *&* C *changerent ; tantôt l'un étoit plus clair que l'autre, & avoit des couleurs plus diſtinctes*

Combien dura ce phénomène.

Comment il dégénéra.

& tantôt il étoit plus émouſſé & plus obſcur. Car à 11 *h.* 18′ *le parhélie occidental* B *etoit fort brillant, pendant que l'oriental* C *s'évanouiſſoit ; enſuite à* 11 h. 24′ *l'oriental devint très-clair ; de manière qu'on le voyoit encore diſtinctement à* 11 *h.* 40′, *tandis que l'occidental diſparut entièrement, quoique celui-ci eût toujours eu une queue plus longue que l'oriental. Car ſouvent il en étendoit la pointe à* 30 *degrés, quelquefois à* 90. *juſques au faux Soleil* E, *tandis que l'oriental* C *étendoit à peine ſa queue juſques à* 20°. *Le grand cercle vertical* Y X V Z *fut diſſipé à* 11 *h.* 30′. *mais les arcs renverſés* N & G *avec les deux parhélies* C & G *ſubſiſterent juſques à la fin.*

Longueur des queues.

Quant à la figure, pour faire mieux comprendre le phénomène, nous l'avons faite comme celle des étoiles fixes que l'on voit ſur un globe artificiel, & comme ſi nous étions placés hors du globe. Car par ce moyen tout ſe repréſente beaucoup plus clairement & plus diſtinctement Cependant le lieu de l'obſervation fut à peu près ſous le point du zenith en dedans du cercle parallele à l'horizon, & delà nous vîmes le vrai Soleil au midi, l'autre faux Soleil F *au ſeptentrion & les deux* E & D *à côté.*

De quelle manière l'auteur a figuré ce phénomène.

Que ſi vous voulez vous mettre devant les yeux ce rare phénomène un peu plus clairement ; il faut décrire du Soleil A *(dans le globe artificiel) au ſecond degré des poiſſons où il étoit alors, & à l'élevation du pole à* Dantzick, *avec un rayon de* 22 ½ *degrés, le cercle* G B I C ; *enſuite avec un rayon de* 45°. *le cercle* Y X H V Z. 3°. *Avec un rayon de* 90°. *le cercle* N E K D P, *paſſant par les deux faux Soleils blancs, à* 90°. *de diſtance du vrai Soleil* 4°. *Du zénith avec un rayon de* 22 ½ *degrés, l'arc* T H S. 5°. *Du même centre avec un rayon de* 90°. *l'arc* Q G R ; *enfin le cercle* B E F D C *parallele à l'horizon, avec un rayon de* 65°. *ce qui étant fait, on verra clairement la belle ſymmétrie & harmonie de tous ces cercles ; de manière que l'on aura par là occaſion de connoître plus aiſément, Dieu aidant, les cauſes naturelles de tous les parhélies & paraſélènes.*

Vraie manière d'exprimer ce phénomène.

XXXVI. Explication des différentes circonſtances de ce phénomène.

562. On voit dans ce phénomène comme dans celui de Rome, le grand cercle blanc, les parhélies latéraux B & C, & la couronne B G C I ; ce qui s'explique par les petits cylindres placés perpendiculairement, comme nous l'avons fait voir ; auſſi bien que les parhélies E & D, & les arcs N E, P D

qui les traverſent, par les raiſons que nous avons données art 547 & 548 : ces arcs étant partie du cercle dont le centre eſt le Soleil A, qui eſt auſſi le centre des deux autres. Or on voit clairement par les art. 549 & 560, la raiſon pour laquelle ce cercle a paru rompu vers le haut. Dans l'art. 558, nous avons expliqué comment il pouvoit arriver que les parhélies poſtérieurs ne paruſſent pas. La diſtance entre le Soleil & les parhélies E & D a dû être de 88°. 48′ Car lorſque le Soleil fut arrivé à la hauteur de 25 degrés, les parhélies latéraux de la couronne ne furent plus viſibles ; & lorſqu'ils arriverent à cette diſtance extrême, ils dûrent paroître très foibles & très-languiſſants, par rapport aux deux autres B & C. C'eſt pour cela qu'ils parurent blancs dans ce phénomène, auſſi bien que les arcs E N, D P conformément à ce que nous avons dit dans l'art 557. Le cercle Z H Y a été produit par les gouttes rondes, ou par les cylindres qui voltigeoient ſans ordre, comme on l'a dit ci-devant, art. 546, ou par une autre cauſe dont on parlera dans l'art. 567.

563 Mais ce que nous avons à examiner ici principalement c'eſt la cauſe des arcs T H S, Q G R & des parhélies G & H que l'on y voit Car nous ne parlerons pas encore du parhélie F diamétralement oppoſé au Soleil, nous le réſervons à la fin. Nous avons dit ci-devant que les exhalaiſons qui tendent de bas en haut, comme une eſpèce de vent, ſoutenoient les cylindres, & ce vent contribue beaucoup à la production & à la ſituation des mêmes cylindres. Mais outre cette ſituation des cylindres, j'en trouve encore une autre que pluſieurs doivent avoir, qui eſt le paralléliſme de leurs côtés au plan de la terre. Car quelques expériences prouvent la vérité de ce fait. Et en effet, s'il ſe forme de petits cylindres, qui par le moyen de l'eau ou de l'air ſe portent lentement en bas, ils tomberont preſque toujours dans une ſituation oblique, lorſqu'ils ſeront arrivés au point où leur viteſſe ne ſera plus augmentée. Que ſi l'eau ou l'air par où tombent ces cylindres étoient portés en haut, avec la même viteſſe qui porte les cylindres en bas, on auroit exactement les cylindres demi-aqueux qui ſont ſoutenus par l'air, de ſorte qu'il n'eſt pas douteux que pluſieurs cylindres ne prennent cette ſituation,

XXXVII. Grand nombre de cylindres placés horizontalement.

& même on pourroit conclure des expériences dont on a parlé ci-devant, que preſque tous ces cylindres s'arrêteroient dans cette ſituation oblique & très-peu dans la ſituation perpendiculaire; mais il faut faire attention que nous ne pouvons pas imiter parfaitement ce que la nature produit dans la région éthérée : car la poſition perpendiculaire des cylindres eſt aſſez prouvée par la démonſtration que nous avons donnée des effets qu'elle produit.

XXXVIII. D'où il ſuit que ces arcs étoient convexes vers le Soleil.

564. Je dis donc que ces arcs renverſés & colorés, comme QGR & THS, ont été vus par le moyen des cylindres, dont les axes n'étoient pas à la vérité paralleles entr'eux, mais qui étoient cependant paralleles au plan de la terre. Pour le comprendre, ſuppoſons le plus grand nombre de ces cylindres placés entr'eux ſans aucun ordre, & dont les axes ſont dirigés vers l'Eſt, le Sud, le Sud-Eſt, le Sud-Oueſt & tous les autres points de l'horizon Conſidérons enſuite que pour produire ces arcs, comme pour produire les parhélies latéraux, les rayons du Soleil traverſent ces cylindres par une double réfraction. Par exemple, le Soleil étant vers le Sud, les parties de ces arcs qui ſont les plus proches du Soleil, comme ici H & G, ſe forment dans les cylindres, dont les axes tournent vers l'Orient & vers l'Occident; c'eſt-à-dire, dans ceux dont les côtés reçoivent perpendiculairement les rayons du Soleil; car on ſçait par les articles précédents, que parmi tous ces cylindres, il n'y a que ceux qui ſont ainſi placés auprès du Soleil, qui renvoyent les rayons du Soleil à l'œil; & que les autres dont les axes ſont autrement placés, doivent être plus éloignés du Soleil pour faire cet effet, parce que le Soleil eſt élevé au-deſſus du plan de leur baſe, comme on le voit par la table de l'art. 543, & dans chaque poſition des cylindres, il doit arriver, que plus ils s'écarteront de la poſition orientale & occidentale, plus les parties des arcs qu'ils produiront, ſeront éloignées de celle du milieu. En cherchant par curioſité & avec attention la figure de ces arcs, j'y trouve cette différence; lorſque le Soleil eſt à l'horizon, les arcs renverſés qui touchent les cercles l'un de 45°. & l'autre de 90°. ſont ſemblables aux arcs de la fig. 372. Le moindre reſſemble à deux cornes, &

ſa couleur rouge eſt toujours tournée vers le Soleil. Cette même figure repréſente auſſi les arcs qui paroiſſent, lorſque le Soleil eſt élevé ſur l'horizon de 10, 20, 30, 40 degrés. Par où l'on voit que ces arcs ſont à la vérité dans leur milieu, ſemblables à une portion de cercle, mais qu'ils ont une inflexion contraire vers leurs extrêmités : cependant comme les cylindres qui produiſent l'arc du milieu, reçoivent plus directement, comme nous l'avons dit, la lumière du Soleil, il n'eſt pas ſurprenant qu'il n'y ait ſouvent que la partie du milieu qui paroiſſe, comme étant la plus brillante.

XXXIX. Explication des parhélies dans les arcs renverſés.

565. Les parhélies qui paroiſſent exactement dans le milieu de ces arcs comme ici en G, ne ſont autre choſe que la partie la plus brillante de ces arcs ; c'eſt pour cela que ces parhélies ne paroiſſent jamais tout-à-fait diſtincts, ni fort brillants au-deſſus des parties voiſines de ces arcs, auſſi *Hevelius* dans toutes ces ſortes d'images qu'il a obſervées, ſçavoir deux parhélies & une paraſélène, a remarqué qu'elles étoient plus obſcures, plus émouſſées, & d'une lumière plus foible. Il dit auſſi qu'en H le parhélie fut douteux, & la raiſon pour laquelle la partie du milieu parut un peu diſtincte du reſte de l'arc eſt peut-être celle-ci ; il ſe trouva dans l'air une grande quantité de cylindres couchés à la vérité, mais fort courts, & qui par conſéquent avoient peu de ſurface cylindrique, ou n'en avoient point, & reſſembloient à un ſphéroïde oblong outre cela nous voyons dans les obſervations d'*Hevelius*, qu'à meſure que le Soleil, ou la Lune, auſſi bien que la couronne étoient plus élevés au-deſſus de l'horizon, ces arcs renverſés paroiſſoient plus plans. Car dans ſon obſervation des paraſélènes où la Lune étoit élevée de 26 ou 27 degrés ſur l'horizon, l'arc de la première couronne étoit partie d'un très-grand cercle, tout comme dans le phénomène des 7 Soleils ; mais dans celui du 6 Avril, & du 17 Décembre 1660, où la hauteur du Soleil ou de la Lune n'étoit que de 12 ou 13 degrés, ces arcs furent parties de cercles beaucoup plus petits. Il eſt vrai que l'obſervation d'*Hevelius* repréſente le haut de ces arcs, moindre que notre calcul ne l'exige ; mais cela vient de ce que des arcs auſſi élevés ſur l'horizon, trompent néceſſairement la vue ; de manière qu'ils paroiſſent parties d'un

Fig. 374.

Fig. 374, 377.

cercle beaucoup moindre qu'il n'eſt en effet. Car ce que nous avons dit dans l'art. 555, fait voir que le même cercle placé au-deſſus de notre tête, ne paroît que la moitié de ce qu'il paroîtroit à l'horizon ; ce qui eſt également vrai des parties des arcs.

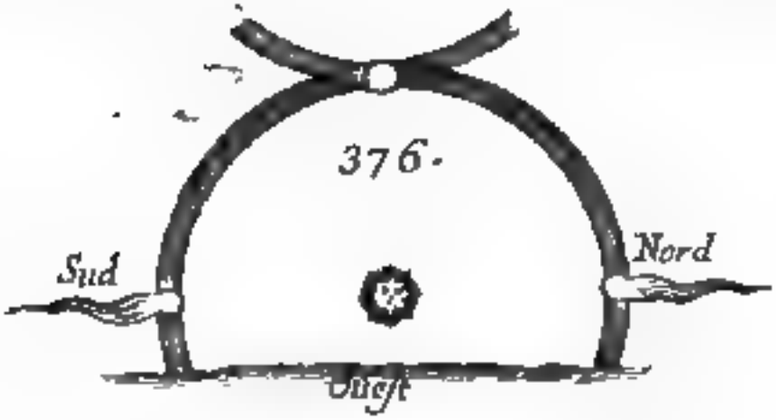
XI. Arcs renverſés ſous celui de la couronne.

566. Les arcs qui ſelon notre hypothèſe devroient être adhérants à la partie inférieure de la couronne intérieure, auroient pu être remarqués dans les deux obſervations d'*Hevelius*, l'une du 30 Mars en 1660, & l'autre des 7 Soleils, & même ils parurent en quelque manière, du moins dans la ſeconde, car il dit que l'on vit en l'les traces d'un parhélie ; mais le défaut de la matière qui s'étend rarement juſques là, fut cauſe que l'on n'y vit qu'une lumière foible.

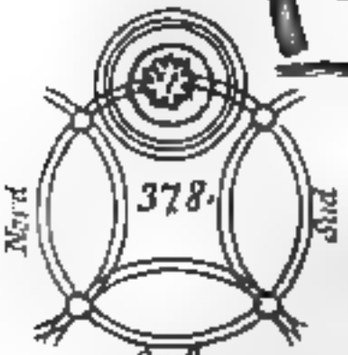
XII. Trouver la figure des arcs renverſés.

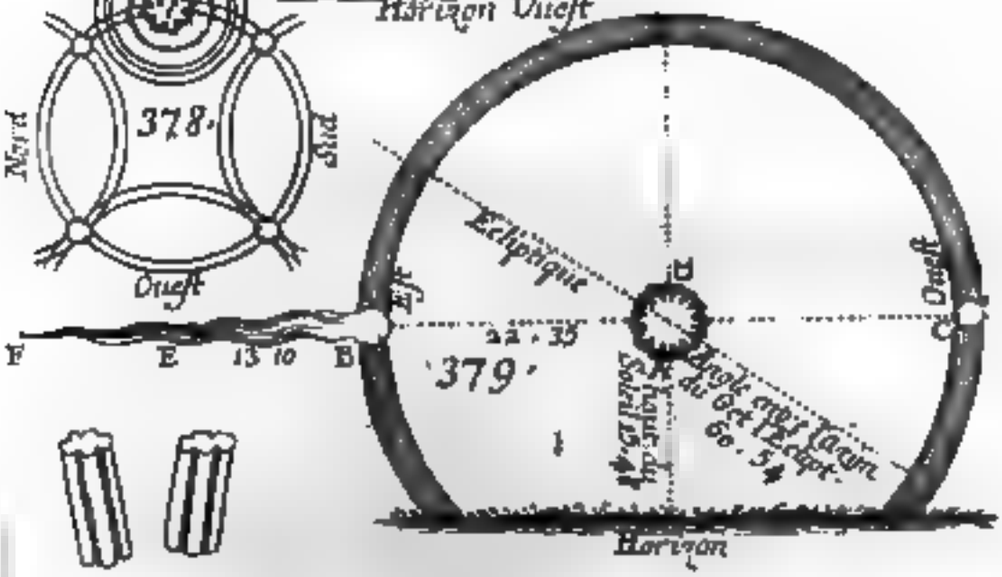
Fig. 371.

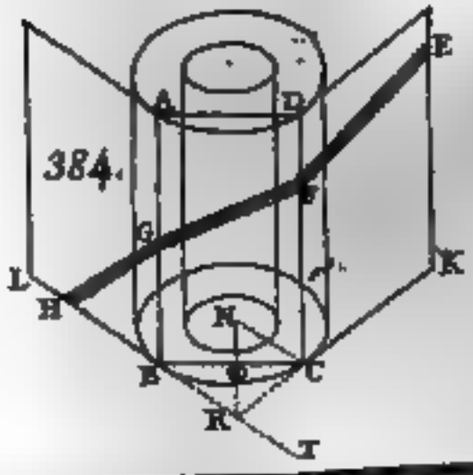
567. Voici la manière de trouver les figures de ces arcs. Décrivez ſur une ſphère A B C, ſous le pole B, un grand cercle A D, qui repréſente l'horizon, décrivez enſuite le vertical B D qui paſſe par le Soleil que l'on ſuppoſe en E, de manière que l'arc D E ſoit d'autant de parties qu'en avoit la hauteur du Soleil dans l'obſervation. Si donc, on veut trouver l'arc renverſé qui touche la moindre couronne, on prendra dans le vertical B E D, les arcs E F, E G de 22 degrés ; & les points F & G ſeront les parties ſupérieures & inférieures de la couronne, & en même tems les points moyens des arcs renverſés que nous cherchons. Or pour trouver les autres points, qui viennent des cylindres diverſement ſitués ; il faut conſidérer pluſieurs cylindres couchés dont le plan de la baſe eſt parallele à quelque cercle vertical, comme M B, & décrire par le Soleil un parallele H E K à ce cercle. Si l'on ſe rappelle ce que nous avons démontré ci-devant au ſujet des petits cylindres ſuſpendus perpendiculairement, & ſi l'on prend le cercle M B pour l'horizon, au centre duquel N le ſpectateur ſoit placé ; ſi de plus on prend le parallele H E K pour le cercle blanc qui paſſe le Soleil ; l'arc H M ſera la hauteur du Soleil au-deſſus de l'horizon M B, & au-deſſus du plan de la baſe des cylindres, dont il s'agit ; car nous avons ſuppoſé leurs baſes paralleles au cercle M B. Ce qui étant ainſi, il eſt conſtant que dans le cercle H E K, on ne doit prendre que les points K & L où l'on devroit voir les parhelies latéraux dans les cylin-

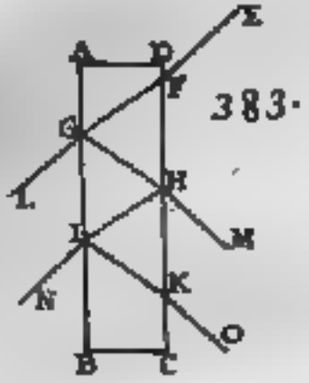

376.
Sud
Nord
Ouest

377.
Sud
Nord
Horizon Ouest


378.
Nord
Sud
Ouest


Ecliptique
Ouest
22 . 35
379.
Horizon


384.


383.

dres ; ce qui n'eſt pas difficile au moyen de la table de l'art. 543. Soit, par exemple, l'arc H M que l'on ſuppoſe être ici la hauteur du Soleil au deſſus des bases des cylindres, de 30 degrés, la table fait voir que les arcs E K, E L ſont chacun de 28°. 48'. Et ainſi connoiſſant les deux points K & L, nous avons en même tems les deux points requis, l'un dans l'arc renverſé inférieur & l'autre dans l'arc ſupérieur ; & par la même méthode, on peut trouver un ſi grand nombre de points ſemblables, que l'on aura enfin l'inflexion de ces arcs. On trouvera de la même manière les arcs renverſés qui touchent le plus grand cercle. Mais avant que d'abandonner l'examen de ce phénomene, on doit remarquer que ces cylindres couchés ont pu être la cauſe du cercle Z H Y, quoique dans l'art. 562, nous l'ayons attribuée aux petits cylindres qui voltigent ſans ordre, ou aux gouttes rondes demi-fondues. Car comme nous avons fait voir, art. 547, de quelle manière les cylindres perpendiculaires peuvent produire une couronne, de même ces cylindres couchés auront le même effet ſi leurs extrêmités ſont terminées en demi-ſphères ou en demi-ellipſes : il eſt même vraiſemblable que cela eſt arrivé ici, puiſque nous voyons que le cercle Z H Y s'étend de part & d'autre du parhélie H, & que la même choſe eſt arrivée dans d'autres parhélies, comme nous aurons occaſion de le remarquer ; car cela ſemble nous indiquer que les mêmes cylindres couchés produiſent, & ces cercles & les arcs renverſés. Fig. 372.

568. Ce qui étant compris, il n'y a rien qui puiſſe nous arrêter dans la ſeconde obſervation de *Scheiner* en 1630, où parurent 6 Soleils, & que nous donnerons ci-après. Il faut remarquer ſeulement que les parhélies O & P parurent dans les interſections de la grande couronne & du cercle blanc, parce que les cylindres droits furent la matière de cette couronne, comme on l'a fait voir ci-devant, art. 547 ; cependant comme le parhélie ſupérieur R ſe trouve dans la même couronne, il peut ſe faire que la partie ſupérieure de la couronne ait été auſſi compoſée de cylindres couchés, comme on vient de le dire. Si l'on n'a point remarqué d'arc renverſé au travers du parhélie Q, cela vient peut-être de ce qu'il étoit peu étendu de part & d'autre, & qu'il ne parut pas aſſez s'écarter de la

XLII Explic. de l'obſervation de *Scheiner* en 1630.

Fig. 374.

couronne ☉ Q ♯ : car dans cette hauteur du Soleil de 28 ½ degrés, cet arc ſe courbe fort peu vers le haut, puiſque nous avons vu que dans la hauteur de 27 degrés il devient très-plan. Quant au double cercle intérieur, que l'on voit ici, nous en avons donné la raiſon dans l'art. 548

XLIII. Explication de trois autres phénomènes obſervés par *Hevelius*.

Fig. 175, 176, 177.

569. On voit clairement par ce qui a été dit, la cauſe des trois autres phénomènes qu'*Hevelius* a obſervé le 30 Mars, le 6 Avril & le 17 Décembre; excepté que dans le dernier on vit une croix blanche, compoſée de deux poutres, l'une droite, & l'autre en travers, qui ſe coupoient dans le diſque même de la Lune Mais la cauſe de cette croix ſe trouve dans les mêmes cylindres droits & obliques, qui étant ſuſpendus dans l'air, ont produit les paraſélènes & les cercles: car premièrement la poutre tranſverſale n'étoit autre choſe qu'une partie du grand cercle blanc, qui traverſe ordinairement le Soleil & dont on a parlé dans l'art. 539. C'eſt, ou la rareté de la matière, c'eſt-à-dire, des petits cylindres droits, ou le trop grand éclat de la lumière du Soleil ou de la Lune, qui eſt cauſe qu'on ne les voit pas toujours avec les parhélies ou paraſélènes latéraux, comme je l'ai déjà remarqué, art. 540.

XLIV. Explication de la poutre verticale.

Fig. 177.

570 Quant à l'autre poutre qui étoit perpendiculaire à l'horizon, elle fut produite par la réflexion des rayons de la Lune dans les petits cylindres couchés, qui produiſirent ici encore les arcs renverſés, comme nous l'avons dit ci-devant. Et comme les côtés & les axes de ces cylindres n'étoient pas paralleles entr'eux, mais ſeulement au plan de la terre, il s'enſuit néceſſairement que la Lune étant peu élevée, comme elle l'étoit alors, (car elle ne l'étoit que de 12 degrés) une grande multitude de ces cylindres, qui s'élevent depuis l'horizon juſques à une certaine diſtance au-deſſus de la Lune, avoient dans cette poutre perpendiculaire le point qui réfléchit la lumière à l'œil; cette poutre devoit être très-étroite auprès de la Lune & mieux terminée qu'ailleurs, & ſa partie inférieure entre la Lune & l'horizon plus parfaite que celle que l'on voyoit un peu au-deſſus de la Lune, où elle ſe dilatoit néceſſairement & ſe diſſipoit La figure fait voir que tout cela eſt arrivé dans ce phénomène; excepté ſeulement que cette poutre verticale produite par la réflexion des cylindres n'a

n'a pas pu être auſſi bien terminée que la figure le repréſente, parce que dans pluſieurs des cylindres couchés, le point qui réfléchit la lumière, a du paroître hors de cette poutre; mais la plûpart néanmoins dans la poutre même. Or on peut faire voir par la figure 373, que cette poutre devoit être éclairée. Car ſoit, comme on l'a dit ci-devant, A D C l'horizon, E la Lune, dont la hauteur, c'eſt-à-dire, l'arc E D du cercle vertical ſoit de 12 degrés; ſoit un cercle vertical B M que l'on ſuppoſe parallele aux baſes d'une certaine portion de cylindres couchés & le cercle H E K parallele à B M; ce cercle H E K ſera celui dans lequel le ſpectateur placé en N ne peut voir que la lumière de cette portion de cylindres. De même toute autre portion de cylindres placée autrement, aura ſon cercle lumineux qui paſſera par la Lune E juſques à l'horizon. Or comme ce cercle K E H, formé par les parties voiſines de la Lune, s'approche beaucoup du vertical de la Lune; il en eſt de même d'une grande quantité d'autres cylindres, ce qui fait que l'on voit comme une colonne lumineuſe dans le vertical B D où eſt la Lune. Or plus la Lune ſera baſſe, & plus la colonne ſera brillante & ſenſible; parce qu'alors pluſieurs de ces cercles lumineux ſe reſſerrent dans un moindre eſpace, & qu'en même tems il y a une plus grande multitude de cylindres entre nous & la Lune, que lorſque la Lune eſt plus élevée au-deſſus de l'horizon.

XLV. Explication d'un autre météore de la même eſpèce.

571. On pourroit rapporter à la même cauſe une eſpèce de météore qui fut obſervé par *Chriſtop. Rothman* à *Caſſel* le 2 Janvier 1586, & qu'il décrit en cette manière (*Voyez ſa deſcription de la Comète de* 1585) *Il parut dans l'aurore avant le lever du Soleil* (*car le Ciel étoit ſerein autour de l'horizon*) *une colonne droite qui étoit placée exactement dans un cercle vertical; ſa largeur étoit auſſi grande que le diamètre du Soleil. Vous auriez dit que c'étoit l'embraſement de quelque Village au-delà des montagnes; car elle étoit toute enflammée, & ne différoit de la flamme ordinaire, qu'en ce qu'elle étoit d'une épaiſſeur égale par-tout. On vit un peu après dans cette colonne l'image du Soleil, qui étoit fort ſemblable au vrai Soleil. A peine reſtoit-il encore un pouce de cette image ſous l'horizon, lorſque le vrai Soleil ſe leva dans la même colonne, lequel étoit ſuivi*

de même par un autre faux Soleil. Cette colonne avec ſes trois Soleils qui ſe touchoient, reſta, pour ainſi dire, toujours droite dans un cercle vertical, comme le quart de cercle le faiſoit voir. Et ces trois Soleils étoient de la même forme, excepté que le vrai qui étoit au milieu, ſurpaſſoit les autres par ſon éclat. Ils reſterent avec la colonne pendant près d'un quart d'heure, juſques à ce qu'un nuage noir qui venoit d'en haut, les cacha.

La réflexion des cylindres couchés fut la cauſe de ce phénomène ; à moins qu'on ne diſe, à cauſe des images du Soleil, qu'il y eut une grande quantité de petits cylindres perpendiculaires, qui portoient à leurs extrêmités ces petites étoiles que *Deſcartes* a vu tomber. Car ces cylindres quoique voltigeants ſéparément dans l'air, (c'eſt ainſi que je les ſuppoſe), étant ſuſpendus par l'air qui tend en haut, doivent communément garder la poſition perpendiculaire dans laquelle ils ont été produits ; mais non pas avec tant d'exactitude qu'ils ne puiſſent pas s'en écarter un peu. Ainſi ces petites lames étoilées ſont autant de petits miroirs plans, qui réfléchiſſent les rayons du Soleil à angles égaux, de manière que l'on a vu la partie ſupérieure de la colonne avec le parhélie qui y brilloit, par le moyen de la réflexion des baſes inférieures des cylindres, & le parhélie inférieur avec la partie inférieure de la colonne, par le moyen de la réflexion des baſes ſupérieures. Or j'ai dit que ces cylindres ne reſtoient pas tellement perpendiculaires qu'il n'y en eut quelques-uns d'un peu inclinés, par exemple, d'un ou deux degrés ; car s'ils étoient tous droits, & que leurs baſes fuſſent planes & paralleles à l'horizon, aucune reflexion des rayons du Soleil produite par ces baſes ne viendroit juſqu'à l'œil.

Le reſte manque dans l'original.

APPENDIX.

Qui contient les Obſervations citées ci-devant & la Démonſtration des Tables.

I. *Obſervation des Couronnes & Parhélies, par* Scheiner *en* 1630.

572. LE diamètre de la couronne MQN auprès du Soleil étoit d'environ 45 degrés, & celui de la couronne plus éloignée ORP étoit d'environ 95°. 20′. Elles étoient colorées comme le principal arc-en-ciel, mais le rouge étoit auprès du Soleil, & les autres couleurs dans l'ordre ordinaire. Les largeurs de tous les arcs étoient égales entr'elles, & moindres d'un tiers environ que le diamètre du Soleil, comme on l'a repréſenté dans la figure; quoique je ne puis pas aſſurer que le cercle blanc OGP parallele à l'horizon ne fût un peu plus large que l'autre. Les deux parhélies M, N étoient aſſez vifs; mais les deux autres en O & P n'étoient pas ſi brillants: M & N avoient une couleur de pourpre auprès du Soleil & étoient blancs dans les parties oppoſées; O & P étoient entièrement blancs. Ils différoient tous dans leurs durées. Car P qui ne brilloit que fort peu & très-foiblement, diſparut le premier de tous, étant couvert d'un amas de nuages fort épais. Le parhélie O continua conſtamment pendant un long eſpace de tems, quoiqu'il fût fort languiſſant. Les deux parhélies latéraux M, N parurent conſtamment trois heures de ſuite M fut dans un état languiſſant, & diſparut le premier après beaucoup de combats; mais N continua au moins une heure après. Quoique je ne le viſſe pas finir totalement, je ſuis aſſuré que c'eſt le ſeul qui accompagna le vrai Soleil pendant long-tems, ayant échappé aux nuages & aux vapeurs qui éteignirent les autres. Il diſparut enfin par la chute de quelques gouttes de pluye. Ce phénomène fut obſervé au moins pendant quatre heures & demie, & comme il parut dans ſa perfection au commencement de l'obſervation, je ſuis perſuadé qu'il a duré pendant plus de cinq heures.

Extrait des œuvres de Gaſſendi, T. 6. p. 401.

Fig. 374.

Les parhélies Q & R étoient ſitués dans un plan vertical qui traverſoit l'œil en E, & le Soleil en G, & dans ce vertical les arcs C R H, O R P ſe coupoient ou ſe touchoient mutuellement. Ils étoient quelquefois plus brillants, & enſuite plus languiſſants que les autres ; mais leur figure & leur couleur blanche n'étoient pas auſſi parfaites. Ils varioient de grandeur & de couleur ſelon la différente température de la lumière du Soleil en G, & de la matière qui la recevoit en Q & R ; & par conſéquent leur lumière & leurs couleurs étoient preſque toujours flottantes, & comme dans un combat continuel. Je remarquai en particulier qu'ils parurent preſque les premiers & les derniers de tous les parhélies, excepté celui qui étoit en N.

La hauteur de Q au-deſſus de l'horizon, étoit le matin au commencement de l'obſervation 49°. 40′ ; celle de R, 76°. 10′ ; celle du vrai Soleil 28°. 30′. Et ainſi la hauteur de Q au-deſſus du Soleil étoit 21°. 10′, & celle de R, 47°. 40′. Il y avoit un vent de Nord au commencement de ces obſervations ; mais peu à peu il tourna à l'Eſt & enſuite au Sud. Cependant ce vent ne produiſit pas de grandes ni de longues pluyes. Pendant les quinze jours qui ſuivirent, le Ciel parut toujours embrumé, & chaque jour avant midi, le Soleil paroiſſoit faire des efforts pour produire de nouveaux Soleils, mais ce fut en vain, ſoit faute de matière, ou parce qu'elle n'étoit pas bien diſpoſée En effet, je vis dans le cercle vertical pendant long-tems des commencements évidents de parhélies, & le mouvement réciproque des parhélies latéraux. L'iris O R P paroît avoir été la portion d'un ſimple cercle concentrique au Soleil ; mais vers ϰ & ι, il ne touchoit pas entièrement l'horizon A B, & les longueurs des arcs O ϰ, P ι étoient variables. Les arcs ϛ Q α, β Q γ, δ, ζ qui étoient les plus proches du Soleil, paroiſſoient à l'œil compoſer une ſeule circonférence, mais elle étoit confuſe, & elle avoit des largeurs inégales. Elle n'étoit pas toujours la même, mais elle flottoit continuellement. Dans la réalité, elle étoit compoſée des arcs qui ſont marqués dans la figure, comme je m'attachai à l'obſerver exactement. Les cornes H R C paroiſſoient être le ſegment d'un petit demi-cercle qui touchoit le

grand cercle O R P dans une position contraire par un nœud en R commun aux deux. Les arcs ϛ Q α, β Q ϗ se coupoient mutuellement dans un nœud en Q & formoient dans ce nœud un parhélie. Les parhélies M, N prenoient leur origine dans les intersections communes M, N de l'iris ϝ ϟ ϛ & du cercle blanc O N M P. La partie Nord du Ciel étoit plus pure que la partie Sud, laquelle étant chargée de vapeurs déliées fournissoit plus de matière à cette apparence.

II. *Observation faite par* Hevelius *d'une paraſélène à Dantzick, en* 1660 *le* 30 *Mars.*

573. Au commencement à une heure après minuit, la Lune A étoit environnée d'un cercle entier blanchâtre B C D E; dans lequel il y avoit deux fausses Lunes en B & D, aux deux côtés de la Lune. Elles étoient de différentes couleurs, & lançoient de tems en tems leurs rayons fort loin; ces rayons étoient blanchâtres & avoient des mouvements réciproques. Celle qui étoit à main gauche, étendoit sa queue vers la cuisse du Serpentaire, & celle qui étoit à droite, l'étendoit vers Jupiter, comme on voit dans la figure. Un peu après sur les deux heures, il parut un grand cercle qui environna le petit & s'étendit jusqu'à l'horizon. Le haut de chaque cercle étoit surmonté par des arcs renversés & colorés comme l'arc-en-ciel. L'arc inférieur C étoit la portion d'un grand cercle & l'arc supérieur F, celle d'un petit cercle. Ce phénomène extraordinaire dura près de trois heures. Le grand cercle extérieur fut le premier qui disparut; ensuite le grand arc renversé en C; peu après le petit arc en F; & enfin le cercle intérieur B C D E. Le diamètre du cercle intérieur aussi bien que de l'arc supérieur étoit de 45 degrés; celui du cercle extérieur & de l'arc inférieur étoit de 90 degrés. Fig. 573.

III. *Observation de Parhélies en* 1660 *le* 6. *Avril par* Hevelius.

574. A cinq heures & demie du soir, pendant que le Soleil s'approchoit de l'horizon, il parut entouré d'arcs de cercle de différentes couleurs, comme l'arc-en-ciel. Il y avoit Fig. 574.

dans cette couronne aux côtés opposés du Soleil, deux parhélies de diverses couleurs ; ils avoient de longues queues blanchâtres opposées au Soleil. Auprès du Zénith où cette couronne étoit un peu foible & languissante, il y avoit un autre arc renversé, qui étoit aussi coloré & qui portoit au milieu un troisième parhélie un peu obscur. Ce phénomène dura demi-heure jusques au coucher du Soleil, le Ciel étant fort serein. L'arc renversé & le parhélie supérieur disparurent les premiers ; & ensuite le parhélie qui étoit à main gauche ; mais le 3e. parhélie ne se coucha qu'avec le vrai Soleil. Le diamètre de la couronne tout autour du vrai Soleil étoit d'environ 45 degrés, autant que je pus en juger à la vue simple.

IV. *Observation d'une Paraselène vûe par* Hevelius *à Dantzick, le 17 Décembre* 1660.

Fig. 177. 575. Le premier jour après la pleine Lune à 6 heures & demie du matin, la Lune étant à 12 degrés de hauteur, je la vis à l'Ouest avec trois fausses Lunes tout autour, en cette manière. L'air étant fort serein, je vis d'abord la Lune environnée d'une double couronne (fort proche de son corps comme la figure d'*Hevelius* semble l'indiquer). Ces couronnes étoient teintes de couleurs fort belles & fort vives. Il y avoit de chaque côté de la Lune deux arcs d'un grand cercle d'environ 45 degrés de diamètre. Ils étoient aussi colorés comme l'arc-en-ciel, & ils s'étendoient jusques à l'horizon. Il y avoit dans ces deux arcs deux fausses Lunes avec des queues longues & très-blanches. Celle qui étoit à main gauche étoit proche de Procyon, & sa queue étoit un peu plus courte ; & celle qui étoit à main droite avoit une queue très longue. Dans la partie supérieure où ces arcs colorés se rencontroient, il y avoit un autre arc renversé & diversement coloré, avec une troisième fausse Lune au milieu, & elle étoit un peu plus obscure que les deux autres. De plus, ce qui étoit fort extraordinaire, on voyoit une grande croix blanche, rectangulaire qui coupoit le disque de la Lune & dont la partie inférieure s'étendoit jusqu'à l'horizon ; mais elle ne touchoit pas tout-à-fait la couronne par les côtés, comme on le voit dans la figure.

Elle étoit d'ailleurs ſi brillante & ſi forte, qu'on la vit clairement juſques au lever du Soleil; mais les fauſſes Lunes & leurs arcs diſparurent un peu plutôt.

V. *Obſervation extraite de l'hiſtoire de* Mathieu Paris.

576. On vit en *Angleterre* un ſigne merveilleux le 8ᵉ Avril 1233 la 17ᵉ année du regne d'Henri III. Il dura depuis le lever du Soleil juſques à midi ..... Dans le même tems, c'eſt-à-dire, le 8ᵉ Avril environ à la premiere heure, aux extrêmités d'*Herefordshire* & de *Worceſtershire*, on vit dans le Ciel outre le vrai Soleil, quatre faux Soleils de couleur rouge, avec un certain grand cercle de couleur de cryſtal, large d'environ deux pieds, qui environnoit, pour ainſi dire, toute l'*Angleterre*. Il s'élevoit des demi-cercles à côté de ce grand cercle, & les quatre faux Soleils étoient placés dans leurs interſections. Le vrai Soleil étoit à l'Eſt, & l'air étoit fort ſerein. Comme on ne peut pas décrire par un ſimple diſcours ce prodige monſtrueux, je l'ai repréſenté par une figure, qui marque les cercles qui partageoient le Ciel. Pluſieurs ont dépeint de cette maniere cette apparence, étant frappés de la nouveauté du prodige. Fig. 378.

VI. *Vraie Deſcription d'un Parhélie vû à* Leyde *le* 14 *Janvier* 1653 *entre une & deux heures après midi, & obſervé dans l'Obſervatoire Académique par* Sam. Char. Kechelius d'Hollenſtein.

577. BDC étoit un cercle blanc de preſque 35′ de largeur, la hauteur du point le plus élevé D étoit de 38°. 23′. Son centre étoit dans le Soleil, dont la hauteur étoit de 15°. 48′, c'eſt-à-dire, à 1 heure 36 minutes; ſon Azymuth étant vers l'Oueſt 23°. 40′ & l'angle formé par ſon vertical & par l'écliptique 60°. 54′. Les faux Soleils B, C étoient oblongs & inégaux à la diſtance de 22°. 35′ de chaque côté du Soleil, & ils avoient la même hauteur que le Soleil. Le parhélie occidental en C étoit le plus foible des deux & de jaune étant devenu blanc, il diſparut le premier. L'oriental en B Fig. 379.

étoit plus brillant avec un arc lumineux opposé au Soleil ; il étoit coloré de pourpre, de rouge & de jaune, la figure de sa queuë B F étoit conique, longue de 27 degrés & le parhélie étoit la base du cone. La partie B E avoit 13°. 10′ de longueur & étoit composée d'une lumière brillante jaune & rouge ; l'autre partie E F étoit blanchâtre & elle disparut avant le parhélie. Ce parhélie dura près d'une demi-heure, & un quart d'heure après le faux Soleil C. La couronne disparut un peu après.

VII. *Observation d'*Hughens *le* 13 *Mai* 1652.

578. J'observai un cercle autour du Soleil. Le Soleil étoit son centre. Il avoit environ 46 degrés de diamètre, & sa largeur étoit la même que celle de l'arc-en-ciel ordinaire Il avoit aussi les mêmes couleurs, quoique fort foibles, & qu'on pût à peine les distinguer ; mais elles étoient dans un ordre renversé, le rouge étant auprès du Soleil & le bleu fort délayé & blanchâtre. Tout l'espace en dedans du cercle étoit rempli par une vapeur plus obscure que le reste de l'air ; jusqu'à tel point que le Ciel en étoit obscurci, comme par un nuage léger & mince ; quoique le bleu du Ciel parut à travers. Les vents étoient au Nord, mais fort doux.

Tel est le traité d'*Hughens* sur les couronnes & parhélies.

Démonstration de la construction des Tables & de quelques autres Propositions mathématiques rélatives à la Dissertation précédente.

Proposition I.

579. *Un rayon du Soleil réfléchi par un plan vertical, fait avec l'horizon le même angle que le rayon incident, ou le Soleil vu par la réflexion d'un plan vertical paroît à la même hauteur que lorsqu'il est vu directement.*

Fig. 380. Soient E F & E G un rayon incident & réfléchi par le plan vertical L I, & soit un plan M F E G N qui passant par les rayons incidents & réfléchis, coupe le plan réfléchissant à angles droits dans la droite M N. D'un point quelconque G du rayon réfléchi,

réfléchi, abaiſſez G N perpendiculaire à M N & prolongez cette ligne au travers du plan L I juſques à ce quelle rencontre le rayon incident F E prolongé au travers en *g*. Enfin ſoit P G N *g* un plan horizontal qui coupe la ligne verticale O E P en P Puiſque donc les angles M E F, N E G ou N E *g* qui ſont les compléments des angles d'incidence & de réflexion, ſont égaux entr'eux, & puiſque la ligne G N *g* eſt perpendiculaire à M N & diviſée également par la ligne horizontale P N, les triangles N P G, N P *g* ſeront égaux. Donc auſſi les triangles P F G, P E *g* étant tous deux rectangles en P ſont égaux Et ainſi les angles P *g* E, P G E, qui ſont les hauteurs des rayons incidents & réfléchis, ſont égaux C Q. F. D.

580. *Coroll.* 1. Donc les plans verticaux P E *g*, P E G qui paſſent par les rayons incidents & réfléchis, ſont également inclinés au plan réfléchiſſant L I ; leur inclinaiſon étant meſurée par les angles égaux N P *g*, N P G.

581. *Coroll* 2. Et ſi l'on voit le Soleil par des rayons qui ſoient ſucceſſivement réfléchis des côtés convexes ou concaves d'un nombre quelconque de cylindres, dont les axes ſoient verticaux, il paroîtra à la même hauteur que s'il étoit vu par des rayons directs. Car ſi l'on conçoit que le plan L I touche le côté du cylindre le long de la ligne verticale O E P, la réflexion faite en E par le cylindre ſera préciſément la même que ſi elle étoit faite par le plan tangent (art. 19).

582. *Coroll* 3. Donc auſſi le Soleil étant vu par des rayons réfléchis ſucceſſivement d'un nombre quelconque de plans verticaux, paroîtra à la même hauteur que s'il étoit vu par des rayons directs.

PROPOSITION II.

583. *Si un rayon du Soleil eſt rompu par un plan vertical dans une poſition quelconque, le ſinus de la hauteur du rayon incident au-deſſus de l'horizon, ſera au ſinus de la hauteur du rayon rompu, en raiſon donnée du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction.*

Car ſoit M N le plan vertical réfringent ; E F un rayon Fig. 321.

incident & F G un rayon rompu. Si l'on ſuppoſe E F par-devant & F G par derrière le plan M N, ſoit un plan E I F G Q qui paſſe par les rayons E F, F G & qui coupe le plan M N à angles droits dans la ligne I Q. Ce plan étant celui où ſe fait la réfraction, prenez F E & F G de longueurs égales quelconques, & abaiſſant E I & G Q perpendiculaires au plan M N, l'angle I E F ſera égal à l'angle d'incidence & F G Q à l'angle de réfraction, dont les ſinus ſeront F I, F Q. Menez la ligne verticale D F C, & que les deux plans horizontaux, qui paſſent par les lignes horizontales I E, G Q, ſoient repréſentés par les triangles D E I, C Q G; les angles F D I, P D E auſſi bien que F C Q, F C G ſeront des angles droits, & par conſéquent les triangles F D I, F C Q ſeront ſemblables. Donc F I : F Q : : F D : F C. C'eſt-à-dire, le ſinus d'incidence eſt au ſinus de réfraction, comme le ſinus de l'angle F E D, hauteur du rayon incident, eſt au ſinus de F G C, hauteur du rayon rompu. Car on a pris F E = F G & F D E, F C G ſont des plans verticaux. C. Q. F. D

584. *Coroll.* Donc la hauteur apparente du Soleil vu par réfraction au travers d'un plan vertical, eſt toujours la même qu'elle ſeroit ſi le plan réfringent étoit tellement ſitué, que le plan d'incidence fût auſſi un plan vertical, auquel cas les ſinus des hauteurs du rayon incident & du rayon rompu, ſeront les ſinus mêmes d'incidence & de réfraction.

PROPOSITION IV.

585. *Dans toute hauteur donnée du Soleil, les ſinus des angles, que les plans verticaux menés par le rayon incident & par le rayon rompu, forment avec un plan vertical perpendiculaire au plan vertical réfringent, ſont en raiſon donnée, compoſée de la raiſon directe des ſinus des hauteurs du rayon incident & du rayon rompu, & de la raiſon inverſe de leurs coſinus.*

Tout ſubſiſtant comme dans la propoſition précédente, prolongez le rayon incident E F le long du plan de réfraction F G Q, juſques à ce qu'il coupe G Q en L; la ligne qui joint les points L, C, ſera la ſection horizontale du plan vertical

F C L, qui paſſe par le rayon incident E F, & la ligne C G ſera la ſection horizontale du plan vertical F C G qui paſſe par le rayon rompu F G. Enfin G Q ſera la ſection horizontale d'un troiſième plan vertical que l'on conçoit perpendiculaire au plan réfringent M N. Donc les inclinaiſons des deux premiers plans avec le dernier, ſeront meſurées par les angles C L Q, C G Q. Or dans le triangle C L G, le ſinus de l'angle C L G ou de C L Q, eſt au ſinus de C G Q, comme C G eſt à C L (art. 221) ou : : D F × C G : D F × C L = C F × D E, parce que D F : C F : : D E : C L. Or la raiſon de D F × C G à D F × C L eſt compoſée de celle de D F, ſinus de l'angle D E F qui meſure la hauteur du rayon incident, à C F ſinus de l'angle C G F qui meſure la hauteur du rayon rompu, & de la raiſon de C G coſinus du dernier angle, à D E coſinus du premier. C. Q. F. D.

586. *Coral* Donc en prenant I à R pour la raiſon des ſinus d'incidence & de réfraction, le rayon F E ou F G = r, le ſinus F D de la hauteur du Soleil = s, nous avons ſon coſinus D E = $\sqrt{rr-ss}$, & le ſinus de la hauteur du rayon rompu F G, qui eſt F C = $\frac{R}{I}s$ (art. 583.), & ſon coſinus C G = $\sqrt{rr-\frac{RR}{II}ss}$. Donc en prenant P à Q pour la raiſon des angles C L Q, C G Q, nous aurons par cette propoſition $\frac{P}{Q} = \frac{I}{R} \times \frac{\sqrt{rr-\frac{RR}{II}ss}}{\sqrt{rr-ss}}$; ce qui ſera d'uſage dans la ſuite.

Pour calculer cette raiſon, lorſque s eſt le ſinus de 25 degrés, & que I eſt à R comme 250 à 180 (qui eſt la raiſon employée par *Hughens* dans la conſtruction de ſes Tables), nous avons,

Log. ſin. 25°. ou ſinus Logarithmique s	9. 62594
Log. $\frac{I}{R}$	0. 12610
Donc Log. $\frac{R}{I}s$	9. 49984

Le Log. du cos. de ce d^er. sin. est Log. $\sqrt{rr-\frac{RR}{II}ss}$ 9. 97713.

Celui du cos. de 25° est Log. $\sqrt{rr-ss}$ 9. 95727.

Donc Log. $\frac{\sqrt{rr-\frac{RR}{II}ss}}{\sqrt{rr-ss}}$ 0. 01986.

Log. $\frac{I}{R}$ étoit 0. 12610.

Donc Log. $\frac{P}{Q}=\frac{I}{R}\times\frac{\sqrt{rr-\frac{RR}{II}ss}}{\sqrt{rr-ss}}$ 0. 14596.

PROPOSITION IV.

Fig. 381. 587. *Si un rayon du Soleil* E F, *tombant obliquement sur la surface extérieure d'un cylindre droit transparent* A C, *dont les bases sont paralleles à l'horizon, est rompu par ce cylindre en* F, *& réfléchi en dedans en* G *un certain nombre de fois, ou s'il n'est nullement réfléchi avant que d'en sortir par la réfraction en* H; *le Soleil vu par un rayon émergent quelconque, comme* H K, *paroîtra à la même hauteur que s'il étoit vu par les rayons directs.*

Faites passer par les points d'incidence, de réflexion & de réfraction F, G, H, les lignes verticales P C, A Q, B D, & supposant que des plans verticaux touchent le cylindre dans chacune de ces lignes, les réfractions & les réflexions faites sur ces plans seront précisément les mêmes que si elles étoient faites sur la surface cylindrique. Soit I à R la raison de la réfraction, celle des cosinus des angles P F E, C F G, (c'est-à-dire, des sinus des hauteurs des rayons incidents & rompus) est la même que celle de I à R (art. 583) & le cosinus de C F G, ou A G F, ou Q G H, ou G H B (qui sont tous égaux) est au cosinus de K H D, comme R à I (art. 583). Donc en composant toutes ces raisons, le cosinus de P F E est au cosinus de K H D en raison d'égalité, & par conséquent ces angles & leurs compléments sont égaux. C. Q. F. D.

Autre Démonstration.

Fig. 383. 588. Soit le parallelogramme A B C D une section verticale

par l'axe du cylindre & par un rayon incident E F, & puiſque les rayons rompus & réfléchis F G, G H, H I, I K, &c. ſont des angles égaux avec les lignes paralleles A B, C D, il eſt évident que le rayon incident E F, & le rayon émergent G L ou H M, ou I N, ou K O &c. feront tous les mêmes angles avec les lignes verticales. Et tous les autres rayons qui tombent obliquement ſur le cylindre, feront après les réfractions & les réflexions les mêmes angles avec les lignes verticales (art. 581, 584) C. Q. F. D.

PROPOSITION V.

589. *Lorſque les rayons du Soleil ſont tellement rompus à travers les côtés d'un cylindre droit, qu'ils touchent le côté d'un moindre cylindre ſur le même axe, il eſt queſtion de trouver l'inclinaiſon du plan vertical des rayons incidents, avec le plan vertical des rayons émergents, lorſque le Soleil a une hauteur donnée, & que la raiſon des diamètres de ces cylindres eſt donnée.*

Soient trois plans verticaux qui paſſent par les rayons incident, rompu & émergent, E F, F G, G H, repréſentés par les parallelogrammes D C K, D C B A, A B L, & qu'ils coupent le plan horizontal de la baſe des cylindres en K C, C B, B L. Du centre N de la baſe abaiſſez N O perpendiculaire à la corde B C & joignez N C. Ayant prolongé C K, B L juſques à ce qu'elles ſe rencontrent en R, l'angle K R L ou ſon ſupplément K R T ſera la meſure de l'inclinaiſon des plans D C K, A B L. Et puiſque N C eſt la ſection horizontale d'un plan vertical N C F perpendiculaire à la ſurface réfringente en C ou F, ou à un plan qui touche le cylindre dans la ligne C F, par l'art. 585, le ſinus de l'angle N C R ſera au ſinus de l'angle N C O en raiſon compoſée de la raiſon directe des ſinus des hauteurs des rayons incidents & rompus, & de la raiſon inverſe de leurs coſinus, & par conſéquent cette raiſon eſt donnée par l'art. 586 Mais N O, ſinus de l'angle N C O, eſt donné par la proportion donnée de N C à N O, c'eſt-à-dire, des demi-diamètres des cylindres; donc les angles N C O, N C R ſont tous deux donnés, auſſi bien que leur différence B C R ou

Fig. 384.

C B R qui ſont égales ; & la ſomme de ces angles eſt égale à l'angle extérieur K R T. C. Q. F. T.

590. Par exemple, pour faire voir de quelle manière on a calculé la table qui eſt dans la XVII ſection (art. 543) ; lorſque la hauteur du Soleil étoit de 25°, on a calculé le logarithme de P à Q ou de la raiſon donnée des ſinus des angles N C R, N C O ; & on l'a trouvée, 0. 14596 (art. 586). Mais en ſuppoſant la raiſon des demi-diamètres des cylindres, c'eſt-à-dire, de N C à N O comme 1000 à 473, l'angle N C O ſera de 28°. 14′. dont le ſinus log. eſt 9 67492 ; auquel ajoutant 0. 14596, la ſomme ſera 9. 82088, qui eſt le ſinus log. de 41°. 27′ = angle N C R. Donc la différence de ces angles eſt 13°. 13′ = angle O C R, dont le double 26°. 26′ = ang. K R T, diſtance du Soleil au parhélie latéral.

591. Pour trouver la plus grande quantité de l'angle K R T, nous ſuppoſerons que le plan K C D touche le cylindre, ou que l'angle N C R eſt un angle droit, dont le ſinus log. eſt 10. 00000. d'où ſouſtrayant 0. 14596 log de la raiſon des ſinus de N C R, N C O, il reſte 9. 85404 pour le ſinus log. de l'angle N C O = 45°. 36′. lequel étant ſouſtrait de N C R = 90°. donne R C O = 44°. 24′. dont le double 88°. 48′ = K R T, eſt la plus grande diſtance du parhélie latéral au Soleil, lorſque cet aſtre eſt à 25°. de hauteur. Donc en ce cas N O : N C :: 714 : 1000.

PROPOSITION VI.

592. *Lorſque les rayons du Soleil ſont rompus par le côté d'un cylindre droit, de manière qu'ils touchent le côté d'un cylindre intérieur concentrique d'un diamètre donné, & qu'ils ſont réfléchis par la ſurface du cylindre extérieur un certain nombre de fois avant que d'en ſortir par la réfraction ; il eſt queſtion de trouver l'inclinaiſon du plan vertical des rayons émergents.*

Fig. 312. 1°. *Cas.* Soit E F, F G, G H, H K, le cours du rayon incident, rompu, réfléchi & émergent, & qu'autant de plans verticaux qui les traverſent, coupent le plan horizontal de la

baſe en L C, C Q, Q D, D M reſpectivement. Par N centre de la baſe, prolongez N Q, qui rencontre L C prolongée en R. Par le demi diamètre donné N O du cylindre intérieur & par la raiſon donnée des ſinus des angles N C R, N C O, leur différence O C R ſera donnée, tout comme dans la propoſition précédente. Laquelle étant ſouſtraite de N C Q ou N Q C, donne N R C, qui eſt la moitié de l'angle L R M. Car en ſuppoſant que le rayon ſoit réfléchi en G par un plan qui touche le cylindre le long de G Q, ce plan tangent, & par conſéquent le plan G Q N qui lui eſt perpendiculaire, eſt également incliné aux plans G Q C, G Q D, par le corol. 1. de la prop. 1. c'eſt-à-dire, que les angles N Q C, N Q D, & par conſéquent N D Q, N C Q ſont tous égaux. D'où il ſuit que l'angle N D R eſt égal à l'angle N C R. Car ſi l'on ſuppoſe que le rayon émergent recule le long de K H, puiſque par la prop. 4. les hauteurs des rayons incidents & rompus en H ſont égales à celles en F, par la prop 3. la raiſon des ſinus des angles N D R, N D Q ſera auſſi la même que celle des ſinus de N C R, N C Q. Donc comme l'angle N D Q eſt égal à N C Q, ainſi N D R ſera égal à N C R, & par conſéquent N R D à N R C. C. Q. F. T.

593. 2e. *Car.* Mais quelque grand que ſoit le nombre des réflexions avant que le rayon ſoit émergent par la réfraction, puiſqu'on a fait voir que la corde C Q étoit égale à Q D, par la même raiſon Q D ſera égale à la corde placée ſous le rayon réfléchi ſuivant, & ainſi de ſuite; & puiſque les ſinus des angles N C R, N C Q ſont en raiſon donnée (art 585), on peut les regarder comme les ſinus d'incidence & de réfraction d'un rayon horizontal L C; & par conſéquent l'angle ſous ces rayons l'un incident & l'autre émergent, où ſont les plans verticaux qui les traverſent, ſera donné dans tous les cas par l'art. 488. C. Q. F. T.

PROPOSITION VII.

594. *Le Soleil éclairant un cylindre droit dont l'axe eſt vertical, trouver le plus grand angle qu'un plan vertical de rayons émergents peut faire avec un plan vertical de rayons incidents, après un nombre donné de réflexions?*

Fig. 321. Suppoſant la conſtruction & la démonſtration de la dernière propoſition, puiſque les ſinus des angles d'incidence & de réfraction des plans verticaux du rayon incident & du rayon rompu, c'eſt-à-dire, des angles NCR, NCQ, ſont en raiſon donnée (art. 585), lorſque la hauteur du Soleil eſt donnée; en ſubſtituant les termes de cette raiſon à la place de celle des ſinus d'incidence & de réfraction, on réſout ce problême par les mêmes regles que nous avons données pour l'arc-en-ciel. (art. 492). Ainſi prenant m pour le nombre des réflexions augmenté de l'unité, la raiſon de P à Q pour celle dont on vient de parler, le ſinus de l'angle NCR ſera $\frac{NC}{Q}\sqrt{\frac{mmQQ-PP}{mm-1}}$, & le ſinus de NCQ ſera $\frac{NC}{P}\sqrt{\frac{mmQQ-PP}{mm-1}}$. Car dans la figure 347, nous avons $BC^2 : BF^2 :: mm\,RR-RR : II-RR$; & en diviſant $BC^2 : CF^2 :: mm\,RR-RR : mm\,RR-II$ (*Eucl.* 1. 47.) Donc $CF^2 = \frac{BC^2}{RR}\times\frac{mm\,RR-II}{mm-1}$. Ce qui donne l'angle requis par l'art. 491. C. Q. F. T.

595. *Corol.* Lorſqu'il n'y a qu'une réflexion, $m=2$, & par conſéquent faiſant $NC=r$, on aura le ſinus de NCR $=\frac{r}{Q}\sqrt{\frac{4QQ-PP}{3}}=\frac{2}{\sqrt{3}}\sqrt{rr-\frac{PPrr}{4QQ}}$. Ce qui eſt une formule plus aiſée pour le calcul ſuivant.

596. Voici donc la conſtruction de la Table qui eſt dans la XXVIII ſection. Par exemple, la hauteur du Soleil étant 25°., nous trouvons le Log. $\frac{P}{Q}$ (art. 586.) = 0. 14596. Ajoutant le Log. du rayon r, 10. 00000, nous aurons le

Log. de $\frac{P}{Q}r$	10. 14596.
Le Log. du nombre 2 eſt	0. 30103.
Donc Log. $\frac{Pr}{2Q}$	9. 84493

Le col.

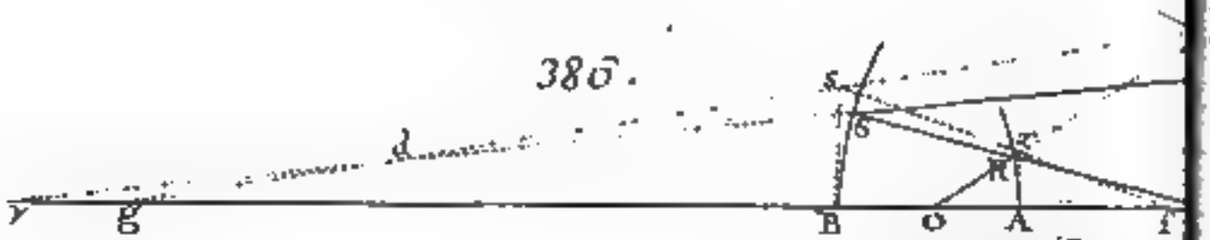
5a A

5...5

385.

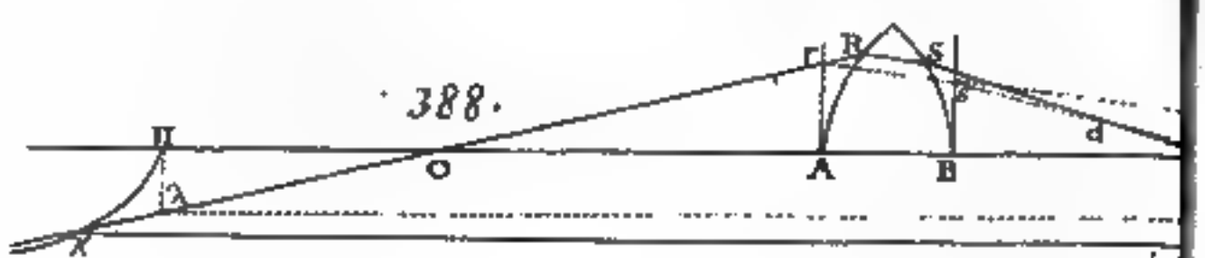
385.

386.

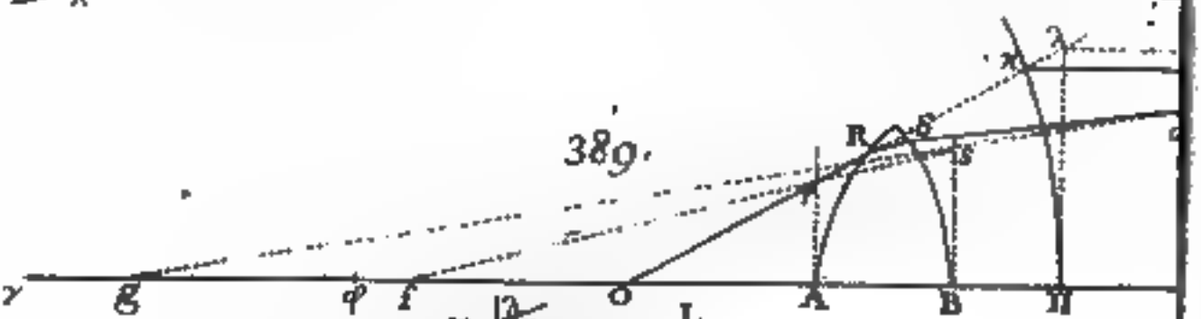


387.

388.



389.



390.

Le cos. de ce Log. ou le Log de $\sqrt{rr-\frac{PPrr}{4QQ}}$ est 9. 85398.

Le Log. de $\frac{2}{\sqrt{3}}$ est 0. 06247.

Le Log. de $\frac{2}{\sqrt{3}}\sqrt{rr-\frac{PPrr}{4QQ}}$ est 9. 91645.

L'angle NCR qui répond à ce sinus, est 55°. 35′.

Le Log. de $\frac{P}{Q}$ étoit 0. 14596.

Le reste est le Log du sinus de NCO 9. 77049.

L'angle NCO qui répond à ce sinus, est 36°. 7′. Donc leur différence QCR = 19°. 28′, lequel étant soustrait de NQC ou NCO = 36°. 7′, donne QRC = 16°. 39′. dont le double LRM = 33°. 18′, distance de l'un des deux parhélies de derrière au cercle vertical opposé au Soleil, lorsque sa hauteur est de 25 degrés.

597. Par où l'on voit que si le demi-diamètre du cylindre intérieur de neige, est plus grand que $\frac{492}{1000}$ du demi-diamètre de tout le cylindre, il empêchera l'apparence des parhélies de derrière, en interceptant les rayons rompus, lorsque le Soleil est à 25°. de hauteur, parce que en ce cas NO, sinus de l'angle NCO = 36°. 7′, est presque $\frac{592}{1000}$ de NC.

REMARQUES,

Au sujet des Couronnes & Parhelies.

1 A l'occasion d'une couronne observée à Paris le 12 May 1667, *Hughens* donna ses conjectures sur cette matière à l'Académie Royale des Sciences, dans un discours qui fut reimprimé dans nos transactions philosophiques (*Abregé de Lowthorp. Vol* 2. *p.* 189); qu'il est inutile de transcrire ici, puisqu'il ne contient guères plus que ce que l'on trouve dans le présent traité. Il est vrai qu'il y donne une conjecture de la cause d'un *Anthelion* observé par *Hevelius*, dans l'intersection de deux arcs brillants qui formoient des angles obliques, son intention étoit de l'expliquer ici plus au long, mais il n'a pas achevé ce traité. C'est pour cela que comme je donne une traduction d'une autre traduction latine d'après l'original Hollandois, le Lecteur aura la bonté de m'excuser, si après un examen critique il trouve que je n'ai pas bien saisi en certains endroits le sens de l'Auteur; car j'ai eu sur cela quelques doutes de tems en tems.

Sur l'art. 530. 2. Il faut ajouter le diamètre apparent du Soleil à l'eſpace apparent dont il eſt parlé dans cet article, comme dans l'arc-en-ciel. Voyez l'art. 502

3. Dans le même article on a dit que ce phénomène arrive lorſqu'il y a une moindre quantité de ces ſortes de globules, c'eſt-à-dire, de ceux dont les diamètres ont la même raiſon avec leurs noyaux opaques, car une plus grande ou plus petite quantité de ces raiſons dilate plus ou moins la largeur de la couronne, de manière qu'elle produit la blancheur par le mélange des couleurs engendrées.

4. Le 26 Août 1730 à 7 h. ½ après midi en voyageant entre *York* & *Tadcaſter*, le ſoleil brillant dans un air embrumé, je vis dans le ciel un arc régulier placé de la même manière que le principal arc-en-ciel, ou plutôt, comme j'en jugai alors, reſſerré en un arc d'un moindre cercle; mais il me parut clairement plus large que l'arc-en-ciel intérieur, & partout d'un blanc très-vif Je crus que cette couleur venoit en partie de la foibleſſe des rayons du Soleil en traverſant les brouillards, & ſur-tout de la largeur extraordinaire de cet arc, par la même raiſon que je viens de donner au ſujet de la couronne.

Sur l'art. 532. à la fin. 5. *Newton* attribue ces couronnes, lorſque leurs diamètres ſont fort petits, à des principes entièrement différents de ceux d'*Hughens*. Opt. p. 288, obſ. 13.

CHAPITRE XII.

***Déterminer** les figures apparentes, les poſitions, les grandeurs & les diſtances des grands objets, vûs par des rayons qui tombent ſur des ſurfaces réfléchiſſantes ou réfringentes, non-ſeulement par des directions perpendiculaires ou preſque perpendiculaires, mais par des degrés quelconques d'obliquité.*

PROPOSITION I.

Fig. 381. 598. *LOrſqu'une grande peinture ou un objet plan d'une figure donnée quelconque, eſt perpendiculaire à l'axe commun d'un nombre quelconque de ſurfaces réfringentes ou réfléchiſſantes, ſa figure apparente, ſa ſituation, ſa grandeur & ſa diſtance de l'œil, dans un point quelconque de l'axe, peuvent ſe trouver en cette manière.*

Soit O A P l'axe des ſurfaces réfléchiſſantes ou réfringentes A R, B S; O l'œil, O R S Q un rayon réfléchi ou rompu; Q P une ligne perpendiculaire à l'axe; x l'interſection d'une ligne Q x parallele à l'axe & du rayon viſuel O R prolongé;

πx une ligne courbe décrite par l'interſection x pendant que l'angle viſuel AOR diminue juſqu'à s'anéantir. Mais tandis que toute la figure tourne autour de l'axe O P π, la courbe πx décrit une ſurface courbe & P Q un plan circulaire : ſoit donc une partie *a b c d* de ce plan l'objet donné ou la peinture ; pendant qu'une ligne indéfinie eſt portée tout autour des lignes extérieures de la peinture *a b c d*, & qu'elle ſe maintient parallele à l'axe P π, elle trace le contour extérieur de la peinture correſpondante ſur la ſurface courbe πx. Je dis que la peinture plane *a b c d* paroîtra par les rayons réfléchis ou rompus, de la même figure, ſituation, grandeur & diſtance, que la peinture courbe dans πx paroîtroit à l'œil nud en O, en ſuppoſant que l'œil fût renverſé, & qu'il tournât tout autour, lorſque la courbe πx tombe derrière lui, comme dans la figure 388. (art 139).

Car ſi l'on imagine un cercle phyſique décrit par la révolution d'un point quelconque Q, autour de l'axe O P, & qu'il ſoit mis à la place d'un cercle égal décrit par la révolution du point correſpondant x ; ſi enfin on ſupprime les ſurfaces A R, B S ; ſa figure apparente, ſa ſituation, ſa grandeur & ſa diſtance ſeront les mêmes qu'auparavant (art. 139). En effet, puiſque les rayons viſuels comme R O, x O ſont toujours dans une ligne continue, la figure, la ſituation & la grandeur de la peinture ſur la rétine, ſeront les mêmes qu'auparavant. Et par conſéquent tous les cercles phyſiques qui compoſent le plan en P Q, étant ainſi déplacés juſques à ce qu'ils touchent la ſurface courbe en πx, paroîtront ſéparément & conjointement à l'œil nud en O, de la même figure, ſituation, grandeur & diſtance qu'auparavant. Ce qu'on a dit des cercles entiers, eſt également vrai de chacune de leurs parties données, qui compoſent la partie totale *a b c d* du plan circulaire en P Q, c'eſt-à-dire, que leurs différents arcs, qui compoſent la figure plane *a b c d*, étant déplacés ſéparément par un mouvement parallele à l'axe P π, juſques à ce qu'ils touchent la ſurface courbe πx, formeront dans cette ſurface une partie correſpondante, qui paroîtra à l'œil nud en O de la même figure, ſituation, grandeur & diſtance, que le plan *a b c d* vu par les rayons réfléchis ou rompus. C. Q. F. D.

599. *Coroll.* 1. Donc ſi la ſurface plane en P Q & la ſurface courbe en πx, ſont toutes deux coupées par un plan qui traverſe l'axe $P\pi$ ou qui lui ſoit parallele, la ſection rectiligne de la première, paroîtra de la même figure, ſituation, grandeur & diſtance, que la ſection curviligne de la ſeconde paroîtroit à l'œil nud placé en O.

600. *Coroll.* 2. Lorſque l'interſection x décrit une ligne droite perpendiculaire à l'axe $O\pi$, l'objet P Q paroît dans ſa figure propre; c'eſt-à-dire, dans la même figure, ſituation, grandeur & diſtance, dans laquelle il paroîtroit à l'œil nud qui le verroit dans un plan perpendiculaire à la diſtance $O\pi$.

LEMME I.

601. Soit un nombre quelconque de lignes finies & indéterminées x, y, z dont les fluxions ont des raiſons finies quelconques entr'elles & ſoit une autre ligne $v = \frac{xy}{z}$; je dis que la fluxion de v aura auſſi une raiſon finie avec la fluxion, de x ou y ou z.

Car par les regles connues pour trouver les fluxions, nous avons $dv = \frac{y\,dz}{z} + \frac{x\,dy}{z} - \frac{xy\,dz}{zz}$, dont les différentes parties ont des raiſons finies entr'elles, n'étant compoſées que de raiſons finies; & par conſéquent la raiſon de toute la valeur de dv à chacune de ſes parties eſt auſſi finie, & la raiſon de dv à dx ou de dy à dz eſt finie. C. Q. F. D.

LEMME II.

Fig. 315. 602. Si toutes les courbes réfringentes ou réfléchiſſantes A R, B S coupent leur axe A Bπ à angles droits, la courbe πx le coupera auſſi à angles droits.

Car Soient Rα, Sβ, $x\omega$ perpendiculaires à l'axe, & que les rayons R S, S Q ſoient prolongés juſques à ce qu'ils le coupent en φ & λ. Puiſque les triangles OαR, Oωx ſont ſemblables, auſſi bien que $\alpha\varphi$R, $\beta\varphi$S & $\beta\lambda$S, PλQ, nous aurons Oα : Oω :: αR : ωx ou P Q, c'eſt-à-dire, en raiſon

compoſée de αR à βS & de βS à PQ ou de $\alpha\phi$ à $\beta\phi$ & de $\beta\gamma$ à $P\gamma$. Donc $O\pi = O\alpha \times \frac{\beta\phi}{\alpha\phi} \times \frac{P\gamma}{\beta\gamma}$. Or ſi l'angle AOR eſt diminué à l'infini, les interſections ϕ, γ s'approcheront des foyers f, g & ſe confondront enfin avec eux. Donc lorſque l'abſciſſe $\alpha\pi$ diſparoît, les incréments ou décréments des lignes finies $O\alpha$, $\alpha\phi$, $\beta\phi$, $\beta\gamma$, $P\gamma$ ſont reſpectivement, αA, $\alpha A \pm \phi f$, $\beta B \pm \phi f$, $\beta B \pm \gamma g$, γg. Mais l'aberration ϕf eſt en raiſon de αA (art. 645) & γg en raiſon de βB, & par conſéquent tous ces incréments ou décréments diſparoiſſants ont une raiſon finie entr'eux. Donc $\alpha\pi$ incrément ou décrément diſparoiſſant de $O\alpha$ a une raiſon finie avec αA par le Lemme 1, parce que les incréments diſparoiſſants, ou infiniment petits des quantités, ſont comme leurs fluxions. Mais la dernière raiſon de αA à αR eſt une raiſon de minorité infiniment grande, parce que la courbe AR eſt ſuppoſée couper ſon axe à angle droit, & la raiſon de αR à πx étant la même que celle de $O\alpha$ à $O\pi$, eſt finie. Donc la dernière raiſon de $\pi\pi$ à πx, étant compoſée de $\pi\pi$ à αA, de αA à αR & de αR à πx, eſt une raiſon infiniment grande, & par conſéquent la courbe πx coupe l'axe des autres courbes à angles droits, & cet axe eſt auſſi le ſien, parce que les courbes AR, BS ſont ſuppoſées ſemblables & égales de part & d'autre de l'axe.

603. *Coroll.* 1. Delà il ſuit que la courbe πx ne peut pas former un angle de contact avec ſon axe en π.

604. *Coroll.* 2. Les foyers f, g, étant donnés, on trouve le ſommet π de la courbe πx en prenant $O\pi = OA \times \frac{Bf}{Af} \times \frac{Pg}{Bg}$.

605. *Coroll.* 3. Quand même les courbes AR, BS ſeroient telles qu'elles pourroient réfléchir ou rompre tous les rayons d'un grand pinceau avec tant d'exactitude qu'ils appartiendroient tous aux foyers f, g; cependant à raiſon des incréments $\alpha\lambda$, βB, la ligne $O\pi$ ſeroit variable, & par conſéquent l'interſection x décriroit encore une courbe.

606. *Coroll.* 4. Quand même les courbes réfringentes devien-

droient leurs propres tangentes, l'interſection x décriroit encore une courbe, à cauſe des aberrations $f\varphi$, $g\lambda$ produites par ces réfractions (art. 647).

607. *Coroll.* 5. Mais ſi les courbes réfléchiſſantes devenoient leurs propres tangentes, l'interſection x décriroit une ligne droite perpendiculaire à l'axe en π, n'y ayant point d'aberration par ces réflexions.

608. *Coroll.* 6. Donc un objet P Q paroit exactement dans ſa propre figure par les réflexions des ſurfaces planes (art. 600).

PROPOSITION II.

609. *Les courbes réfléchiſſantes & réfringentes étant données avec leurs intervalles entr'elles & leurs diſtances à l'œil & à l'objet, trouver ſi l'objet paroîtra convexe ou concave vers l'œil ?*

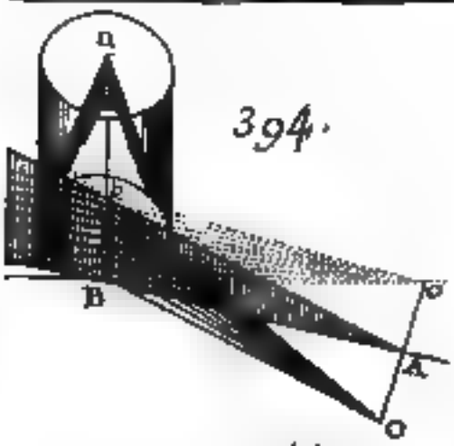
Fig 386, 387, 388, 389. Tout ſubſiſtant comme ci-devant, ſoient A r, B s les tangentes aux courbes A R, B S, & que l'un des rayons les plus éloignés O R coupe la première tangente en r; joignez fr qui coupe l'autre tangente en s. Joignez auſſi gs qui coupe l'objet en L, & enfin menez les rayons réfléchis ou rompus R S, S Q, ſoit par une conſtruction exacte (art. 469) s'il eſt néceſſaire, ou ſeulement en obſervant de quel côté leurs aberrations s'écartent des foyers ſucceſſifs f, g; ce qui ſera toujours évident par les figures des cauſtiques décrites dans les art. 69 &c. ou 452 & 478 &c.

610. 1°. *Cas.* S'il eſt évident par la poſition du rayon S Q & de la ligne s L que P Q eſt plus long que P L, & qu'il doit continuer de l'être juſques à ce que l'angle viſuel A O R ſoit réduit à rien; l'objet P Q paroîtra convexe vers l'œil; & au contraire ſi P Q eſt toujours moindre que P L, l'objet paroîtra concave; & dans l'un & l'autre cas, il ſera plus ou moins courbe, tout le reſte étant égal, ſelon que la raiſon entre P Q & P L eſt plus ou moins grande.

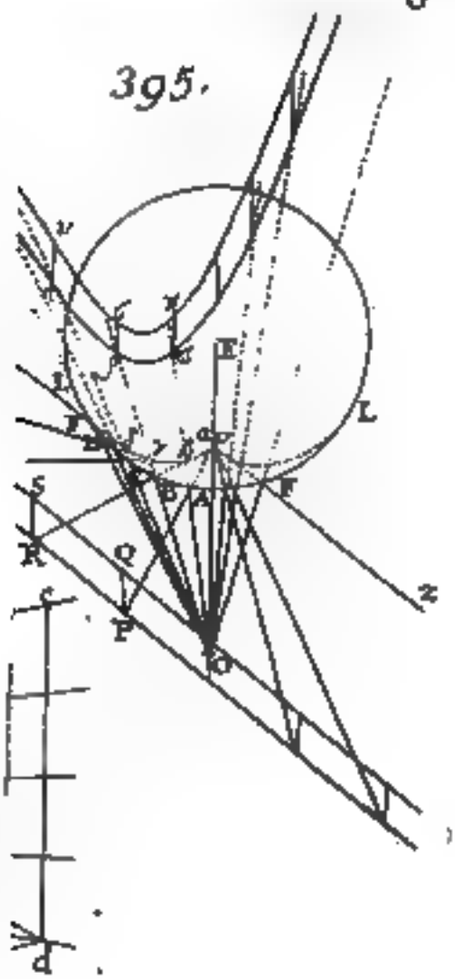
Car ſoient les lignes Q x, L λ paralleles à l'axe, qui coupent le rayon prolongé O R en x & λ & ſoit $\lambda\pi$ perpendiculaire à l'axe. Comme on a trouvé la valeur de O $*$ par les triangles ſemblables, dans le Lemme 2, on trouvera O π =

62 A

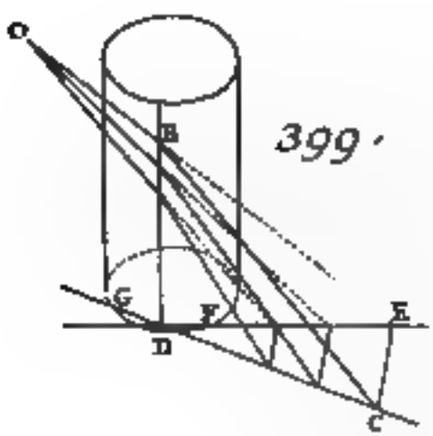
394.



395.



399.



Faure Sculpsit.

$O A \times \frac{B f}{A f} \times \frac{P g}{B g}$. Ce qui étant invariable, il s'enſuit que l'angle $\pi O \lambda$ décroiſſant juſqu'à s'anéantir, l'interſection λ décrit une ligne perpendiculaire fixe $\lambda \pi$. Le même point π eſt auſſi le ſommet de la courbe décrite par l'autre interſection x (art. 604) & par conſéquent $\pi \lambda$ eſt ſa tangente par le Lemme 2. Donc ſi P Q eſt toujours plus grand que P L, & par conſéquent $O x$ toujours plus grand que $O \lambda$, la courbe πx ſera convexe vers l'œil (art. 603), & au contraire ſi P Q eſt toujours plus court que P L, & par conſéquent $O x$ toujours plus court que $O \lambda$, la courbe πx ſera concave vers l'œil.

611. 2°. *Cas.* Si S Q & s L prolongés ſe coupent mutuellement en *d*, & ſi l'objet eſt placé auprès de leur interſection, la courbe décrite par *d* pendant que l'angle A O R diminue, pourra couper l'objet, & alors la courbe décrite par x coupera auſſi ſa tangente πx & formera des inflexions contraires, comme on les a repréſentées ſéparément dans la fig. 390. Car lorſque *d* touche l'objet, les intervalles L Q, λx ſe réduiſent à rien & deviennent enſuite négatifs en ſe plaçant de l'autre côté de L & λ, après que *d* a paſſé par l'objet. Mais à cauſe du prompt décroiſſement de l'angle L *d* Q ou *g d* λ, les intervalles négatifs L Q, λx deviennent ſi petits, que l'œil peut à peine s'appercevoir de l'inflexion de la courbe πx. Ce qui étant ainſi, l'objet doit paroître convexe ou concave vers l'œil, ſelon que la plus grande ligne P Q coupée par le rayon le plus éloigné S Q, eſt plus longue ou plus courte que la plus grande ligne P L, comme dans le cas précédent.

612. 3e. *Cas.* Par conſéquent ſi l'objet touche l'interſection *d* lorſqu'elle eſt le plus éloignée de l'axe, il doit paroître rectiligne dans cette ſituation, ou lorſqu'il en eſt fort proche; ce qui eſt d'ailleurs évident, parce que l'objet étant porté dans un eſpace conſidérable d'un côté de *d* à l'autre côté, ſa figure apparente doit changer de concave en convexe ou au contraire par le 1er. cas.

613. 4e. *Cas* Si l'objet eſt tellement placé que les points r, *g* ſoient de part & d'autre du point P, les points Q, L ſeront auſſi de part & d'autre du même point P. Mais en diminuant l'angle A O R, le point r en s'approchant de *g*

paſſera par le point P, & alors les points Q, L ſeront tous deux du même côté de l'axe, & ainſi la regle du premier cas aura bientôt lieu. Mais l'objet paroîtra en quelque manière double, comme on peut aiſément le démontrer, & il ſera tellement confus qu'on aura peine à diſcerner ſa figure apparente même au travers d'un trou fait par une épingle.

Donc la regle établie dans le premier cas, ſuffit généralement pour déterminer la convexité ou la concavité apparente d'un objet, ſur-tout lorſqu'il paroît avoir évidemment cette courbure. C. Q. F. D.

614. *Coroll.* Donc ſi l'on conçoit des rayons imaginaires comme O *r s* L qui viennent de l'œil, & qui ſont tous réfléchis ou rompus aux tangentes A *r*, B *s* avec tant d'exactitude, qu'ils appartiennent aux foyers ſucceſſifs *f*, *g*; l'objet P Q vu par ces rayons qui reviennent par les mêmes lignes L *s r* O, paroîtra toujours exactement dans ſa propre figure ſur la tangente π λ (art. 600). Donc les apparences difformes des objets ſont produites, tant par les déflexions des courbes A R, B S à l'égard de leurs tangentes, que par les aberrations des rayons. C'eſt pour ces deux raiſons que les plus petites parties des grands objets, placées dans un certain ordre depuis l'axe, ſont mégalement ou plutôt improprement groſſies ou diminuées, & paroiſſent par conſéquent à de fauſſes diſtances de l'œil, & les unes des autres (art. 138, 139). Et ainſi le plan de l'objet devient une ſurface courbe. Car pendant que l'angle viſuel A O χ ou A O R décroît uniformément, les lignes égales P L, π λ décroiſſent auſſi uniformément à fort peu près, ou plutôt exactement de la même manière qu'elles feroient dans la viſion avec l'œil nud; mais il n'en eſt pas de même de P Q. Donc les décréments impropres de P Q paroiſſent ſous des angles égaux, & par conſéquent l'objet eſt groſſi ou diminué improprement.

PROPOSITION III.

Fig. 391. 615. *Si le plan de cette figure repréſente un plan qui traverſe l'œil en* O, *& le centre* S *d'une ſphère réfringente* A B C D; *& s'il eſt prolongé de manière qu'il coupe le diſque du Soleil dans une ligne quelconque* P p; *ſi parmi le nombre infini de rayons*

que

que l'on ſuppoſe venir de l'œil en O *dans ce plan, ſur le grand cercle* A B C D, *on en prend deux, comme* O B C F P, O b c F p, *qui tombent aux extrêmités de la corde* P p *après les réfractions faites ſur les arcs* B b, C c, *& après s'être croiſés mutuellement dans le foyer* F; *ſi enſuite du centre* S *on abaiſſe* S k, S K *perpendiculaires aux rayons incidents* O b, O B *prolongés, &* S l, S L *perpendiculaires aux rayons émergents; pendant que la quantité des réfractions en* B b, C c *varie par un mouvement latéral quelconque du Soleil, de l'œil ou de la ſphére, dans ce plan de réfraction, la grandeur apparente de la corde donnée* P p *variera en raiſon directe de* F L *& en raiſon inverſe de* O K *à fort peu près, ſi le diamètre de la ſphére eſt fort petit en comparaiſon de ſes diſtances à l'œil & au Soleil.*

Car alors l'angle L F *l* ou P F *p* n'étant qu'un peu plus grand que la moitié d'un degré tout au plus, l'angle K O *k* ſera auſſi fort petit, & par conſéquent leurs ſoutendantes perpendiculaires K *k*, L *l* ſeront à fort peu près égales. Car en abaiſſant S M, S *m* perpendiculaires aux rayons B C, *b c* en dedans de la ſphére, nous avons M *m* à K *k*, & auſſi à L *l* en raiſon donnée des ſinus S M, S K ou S L qui déterminent les réfractions (art. 414). Donc K *k* eſt égale à L *l* & l'angle K O *k* eſt à l'angle L F *l* comme F L eſt à O K (art. 212). Mais puiſque la corde P *p* eſt donnée, l'angle P F *p* ou L F *l* eſt à fort peu près invariable, à cauſe de la diſtance immenſe & de la figure ſphérique du Soleil; donc la grandeur apparente de P *p*, meſurée par l'angle K O *k*, eſt en raiſon directe de F L & inverſe de O K à fort peu près. C. Q. F. D.

PROPOSITION IV.

616. *Tout ſubſiſtant comme ci-devant, ſuppoſons que le rayon* C P *coupe l'axe* O S *en* E, *& qu'il ſoit prolongé juſques à ce qu'il rencontre le rayon* O B *prolongé en* I; *ſi la ſurface conique décrite par le rayon* C E P *autour de l'axe* O S *dans la poſition* γ E q, *coupe le diſque du Soleil dans l'arc* P q, *pendant que les réfractions des rayons viſuels* P C B O, q γ *c* O, *qui ſont dans cette ſurface conique, ſeront variées par un mouvement* Fig. 191

quelconque du Soleil, de l'œil ou de la ſphère, la grandeur apparente de l'arc donné P q *variera en raiſon directe de* I E *& en raiſon inverſe de* I O *à fort peu près.*

Car ſi le point I décrit l'arc I *i* par la révolution précédente, cet arc étant commun aux deux angles I O *i*, I E *i*; l'angle I O *i* ſera à I E *i* ou P E *q*, comme I E eſt à I O. Mais lorſque l'arc P *q* eſt donné, l'angle P E *q* eſt à fort peu près invariable, à raiſon des grandes diſtances du Soleil & de l'œil à la ſphère, & par conſéquent la grandeur apparente de P *q* meſurée par l'angle I O *i* ſera en raiſon directe de I E & en raiſon inverſe de I O, à très-peu près. C. Q. F. D.

PROPOSITION V.

Fig 391,392. 617. *Tout ſubſiſtant comme ci-devant, ſi les réfractions des rayons viſuels ſont variées par un mouvement quelconque du Soleil, de l'œil ou de la ſphère; la grandeur apparente du diſque du Soleil variera en raiſon directe du rectangle ſous* F L *&* E I, *& en raiſon inverſe du rectangle ſous* O K *&* O I *à fort peu près.*

Fig. 393. Car ſoit un nombre innombrable de plans d'incidence & de réfraction, qui coupent le diſque du Soleil dans les lignes P *p*, P *p* &c. qui ſoient toutes convergentes à un point R de l'axe O S prolongé, & que les mêmes plans coupent la peinture du même diſque ſur la rétine, dans autant de lignes correſpondantes π ϖ, π ϖ &c. qui ſoient toutes convergentes au point *e* dans cet axe prolongé en arrière. Soit auſſi un nombre innombrable de ſurfaces coniques décrites par la révolution d'une infinité de rayons viſuels autour de l'axe O S, & qui coupent le diſque dans les arcs P *q*, P *q* &c. & ſa peinture correſpondante ſur la rétine, dans autant d'arcs correſpondants π χ, π χ &c. Puiſque chacune des lignes π ϖ, dans toute la peinture, eſt en raiſon de la grandeur apparente des lignes correſpondantes P *p* (art. 91) dans tout le diſque, c'eſt-à-dire, de $\frac{F L}{O K}$ (art. 615); la grandeur de la peinture ſera auſſi en

raiſon de $\frac{FL}{OK}$, ſi les arcs πx ſont invariables. Et de même puiſque chacun des arcs πx dans la même peinture, eſt en raiſon de la grandeur apparente des arcs correſpondants Pq, dans le diſque, c'eſt-à-dire, de $\frac{IE}{IO}$ (art. 616); la grandeur de la peinture, ſera auſſi en raiſon de $\frac{IE}{IO}$, ſi les lignes $\pi *$ ſont invariables. Donc ſi les lignes $\pi *$ & les arcs πx varient, la grandeur de la peinture du Soleil ſur la rétine, ſera en raiſon de $\frac{FL}{OK} \times \frac{IE}{IO}$; c'eſt-à-dire, en raiſon directe du rectangle FL×IE & en raiſon inverſe du rectangle OK×IO à fort peu près. C. Q. F. D.

618. *Coroll.* 1. Si la ſphère réfringente ſe meut de côté par rapport aux rayons qui viennent directement du Soleil à l'œil, de manière qu'elle décrive un cercle autour de l'œil dans chaque plan d'incidence & de réfraction, & ſi le diamètre de la ſphère eſt fort petit en comparaiſon de ſes diſtances à l'œil & au Soleil, la grandeur apparente de la corde donnée ou du diamètre Pp, diminuera continuellement & à fort peu près en raiſon de FL, juſques à ce qu'elle diſparoiſſe, lorſque les rayons viſuels ne font que toucher la ſphère. Car lorſque le rayon viſuel OB touche la ſphère, la ligne OK devient égale à OB, & c'eſt alors la moindre de toutes, & même elle ne diffère alors que fort peu de ſa plus grande longueur OS. Donc OK doit être regardée comme invariable, & par conſéquent la grandeur apparente de Pp ſera comme FL (art. 615), laquelle décroît continuellement & très-vîte, juſques à ce qu'elle s'anéantiſſe. (art. 437). Fig. 391, 392.

619. *Coroll.* 2. Les mêmes ſuppoſitions étant faites, la grandeur apparente d'un arc donné quelconque Pp ſur le diſque du Soleil, & par conſéquent de la corde ou du diamètre qui joint ſes extrêmités, décroît continuellement à fort peu près en raiſon de IE (art 616). Car lorſque l'angle que la ſphère reſringente forme dans l'œil eſt fort petit, IE décroît continuelle-

ment pendant le mouvement dont on a parlé ci-devant. (art. 514)

620. *Coroll.* 3. Donc dans les mêmes ſuppoſitions que ci-devant, la grandeur apparente du diſque du Soleil, décroîtra continuellement & à fort peu près en raiſon du rectangle ſous F L & I E. Et ſa figure apparente deviendra de plus en plus ovale, pendant que la ſphère ſe meut de côté; ſon diamètre P *p* dans le plan d'incidence & de réfraction, paroiſſant plus court que le diamètre qui lui eſt perpendiculaire. Car F L décroît plus vîte que I E, étant toujours reſſerré en dedans, excepté lorſqu'ils ſont tous deux dans l'axe O S, étant alors égaux entr'eux.

621. *Coroll.* 4. Soit *o* le foyer conjugué de O, l'aire de la peinture ovale du Soleil ſur la rétine, ſera à ſon aire circulaire, lorſque la ſphère eſt exactement entre l'œil & le Soleil, comme F L × I E eſt à S *o*². Car lorſque la ſphère eſt exactement entre l'œil & le Soleil, F L & I E deviennent égales entr'elles & à S *o*.

622. *Coroll.* 5. Dans le rayon P C B G O, ſoit G le foyer des rayons qui viennent de P dans chaque plan d'incidence & d'émergence & H le foyer des rayons qui viennent de P dans les ſurfaces coniques décrites par le même rayon P C B H O autour de la ligne P S H, le point H étant le ſommet des cones; la denſité de tous les rayons qui viennent de P, lorſqu'ils tombent ſur la cornée de l'œil en O, ſera en raiſon directe de G K × H I & en raiſon inverſe de G O × O H (art. 521). Et par conſéquent en raiſon de G K × H I, lorſque la ſphère eſt ſi éloignée, qu'elle ne forme qu'un petit angle à l'œil.

623. *Coroll.* 6. Donc ſi une ſphère éloignée ne forme qu'un petit angle à l'œil, la clarté apparente du Soleil, vu au travers d'une partie de cette ſphère, ſera invariable. Car la clarté apparente d'un objet eſt en raiſon directe de la denſité des rayons dans chaque pinceau & en raiſon inverſe de ſa grandeur apparente, c'eſt-à-dire, en raiſon de $\frac{G K \times H I}{F L \times E I}$ (art. 622, 620). Mais comme les rayons qui viennent de O & P, tombent paralleles ou preſque paralleles ſur le cercle A B C D, les lignes

GK & FL ſont à fort peu près égales, auſſi bien que HI & EI. Car la ligne SI diviſe également l'angle EIH, & puiſque SE eſt ſuppoſée à fort peu près parallele à IH, & SH à IE, l'angle EIS eſt égal à ISH & l'angle HIS à ISE, & par conſéquent les triangles EIS, HIS ſont équiangles & égaux entr'eux à fort peu près.

624. *Coroll* 7 Donc ſi les centres d'une infinité de ſphéres réfringentes ſont placés à intervalles égaux les uns des autres, dans une grande ſurface ſphérique, dont le centre eſt l'œil en O; cette ſurface paroîtra éclairée par une infinité d'images du Soleil qui auront toutes la même clarté, mais qui ſeront d'autant plus petites, qu'elles ſeront plus éloignées du Soleil. Et par conſéquent ſi l'on diminue la grandeur des ſphéres, & ſi l'on augmente leur nombre à l'infini, la lumière de cette ſurface ſphérique paroîtra ſans interruption, & elle ſera plus forte auprès du Soleil & toujours plus foible dans les parties qui en ſont plus éloignées, ce qui s'accorde avec notre première démonſtration dans l'art. 525.

625. *Coroll.* 8. Ce qui a été démontré du Soleil, s'applique à la Lune & à tout autre corps rond, aſſez petit ou aſſez éloigné de la ſphére pour ne former qu'un petit angle dans chacune de ſes parties; & cela s'accorde auſſi avec l'expérience, lorſqu'on voit une chandelle allumée au travers d'une bouteille ronde ou d'un matras plein d'eau, lorſqu'on le meut à côté, par rapport aux rayons qui viennent directement à l'œil.

626. *Coroll.* 9. Pendant que la grandeur apparente de la chandelle diminue, on trouve que ſa diſtance apparente augmente & au contraire: & ainſi ſes lieux apparents ſucceſſifs paroiſſent décrire une courbe qui dans le cas précédent (art. 625) eſt convexe vers l'œil. La diſtance apparente de la chandelle varie en raiſon réciproque ſous doublée de la grandeur apparente de ſa ſurface, c'eſt-à-dire, de la moyenne proportionnelle entre FL & IE (art. 620); ou plutôt en raiſon réciproque de IE, c'eſt-à-dire, de la hauteur apparente de la chandelle (art 616); parce que ſa largeur apparente paroît oblique aux rayons viſuels, à raiſon de la courbure de ſes lieux apparents ſucceſſifs.

627. *Coroll.* 10. C'eſt pour cela qu'une grande ſurface plane, comme une fenêtre à chaſſis, vue au travers d'une ſphère, ne paroît pas plane, mais convexe vers l'œil; & outre cette convexité vers l'œil, le haut, le bas & les côtés, auſſi bien que les barres de bois qui renferment le verre, paroiſſent concaves vers le milieu de la fenêtre, dans l'endroit où une ligne menée de l'œil par le centre de la ſphère tomberoit ſur la fenêtre, de ſorte que toute cette apparence ſera comme celle des méridiens ſur un globe par rapport à l'œil nud. Car puiſque les quarrés intérieurs de verre ſont plus groſſis que les extérieurs, les interval es entre les barres ſeront diminués par degrés, en allant du milieu au dehors. ce qui s'accorde avec la maniere de décrire ces apparences par la dernière propoſition.

PROPOSITION VI.

Fig. 394. 628. *Une ligne* P p *droite ou courbe, vue du point* O, *par des rayons qu'une droite* B b *menée ſur une ſurface plane* A B C c b A *ou ſur le côté d'un cone ou d'un cylindre, reſléchit, paroîtra dans ſa propre figure & la diſtance apparente de chaque point de cette ligne à l'œil, ſera égale à tout le cours du rayon viſuel.*

Car ſoit le plan réfléchiſſant A B C *c b* A produit par le mouvement de la ligne A B C autour de l'axe O A *o* qui lui eſt perpendiculaire & ſoit O B *b* la ſurface d'un pinceau de rayons qu'on ſuppoſe venir de l'œil en O, & qu'après la réflexion faite par la ligne droite B *b*, ils tombent ſur la ſurface d'un objet dans la ligne P *p* droite ou courbe. Par chaque point de l'objet P *p* menez les lignes P π, *p* ϖ paralleles à O A, juſques à ce qu'elles rencontrent les rayons viſuels prolongés en π, ϖ; l'objet apparent π ϖ compoſé de toutes leurs interſections ſera égal & ſemblable à P *p*. Car prenant A *o* égale à A O, tous les rayons réfléchis viendront du point *o* (art. 202), & puiſque tous les triangles O B *o*, O *b o* ont les côtés égaux, tous les triangles P B π, P *b* ϖ étant ſemblables aux premiers, auront auſſi les côtés égaux. Donc la ligne compoſée O B + B P ſera égale à O B π & à *o* B P, & de même O *b* ϖ égalera *o b p*; par con-

ſéquent la figure plane O π ϖ compoſée de toutes les premières lignes ſera égale & ſemblable à la figure o P p compoſée de toutes les autres. Donc la ligne π ϖ eſt ſemblable & égale à P p, & par conſéquent on la voit par réflexion dans le même lieu & ſous la même figure où π ϖ paroîtroit à l'œil nud. (art. 139).

La ſurface d'un cone eſt produite par la révolution du côté d'un angle autour de l'autre côté & la ſurface d'un cylindre par la révolution du côté d'un parallélogramme autour du côté oppoſé; par conſéquent ſi l'on ſuppoſe que la ligne réfléchiſſante B b ſe confonde avec l'une de ces lignes de révolution, le plan réfléchiſſant B A b touchera la ſurface conique ou cylindrique dans la ligne B b & les réflexions faites par B b étant les mêmes, ſoit qu'elles ſoient faites par des ſurfaces courbes ou par le plan qui les touche, il s'enſuit que la ligne P p paroîtra droite ou dans ſa propre figure, par la réflexion faite par le cone ou par le cylindre, tout comme par le plan tangent C Q F D.

629. *Coroll.* 1 Par là on peut déterminer les grandeurs apparentes, les diſtances & les figures d'une ſuite d'objets donnés, vus par la réflexion d'un cylindre, en cette manière. Soit le cercle A B C D dont le centre eſt E, & qui ſoit la baſe d'un cylindre droit, ou plutôt une ſection circulaire de ce cylindre, parallele à ſa baſe & paſſant par l'œil en O; ſoit ce plan étendu juſques à une rangée d'arbres, par exemple, en P, R, T, X, &c. Joignons O E & ſoit ϖ α β, ſ la cauſtique par réflexion d'une infinité de rayons que l'on ſuppoſe venir de O, & que les lignes P α, R β, T γ, X ſ, &c. ſoient tangentes à la cauſtique en α, β, γ, ſ, &c. qu'elles coupent auſſi le cercle de réflexion en A, B, C, D, &c joignez O A, O B, O C, O D, &c. & dans chacune de ces lignes prolongées, prenez A ϖ = A P, B ſ = B R, C τ = C T, D φ = D X, &c. Enſuite ſuppoſant que les arbres P Q, R S, T V, X Y, &c ſoient écartés & plantés droits en ϖ χ, ſ σ, τ υ, φ ψ, &c ils paroîtroient à l'œil nud en O, ſi l'on ôtoit le cylindre, de la même grandeur, à la même diſtance & ſous la même forme qu'ils paroiſſent par la réflexion du cylindre dans le lieu où ils ſont réellement. Et ſi l'on décrit une courbe régulière par les points ϖ, ſ, τ, φ, Fig. 195.

&c. & par x, r, v, z, &c. la ſurface convexe qui ſe trouve entre ces deux courbes, ſera le lieu apparent & la figure de la ſurface P Q X Y. Mais dans la pratique, il eſt plus court de mener un rayon O B, & enſuite ſa réflexion B R qui coupe P X en R, & de mener $B_{,} = B R$, &c.

630. *Coroll.* 2. De même, s'il y a un autre rang d'arbres parallele au premier, ſoit du même côté du cylindre, ou du côté oppoſé, l'eſpace qui eſt entre les repréſentations des baſes des deux rangs ſera la figure apparente de l'allée d'arbres. Nous avons donc déterminé les repréſentations de tous les plans, ſoit perpendiculaires ou paralleles à la baſe du cylindre. Par conſéquent on pourra trouver la repréſentation de tout plan oblique, comme d'un côté du toit d'une maiſon, ou de quelque autre plan, en déterminant les repréſentations du haut & du bas de ce plan.

La manière de tracer des peintures difformes qui doivent paroître régulières dans un cylindre placé ſur le plan de la figure, eſt en partie l'inverſe de la méthode précédente. Pour la donner plus clairement, je vais établir les Lemmes ſuivants.

LEMME I.

Fig. 190.

631. Un paralélogramme rectangle A B C D étant diviſé en un nombre quelconque de petits parallélogrammes, & étant placé droit ſur un plan A B R, (la ligne A B dans une figure étant placée ſur A B dans l'autre), il eſt queſtion de décrire ſa projection ou ſon ombre A B c d, qui tombe ſur ce plan par des rayons venant d'un point donné O, placé à la hauteur donnée R O au-deſſus du plan de la projection.

Du point R qui eſt placé directement ſous le point lumineux O, par les extrémités & diviſions de la baſe A B, menez les lignes R A d, R B c, &c. enſuite plaçant la ligne A D égale à la hauteur du parallélogramme donné, & R I égale à celle du point lumineux au-deſſus du plan de l'ombre, à angles droits ſur R A; du point I par les extrémités & diviſions de A D, menez I D d, I F f, I M m, &c. qui coupent la ligne R A prolongée en d, f, m, &c. & par les points d, f, m, &c. menez les lignes dc, fe, ml, &c. paralleles à A B; & le trapeze

trapeze A B *c d*, ainſi diviſé en petits trapezes, ſera l'ombre ou projection du parallélogramme A B C D & de ſes diviſions.

Car ſi l'on conçoit que le plan du triangle l R *d*, avec toutes ſes lignes, tourne autour de la ligne R A *d*, juſques à ce qu'il ſoit à angles droits ſur le plan R A B, le point l ſe confondra avec le point lumineux dans l'air, & les diviſions de la ligne A *d* ſeront les ombres des diviſions du côté A D du parallélogramme donné Par la même raiſon, les lignes qui s'étendent depuis R ſont les ombres de toutes les lignes du parallélogramme qui ſont perpendiculaires à A B, & l'ombre *f e* d'une ligne F E parallele à A B, étant l'interſection commune de deux plans qui traverſent les paralleles A B, F E, eſt auſſi parallele à A B. C. Q. F. D.

632. *Coroll.* 1. Si le rectangle donné A B C D devient un quarré A B E F, diviſé en un nombre quelconque de petits quarrés, on peut trouver ſa projection plus promptement, en menant R O parallele à A B & égale à la hauteur du point O, & enſuite menant O B *f*, qui coupe les ombres des perpendiculaires aux points *f*, *g*, *h*, *i*, par où doivent paſſer les ombres paralleles Car puiſque A F eſt égale à A B, le point *f* eſt le même dans les deux conſtructions; parce que R *f* : A *f* : : R I : A F ou : : R O : A B. Et puiſque B F eſt la diagonale de tous les petits quarrés, ſon ombre B *f* doit être la diagonale de toutes leurs ombres.

633 *Coroll* 2. Cette conſtruction peut auſſi s'appliquer à un parallélogramme, pourvu qu'on le diviſe en petits quarrés; on placera ſon côté A D le long de la baſe A B, prolongée s'il eſt néceſſaire, & l'on menera O D qui coupera R A & R B prolongées en *d* & *l*. Car *d l* eſt l'ombre de la diagonale D L du quarré D C L M, qui fait partie du parallélogramme A B C D.

634 *Coroll* 3 Delà il ſuit qu'on peut trouver l'ombre du centre d'un quarré, en menant les diagonales du trapeze correſpondant.

635. *Coroll* 4. Si la longueur de l'ombre *d* A eſt donnée ou ſuppoſée avec le point R, on peut trouver le point lumineux O en menant *d* D, qui coupera la perpendiculaire R O au point O requis.

636. *Coroi* 5. Delà ſuit la méthode de faire la copie d'une peinture, qui paroîtra difforme étant vue directement, & qui

enſuite paroîtra dans ſes juſtes proportions lorſqu'on la verra d'un certain point. Car ayant décrit un parallélogramme ou un quarré autour de la peinture originale, & l'ayant diviſé en un nombre de petits quarrés auſſi grand qu'il ſera poſſible, & enfin ayant diviſé un autre quarré A B E F d'une grandeur quelconque en un nombre pareil de petits quarrés, on fera la projection de ſon ombre A B *e f* & l'on tranſportera les parties, les linéaments & les couleurs de chaque petit quarré de la peinture originale dans le trapeze correſpondant de l'ombre A B *e f*. Car à l'œil d'un ſpectateur placé dans le point lumineux O, la peinture difforme paroîtra rétablie dans les vraies proportions de l'original; parce que la forme de l'image de toute la peinture & de toutes ſes parties ſur la rétine, eſt la même que ſi les rayons étoient venus originairement à l'œil par la peinture régulière tracée en miniature ſur un quarré placé droit ſur ſa baſe A B. Et ſi les ombres & les couleurs ſont les mêmes dans la déformation que dans la peinture originale, le ſpectateur la jugera régulière plutôt que difforme, étant plus accoutumé à voir les peintures régulières dans une poſition droite que les peintures difformes dans une poſition oblique.

LEMME II.

Fig. 397, 398. 637. Lorſqu'un rayon O B tombe obliquement ſur la ſurface convexe ou concave d'un cylindre droit B F G, il eſt queſtion de trouver le point C où le rayon réfléchi B C coupe le plan de la baſe du cylindre.

Menez B D perpendiculaire à la baſe, & qui coupe ſa circonférence F G en D, & ſoit D H ſa tangente en D; prolongez le rayon incident O B de manière qu'il coupe le plan de la baſe prolongée en E & abaiſſez E H perpendiculaire à D H; prolongez-la, de manière que C H ſoit égale à H E, le point C ſera celui où le rayon réfléchi B C tombera ſur le plan de la baſe prolongée.

Car joignant D C, D E & B H, le plan du triangle B D H touchera la ſurface cylindrique dans la ligne B D; & puiſque les perpendiculaires H C, H E à ce plan ſont égales, ſi le point C eſt ſuppo[illegible] des rayons incidents ſur ce plan

74 A

5. 15

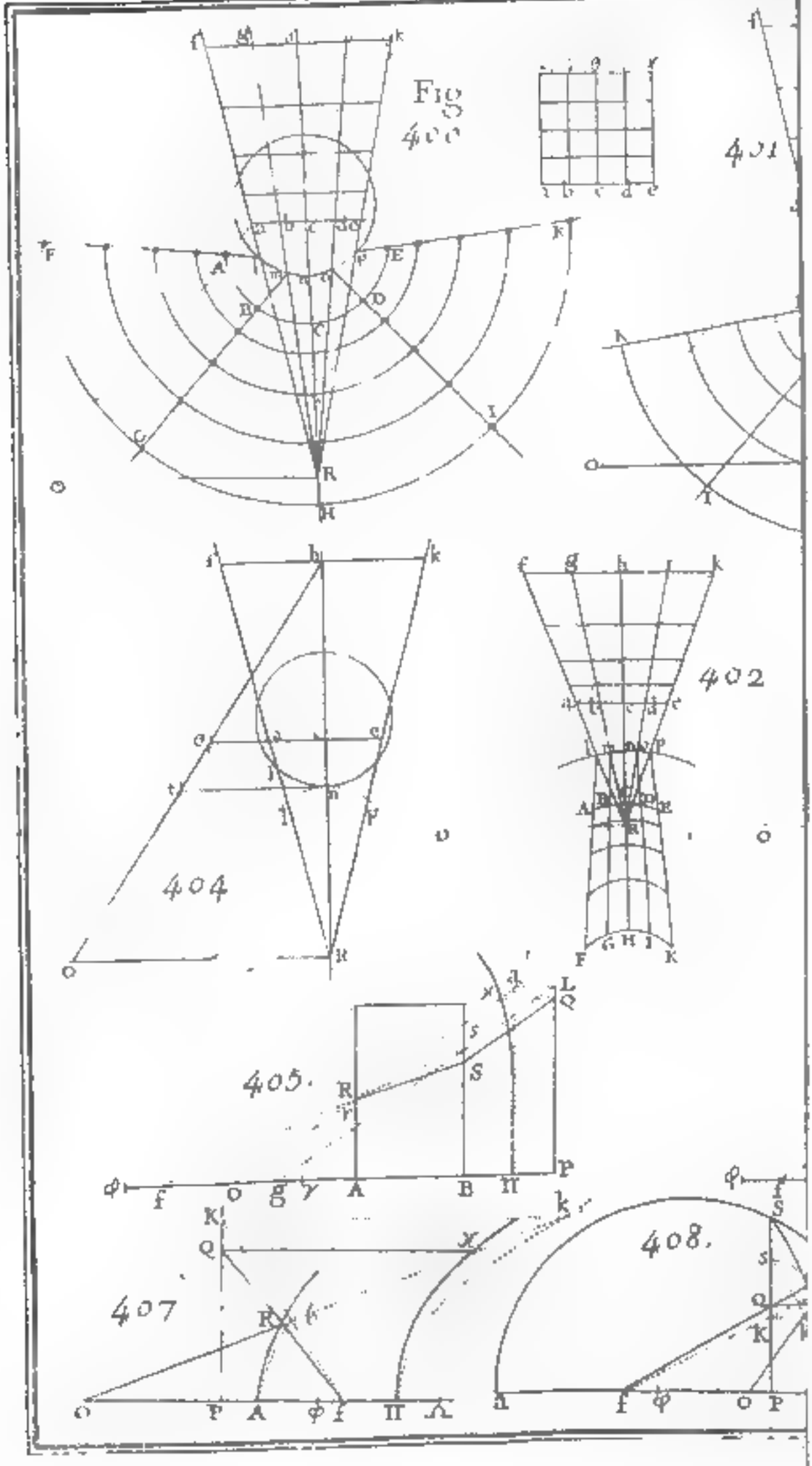


Fig 400
401
402
404
405.
407
408.

prolongé, le point E ſera leur foyer après la réflexion (art. 202). Donc au contraire le rayon O B tendant vers E ſera réfléchi en C; & la réflexion du plan tangent eſt la même que celle de la ſurface cylindrique en B (art. 19). C. Q F D.

638. *Coroll* 1. Une pratique plus commode pour la ſolution du problême ſuivant, eſt de prolonger O B en E, & de mener D E qui coupe la circonférence de la baſe en F, en inſcrivant dans cette circonférence une corde D G égale à D F, & prenant ſur D G prolongée la partie D C égale à D E. Ce qui donne le point C où le rayon réfléchi tombe ſur le plan de la baſe Parce que les cordes égales D F, D G ſont également inclinées à la tangente D H.

639 *Coroll.* 2. Ainſi les divers rayons qui viennent de O ſur la ligne B D, le long du côté du cylindre, ſeront tous réfléchis ſur une même droite D C & leurs intervalles ſeront égaux aux intervalles reſpectifs des rayons incidents prolongés de manière qu'ils coupent la ligne D E. parce que les deux diſtances D C, D E ſont égales. Fig. 399.

640. *Coroll.* 3. Les divers rayons qui viennent de C ſur B D, ſeront tous divergents du point E, & par conſéquent il n'y en aura qu'un ſeul qui tombe ſur le point O.

641 *Coroll* 4. Tout rayon incident & réfléchi O B, B C prolongé forme des angles égaux avec la ligne B D prolongée, & avec le plan de la baſe. Car les triangles B D C, B D E ſont égaux.

PROPOSITION VII.

642. *Peindre ſur un plan une copie difforme* A B C D E K I H G F *d'une peinture originale, laquelle paroîtra régulière étant vue d'un point donné O, par des rayons réfléchir ſur un cylindre poli, & placé ſur le cercle* l n p *égal à ſa baſe?*

Du point R qui eſt directement ſous le point O où eſt l'œil, menez deux lignes R *a*, R *e*, qui touchent la baſe du cylindre ou qui en coupent deux petits ſegments égaux, ſelon que la copie doit être plus ou moins difforme. Enſuite l'œil élevé au-deſſus de R à la hauteur donnée O, un peu plus grande que celle du cylindre, étant pris pour un point lumineux; vous Fig. 400. juſqu'à 403.

décrirez l'ombre *a c k f* d'un quarré *a e x ζ* (ou d'un parallélogramme) droit ſur ſa baſe *a e* en quelque endroit derrière l'arc *l n p*, & vous le diviſerez d'une manière ſemblable à un autre quarré (ou à un autre parallélogramme ſemblable) tracé ſur la peinture originale (art. 631). Si les lignes menées de R aux extrémités & diviſions de la baſe *a b c d e*, coupent l'ombre parallele la plus éloignée aux points *f, g, h, i, k* & l'arc de la baſe du cylindre en *l, m, n, o, p*; vous menerez de ces points les lignes *l* A F, *m* B G, *n* C H, *o* D I, *p* E K, comme ſi c'étoient des rayons de lumière qui vinſſent du foyer R, & qui fuſſent réfléchis par la baſe *l n p*; de manière que chaque couple, comme *l* A, *l* R prolongés doivent couper des ſegments égaux du cercle. Enfin vous porterez les lignes *l a f*, *m b g*, &c. & toutes leurs parties dans le même ordre, ſur les lignes reſpectives *l* A F, *m* B G, &c. & ayant fait paſſer des courbes régulières à l'eſtime, par les points A, B, C, D, E, par F, G, H, I, K & par chaque rang intermédiaire de points; la figure ACEKHF ainſi diviſée, ſera la copie difforme du quarré tracé & diviſé ſur la peinture originale; & elle lui paroîtra ſemblable lorſqu'on la verra dans le cylindre poli placé ſur la baſe *l n p*, l'œil étant dans le point donné O. Les mêmes regles que l'on a données dans l'art. 637, ſervent à peindre la copie difforme de la peinture ſur le quarré difforme A K.

Car en ſuppoſant que l'œil en O à la hauteur R O eſt un point lumineux; chaque ſuperficie de rayons qui en viendront vers chaque ligne du quarré, & par conſéquent vers chaque ligne de ſon ombre *a k*, étant interceptée par la ſurface du cylindre, ſera réfléchie à chaque ligne correſpondante de la déformation A K; comme l'on peut aiſément s'en convaincre, en comparant la ſolution des Lemmes & de leurs corollaires avec celle de ce problême. Donc au contraire, les rayons qui viennent de chaque ligne de la déformation A K, ſeront réfléchis à l'œil, comme s'ils venoient directement des lignes de l'ombre *a k* ou des lignes mêmes du quarré. C. Q. F. D.

Fig. 404. 643 *Coroll* 1. Si la raiſon des côtés de la peinture originale, & par conſéquent du parallélogramme ſemblable *a e x ζ* eſt donnée & ſi *n* R eſt donnée ou ſuppoſée, auſſi bien que *n s* hauteur du cylindre, ou du point de réflexion le plus haut; on pourra déter-

miner la hauteur de l'œil en plaçant *n t* perpendiculaire à *n* R, & plaçant auſſi le parallélogramme *a e x ζ* ſur ſa baſe *a c e* dans une diſtance convenable derrière l'arc *l p*, & en prolongeant ſa baſe *c a*, de manière que *c* ſoit égal à ſa hauteur; alors la ligne *, t* prolongée coupera la hauteur requiſe R O; comme on peut s'en convaincre en imaginant que le triangle R O *t, h* eſt perpendiculaire au papier ſur la ligne R *n c h*. Et ſi l'on varie les quantités données, on pourra aiſément déterminer les autres par la rélation des lignes que nous avons conſidérées.

644. *Corull* 2. Si la portion de la ſurface cylindrique, qui réfléchit la lumière, devient un plan, la déformation A K deviendra exactement égale à l'ombre *a k*.

REMARQUES.

Sur les art. 598 juſqu'à 614.

Apparences au travers des verres plans.

1. Il ſuit de cette théorie des figures apparentes des objets, qu'un objet rectiligne vu au travers d'un verre terminé par des ſurfaces planes paralleles, doit paroître un peu concave vers l'œil, quoique cette concavité ſoit à peine ſenſible, à moins que le verre ne ſoit fort épais. Car en ſuppoſant les mêmes notations que ci-devant, ſi les ſurfaces du verre ſont coupées perpendiculairement par le plan de la figure dans les lignes A *r*, B *s*, nous avons A O à A *f* & B *g* à B *f* en raiſon donnée des ſinus qui déterminent les réfractions (art. 223), & par raiſon alterne A O . B *g* : : (A *f* . B *f* : .) A *r* B *s*. Ce qui fait voir que les triangles A O *r*, B *g s* ſont ſemblables, & que par conſéquent le rayon fictice *g s* L (art. 614) ſoit parallele à O *r* ou à O R, & il en eſt de même du vrai rayon S Q (art. 36) qui eſt plus rompu tant en R qu'en S, comme il eſt clair par la poſition des aberrations *f φ, g χ* (remarque ſur l'art. 477). Par conſequent S Q & *s* L ſont paralleles & P Q étant toujours moindre que P L, paroîtra toujours concave vers l'œil (art. 610), mais leur différence Q L etant toujours égale à S *s*, quelle que ſoit la diſtance entre le verre & l'objet, eſt ſi petite, à moins que le verre ne ſoit fort épais; que la courbure apparente de la ligne *rs* ſera tout à fait inſenſible, comme nous le trouvons en regardant au travers des glaces d'un caroſſe, lorſque leurs ſurfaces ſont exactement planes & paralleles.

Fig. 405.

Et au travers des verres d'épaiſſeurs inégales.

2. Ainſi donc les diſtortions des objets vus au travers des vitres d'une fenêtre, viennent de leur courbure & de leur épaiſſeur inégale. Car la moindre deviation angulaire des rayons rompus par rapport à leur vraie route, réſultant de là, les fait tomber fort loin de l'œil placé à une aſſez grande diſtance de la fenêtre, de ſorte qu'on ne ſçauroit voir un objet par des rayons également rompus dans chaque partie du verre & venant à l'œil dans un ordre convenable, mais par d'autres rayons qui traverſant le verre dans des points qui ne conviennent point, forment ſur la rétine

une image tortue. Et comme les écarts dans ces points sont beaucoup augmentés par la distance de l'œil à la fenêtre, l'expérience nous apprend qu'il faut s'en approcher beaucoup pour voir les objets dans leur propre figure.

Fig. 106. 3. Tout le monde sçait qu'un grand objet plan, comme le fond d'un vaisseau, qui est plongé bien avant dans l'eau ou dans quelque liqueur, paroît concave vers l'œil, ce qui s'accorde avec notre théorie. Car en supposant que AR est la surface de l'eau, l'objet PQ est moindre que PI, parce que l'aberration ρ tend à s'écarter de la surface AR (remarque sur l'art. 477), & lorsque l'angle AOR est donné, QI & AP sont comme la profondeur AP. Dans le cas présent d'une seule retraction par une surface plane, je trouve que la courbe Πσ est du troisième ordre.

Figures apparentes au travers des lentilles. 4. Pour confirmer encore plus la vérité de cette théorie, il est à remarquer qu'un grand objet plan vu au travers d'une lentille concave & épaisse paroît toujours concave vers l'œil, & d'autant plus concave que l'objet est plus éloigné, & que la lentille est à quelque distance de l'œil.

5. En second lieu, un grand objet plan, vu renversé au travers d'une lentille convexe fort épaisse, ou d'une sphère, (leurs propriétés étant les mêmes) paroît convexe vers l'œil placé à quelque distance du verre, & il paroît concave lorsqu'on le voit droit. Les fils parallèles d'un micromètre sont un autre exemple connu de ce dernier cas, car ils paroissent toujours concaves vers l'œil & convexes les uns vers les autres, lorsqu'ils sont tellement ouverts qu'on les voit par les bords d'un oculaire épais. En effet si l'on imagine que la surface décrite par la révolution de la courbe Πσ autour de son axe OΠ, est coupée par deux plans parallèles à l'axe & qui passent par les fils, leurs sections vues par l'œil nud, paroîtront sous la figure des fils vus au travers du verre (art. 509). Si l'on a quelque scrupule sur le lieu de l'intersection d dont on a parlé ci-devant (art. 611), il disparoîtra, en supposant que la surface AR est plane au lieu d'être sphérique. Les phénomènes des barreaux d'un chassis de fenêtre vus comme ci-devant au travers des verres convexes & convexes s'expliquent de la même manière.

Fig. 107. 6. Soient O & f les foyers d'un miroir elliptique ou hyperbolique représenté par AR, & PQ une ligne droite perpendiculaire à son axe OPA, dans lequel prenant $O\Pi = \frac{AO}{Af} \times fP$, & $\Pi\sigma = \frac{A'}{AO} \times fP$, on placera ces deux

Figure d'un objet vû dans un miroir elliptique ou hyperbolique.

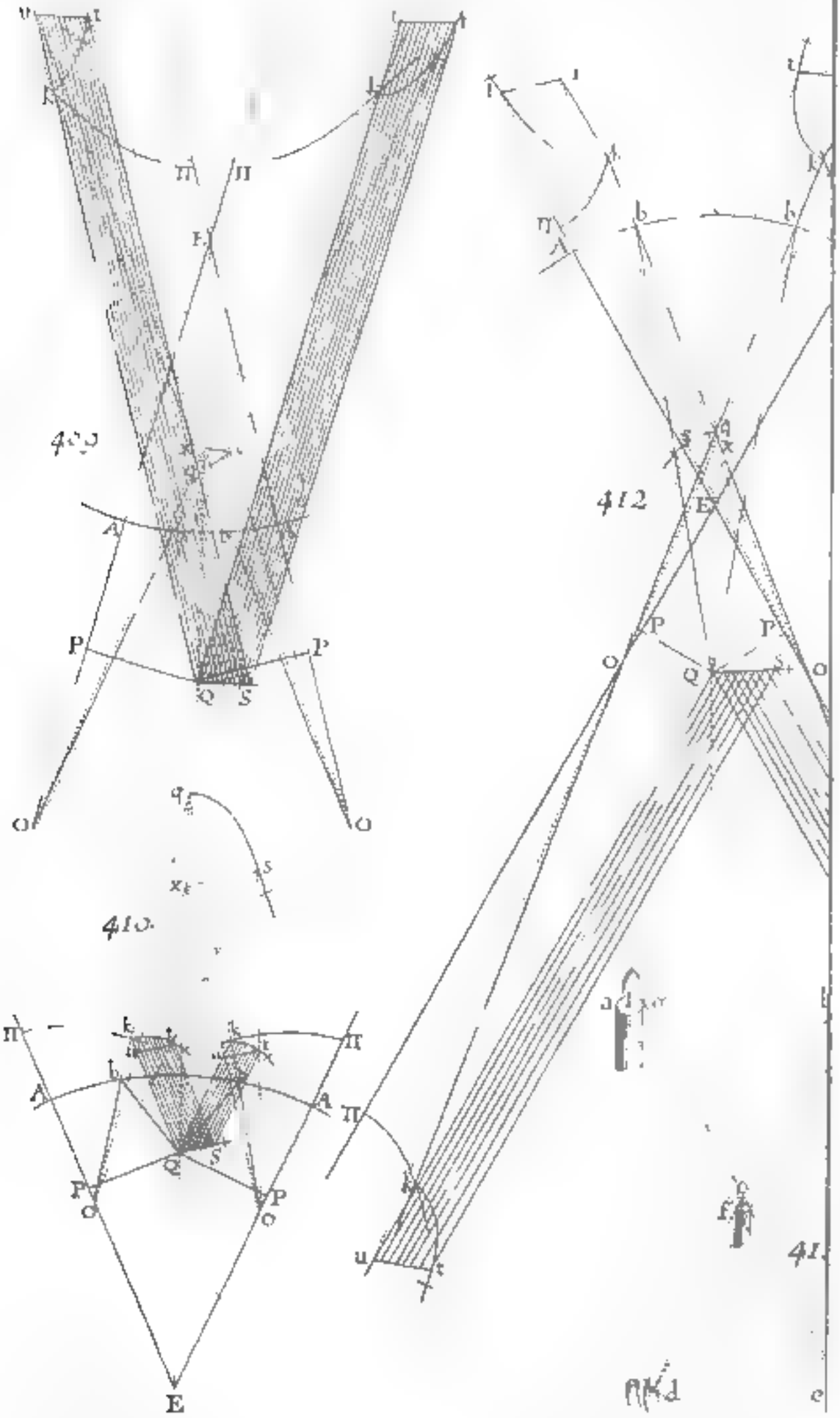
Fig. 107, 108. lignes du même côté par rapport à O que P par rapport à f dans l'ellipse, & toutes deux du côté opposé dans l'hyperbole, enfin avec le sommet Π, & les foyers O, σ, on décrira une autre hyperbole Πσ, & l'on menera une ligne fQ qui coupera l'objet PQ en Q, & le miroir AR en R, & OR prolongée coupera l'hyperbole en ρ, je dis que l'objet PQ paroîtra dans le miroir AR, à l'œil en O, de la même figure & grandeur, & à la même distance, que l'arc hyperbolique Πρ paroîtroit à l'œil nud en O, & dans la même situation, pourvu que Πρ soit renversé, lorsqu'il tombe derrière l'œil & éloigné à une distance égale en devant.

Car par la propriété connue d'un miroir elliptique ou hyperbolique AR, que les rayons qui viennent de son foyer O, se réunissent tous après la réflexion à son autre foyer σ, je trouve que pendant que l'angle visuel AOR varie par degrés, l'arc hyperbolique Πρ est le lieu géométrique de l'inter-

78 9

5 12

Planche 45



ſection x de la ligne O R (prolongée) & de la ligne Q x parallele à l'axe. Donc la verité de cette propoſition eſt evidente par l'art 599

7. On ſçait que l'arc hyperbolique π x eſt concave vers la moindre des deux lignes O π, π R, & que ſa courbure eſt plus grande à proportion de leur plus grande inegalité On connoit donc la poſition & la courbure de l'objet apparent π x, par la conſtruction qui donne (ſelon la remarque précédente) O π π R O A² A P

8 Donc ſi l'œil eſt en O dans le foyer d'un miroir parabolique A R, menant une ligne Q R parallele à ſon axe O A, & l'objet P Q paroîtra ſous la même forme & à la place de l'arc parabolique A R Car pendant que le ſommet A & le foyer O de l'hyperbole concave A R reſtent fixes, ſi le foyer f s'eloigne à une diſtance infinie, les hyperboles A R, π x deviendront toutes les deux une ſeule & même parabole A R, ce qui eſt evident par la conſtruction precedente (6e remarque). Et donc un miroir parabolique.

9 Donc auſſi l'œil etant en O dans le centre d'un miroir ſphérique A R, l'objet P Q paroîtra ſous la même forme & grandeur, & à la même diſtance qu'il paroîtroit à l'œil nud en O Car en diminuant l'intervalle O f des foyers elliptiques juſques au point de l'attouchement, l'ellipſe devient un cercle, & D z une ligne droite P Q par la conſtruction Et dans un miroir ſphérique

10. Soient maintenant O & f les foyers conjugues des rayons réflechis par le ſommet A d'un miroir ſpherique A b, l'objet rectiligne P Q, s'il n'eſt pas trop long, paroîtra à l'œil en O à fort peu près ſous la même forme & grandeur, & à la même diſtance que l'arc hyperbolique π x paroîtroit à l'œil nud en O Car ſelon que les foyers O, f ſont du même côté ou de differents côtés de l'arc circulaire A b, la courbure ſera la même au ſommet A, que celle d'une ellipſe ou d'une hyperbole, qui a les mêmes points O & f pour ſes foyers, parce que l'arc circulaire A b reflechit les rayons du ſommet commun A ſur les mêmes lignes, par la ſuppoſition, & par conſequent la courbure apparente de l'objet P Q vu dans le miroir ſpherique, ſera à fort peu près la même que s'il etoit vu dans un miroir elliptique ou hyperbolique

11 Mais ſi l'objet rectiligne P Q eſt fort long, ſa figure apparente dans le miroir ſpherique approchera fort, dans pluſieurs cas, de celle de l'arc parabolique ou elliptique π b de même courbure que celui de l'hyperbole π x dans ſon ſommet π. Premierement à cauſe que l'hyperbole & l'ellipſe deviennent par degrés plus droites en s'ecartant de leur ſommet, & que par conſequent elles s'ecartent de plus en plus de la courbure invariable du cercle Ce qui etant ainſi, ſoit le rayon O R (prolongé) qui tombe ſur le cercle en b, & après la reflexion, ſur l'objet P Q en k, & ſoit menée k k parallele à l'axe A O qui coupe le rayon reflechi O b (prolongé) en r. Suppoſant enſuite que le rayon reflechi b k [prolongé] paſſe par r, il eſt clair par la figure, que l'interſection r tomberoit en dedans de l'hyperbole π x, & que l'aberration du rayon b k par rapport à f vers O porteroit en général l'interſection k en dedans de la cavité de l'hyperbole π x, & auſſi la figure de l'objet apparent ou la courbe π r décrite par l'interſection k, s'ecarteroit de la figure de l'hyperbole π x vers celle de la parabole ou de l'ellipſe

12. Les lieux géométriques décrits par l'interſection k étant des courbes du

troisième ordre, dont les figures ne nous sont pas familières, je les ai comparées avec les figures connues des sections coniques.

Déterminons à présent la figure $ap, mn\ldots c$, la grandeur & la lieu d'un objet vu des deux yeux dans un miroir sphérique.

Phénomènes des objets vus des deux yeux dans un miroir sphérique.

11. Le reste subsistant comme ci-devant, soit un objet rectiligne QS perpendiculaire au plan des figures, & que la surface courbe décrite par la révolution de la courbe DE autour de l'axe PH, soit coupée dans la courbe $e\,e$ par un plan qui traverse les lignes QS, Q$\ldots$ l'objet QS paroîtra dans le miroir sphérique A$\ldots$ à l'œil placé en O, toute sa même forme, grandeur & situation que la section $e\,e$ paroîtroit à l'œil mis en O (art. 108), pourvu que cette section, lorsque le tout tombe derrière l'œil, soit renversée & portée à la même distance en devant (art. 119). Ce qui étant supposé, par le centre F du miroir A$\ldots$, menez QF & faites un autre angle QF A égal à l'angle compris QF A, & dans le nouveau rayon F A prenez une autre ligne FO égale à la ligne donnée FO. Les phénomènes de l'objet QS vu des deux yeux placés en O, O peuvent se réduire aux cas suivants.

Fig. 109.

12. 1° Car Si le rayon réfléchi FO & la ligne QF ne sont pas parallèles, prolongez les, s'il est nécessaire, de manière qu'ils se coupent en q, & Qq soient derrière les yeux, & l'objet QS paroîtra double, & l'apparence dans chaque œil sera la même que si l'autre œil étoit fermé.

13. 14. Car Mais si l'autre section q tombe devant les yeux, & que leurs axes forment entr'eux un angle égal à OqO, l'objet QS paroîtra simple en différentes manières.

15. 1° Car Car si la ligne Oe est moindre que Ok, l'objet QS paroîtra aux deux yeux *plus reculé & plus petit* qu'à l'un des deux seul.

Fig. 110, 111.

16. 2° Car Mais si Oq est plus grand que Oe, l'objet QS paroîtra aux deux yeux *plus élevé, & plus grand* que si l'un ou l'autre seul.

17. 3° Car Enfin ayant achevé le rectangle QS$\ldots a$, si la ligne Oa prolongée rencontre Qq en r, ou lui est parallèle, & si Qr est plus longue que Qq, l'objet QS paroîtra *tourné* vers les deux yeux; & si elle est plus courte, il paroîtra *renversé*, & l'on verra évidemment par les réflexions suivantes que Qr doit être plus longue ou plus courte que Qq.

18. Selon que la surface de verre par la révolution de la courbe $e\,e$ est convexe ou concave vers PQ, ce qui a été déterminé ci-devant (remarque 10), la section $e\,e$ sera aussi convexe ou concave vers l'objet QS, & la ligne Oe sera conséquemment plus longue ou plus courte que Ok. Par là, & par la position donnée des points Q, O par rapport aux sections $e\,e$, $a\,a$ du cône O$\ldots$, on qO$\ldots$, il s'ensuit que Qr étant plus long que Qk, Qr doit être plus long que Qk; & au contraire lorsque Qr est plus court que Qk, Qr est aussi plus court que Qk. Il y a cependant un cas (fig. 112) où Qr étant plus long que Qk, Qr est plus court que Qk.

Démonstration des phénomènes.

19. Partez pour le second œil la même construction que a été faite pour le premier, & par l'égalité des angles QF O, QE O & des lignes FO, EO, il est clair que toutes les autres parties des figures des deux côtés de la ligne QF sont égales & semblables entr'elles.

20. Or 1° Si les rayons réfléchis O, O, qui tendent originairement du point Q, tendent à se réunir en q derrière les yeux, ils doivent tomber sur

des

des points des deux retines qui ne seront pas correſpondants [art 137], parce que les axes des yeux prolongés en avant ne pourront pas être autant divergents que les rayons visuels O b, O c, dont on ſuppoſe l'objet, & par conſequent le point Q & l'objet QS paroîtront doubles [art 137]

11 Mais 2° ſi le point Q ſe trouve devant les yeux, & que leurs axes ſoient dirigés vers ce point, ou vers un point collateral qui ſoit à fort peu près dans la même diſtance des yeux que le point Q, les axes formeront entre eux l'angle O Q O ou quelque autre angle egal, & alors les rayons b O, b O tomberont ſur des points correſpondants des retines & produiront une ſeule apparence de l'objet QS [art 137]

12 Pour expliquer le reſte des phenomenes, il eſt bon d'examiner une experience que nous decrirons dans l'art 977, & d'y joindre un autre cas ou une autre maniere de regarder les compas dont il eſt queſtion dans cette experience Les jambes de ces compas etant ouvertes ſous un certain angle & les tenant par la tête dans un plan à fort peu-près perpendiculaire au plan qui paſſe par les axes des yeux, leurs pointes etant dans ce dernier plan, ſi l'axe de l'œil droit eſt dirigé directement vers la pointe de la main gauche & celui de l'œil gauche vers la pointe de la main droite, alors des deux jambes qui paroiſſent doubles, les deux interieures ſe reuniſſent promptement pour n'en former qu'une qui paroît comme une troiſieme au milieu des deux autres & qui tient de la tête du compas à l'interſection de l'axe des yeux. & cette jambe moyenne etant regardée attentivement pendant qu'on ouvre peu à peu les jambes reelles, decroît en grandeur apparente & s'approche des yeux au contraire elle croît & s'eloigne des yeux pendant qu'on reſſerre l'ouverture des jambes On peut obſerver le même phenomene en regardant deux chandelles allumées d'une hauteur egale & de même epaiſſeur, à la diſtance de deux ou trois pieds des yeux, mais la chandelle qui paroît au milieu, ne s'approche pas tout-à-fait autant des yeux que la jambe correſpondante du compas, c'eſt-à-dire, à proportion de la diſtance donnée de ces objets aux yeux Dans la fig 411, a & b b ſont les diametres des chandelles, d & e les centres des pruneles, a c e & b c d deux cones de rayons qui ſe coupent mutuellement en c, où les chandelles paroiſſent ſe reunir en une ſeule d'une grandeur proportionnelle à l'epaiſſeur des cones en c, ou un peu au delà Or ſi les chandelles a, b, s'eloignent peu-à-peu l'une de l'autre, leur union apparente ſuppoſe en c, pendant que les yeux y ſeront fixés, ſe muera de grandeur & s'approchera des yeux Car les peintures ſemblables & egales des deux chandelles ſur les points correſpondants des deux retines, produiſent la même ſenſation que deux peintures ſemblables d'une ſeule chandelle qui ſeroit placée en f, & cette ſenſation excite l'idée ordinaire d'une ſeule chandelle.

Explication d'une autre maniere de regarder les phenomenes.

Fig 411.

13 Il eſt bon de remarquer en paſſant que ſi l'on trace des lignes e f e, b f b ſur une planche applanie d'un ou deux pieds de long & que l'on plante une epingle droite dans leur interſection f, de plus les pruneles des yeux ſoient placées auprès du bord de la planche à une petite hauteur au-deſſus des points d, e, lorſque on regardera l'epingle fixement, les deux lignes f e, f b paroîtront unies & droites à la place ou à côté de l'epingle. Car en ce cas, elles ne peuvent pas paroître en deux endroits differents (art 137) & par conſequent elles doivent paroître dans l'interſection

commune des deux plans qui passent par les lignes *of*, *bf* & par les prunelles des yeux

Application de ces expériences.

25. 3° & 4° En appliquant ce qu'on vient de dire des pointes du compas à deux autres points quelconques *r*, *r*, ou *s*, *s*, des courbes *br*, *br* que l'on suppose vues par les yeux nuds en O & O, dirigés vers le point *q*, on verra clairement la raison des 3e & 4e phenomenes.

26. 5° Cela nous donne auſſi la raiſon de la convexité ou concavité apparente de l'objet QS. Car les deux plans triangulaires O*er*, O*er* (prolongés) ſe couperont mutuellement dans une ligne *ee* perpendiculaire au plan de la figure, parce que les lignes *re*, *re* lui ſont perpendiculaires. Et le point S étant vû par des rayons réfléchis qui viennent aux yeux O, O dans les mêmes directions *r*O, *r*O, par leſquelles ils viendroient des points lumineux *r*, *r*, aux yeux nuds en O, O, il doit paroître dans le même endroit où les points lumineux *r*, *r*, paroîtroient reunis aux yeux nuds. Et ce lieu de l'union apparente ſera plus proche ou plus loin des yeux que le lieu de l'union apparente des deux autres points *b*, *b*, ne l'eſt aux yeux nuds, ou que n'eſt le lieu apparent de Q dans le miroir, ſelon que l'angle viſuel O*r*O ou O*s*O eſt plus grand ou plus petit que O*q*O, c'eſt-à-dire, ſelon que Q*e* eſt moindre ou plus grand que Q*q*.

La théorie découvre un cas extraordinaire.

Fig. 411, 412.

27. Dans le cas des fig. 411 412, l'objet QS doit paroître convexe à l'un des deux yeux ſeul & concave à tous les deux enſemble, ce changement de figure me ſurprit beaucoup, en regardant une regle d'un pied que je tenois droite entre mes yeux, avec ſon côté plat contre mon front, en la plaçant environ un pied plus loin du miroir que n'étoit le centre de ſa concavité. En ce cas l'objet paroît renverſé & conſequemment dans la fig. 412, les courbes *tr*, *tr* & leurs ſections *br*, *br*, ſont renverſées & entraînées le long des rayons viſuels O*b*, O*b* auſſi loin en devant des yeux par la conſtruction, qu'elles tombent par derrière.

Cette théorie eſt encore confirmée par des expériences.

28. Toute cette theorie peut ſe confirmer encore, en formant deux objets égaux & delics, comme deux plumes dépouillées & pliées en deux courbes egales, pour repreſenter les ſections *br*, *br*. Car en les plaçant dans les directes poſitions indiquées par les figures precedentes, & en dirigeant les yeux en conſequence ſelon la poſition du point *s*, la courbure de l'une des deux plumes interieures apparentes, lorſqu'elles paroîtront unies, aura la même apparence quant à la convexité ou concavité ou au degré de l'une ou l'autre courbure, que l'objet reflechi QS doit avoir dans le miroir, comme je l'ai ſouvent éprouvé.

Explication d'un phénomène remarquable.

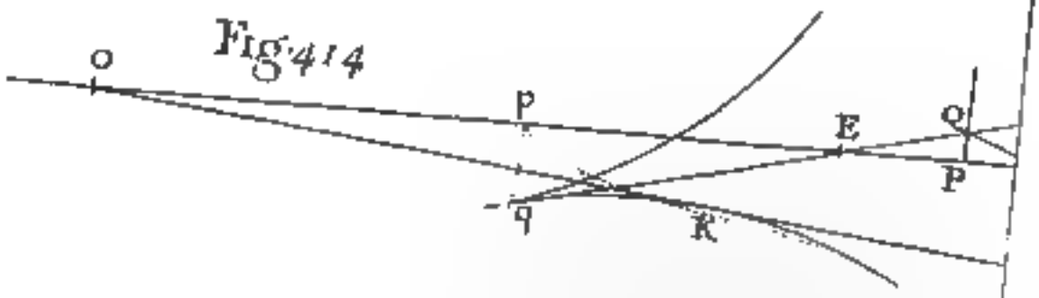
29. La figure 410 me donne occaſion d'expliquer un phenomène dont parle le Dr *Barrow* comme étant extraordinaire (*Lect. op. Lect.* 11 *append.*) Si vous regardez votre image dans un miroir concave, en vous approchant beaucoup du miroir, d'abord avec votre œil droit, en tenant le gauche ferme examinez ſon lieu apparent & ſa grandeur apparente. Faites enſuite la même choſe avec l'œil gauche en tenant l'œil droit ferme, & votre viſage vous paroîtra de la même grandeur qu'auparavant & ſeulement un peu à gauche. Mais ſi vous le regardez d'abord après des deux yeux, les deux faces apparentes paroîtront ſe reunir en une ſeule beaucoup plus grande, plus éloignée & plus concave qu'auparavant. La raiſon de cette apparence eſt évidente par la theorie precedente.

82 A

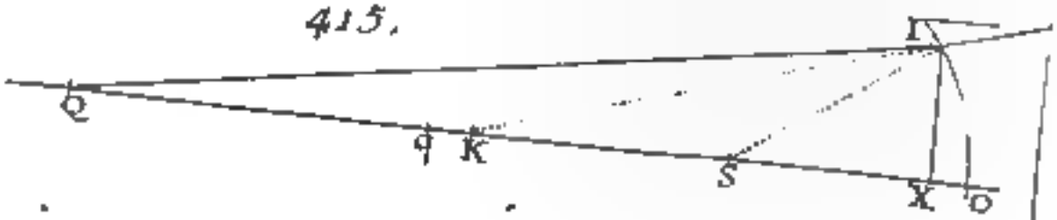
1.5.125

Planche 46.

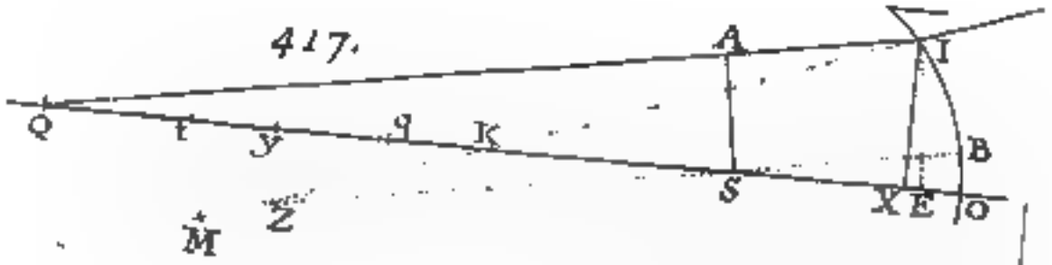
Fig. 414

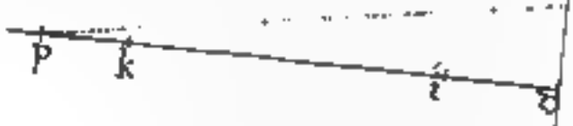


415.



417.





419.

420.

421.

30. C'eſt par la même raiſon qu'une perſpective placée un peu plus proche d'un grand miroir concave que n'eſt ſon foyer principal, comme dans la fig 410, & étant vue par une perſonne qui ſe tient derrière la perſpective & qui la regarde par-deſſus, paroît dans le miroir beaucoup plus grande & dans une plus grande projection, & par conſéquent avec beaucoup plus d'avantage que lorſqu'on la regarde par des rayons directs.

Une perſpective paroît dans un miroir concave avec beaucoup d'avantage.

31 Je ne trouve pas que *Newton* ait jamais traité cette matière des figures apparentes, & Mr. *Hughens* nous a ſeulement donné une obſervation ſur un cas particulier (*Diop. pr.* 52. *p.* 189) ſçavoir, « que la courbure apparente des lignes droites que l'on voit ſouvent aux environs des » bords d'une lentille ſe réduit très-difficilement aux regles de Geometrie. Ce que j'ai obſervé ſi vrai par expérience, que j'ai eu bien de la peine à ſuivre cette ſpéculation Mais le deſir d'avoir une preuve très-rigoureuſe de la validité & de l'étendue de mon principe, m'a déterminé à la pouſſer auſſi avant. Je finis en expoſant de quelle manière le Dr. *Barrow* a conſidéré cette matière, (*Lect. opt. ſub finem.*) Soit E le centre & APEpO l'axe d'un grand miroir concave AB, PQ un objet rectiligne qui eſt perpendiculaire à cet axe, QEq l'axe d'un grand pinceau de rayons incidents qui viennent de Q, qK la cauſtique formée par les rayons réfléchis, q ſa pointe, O la prunelle de l'œil, OKB une tangente à la cauſtique. Joignant QB, le rayon qui décrit cette ligne, ſera réfléchi en BKO & les rayons qui le joignent entreront dans la prunelle en s'écartant de K & ce point ſera, ſelon le principe du Dr. *Barrow*, le lieu apparent du point Q.

Comment le Dr. *Barrow* a conſidéré ce ſujet.

Fig. 414.

32. Pendant que l'axe QEq de la cauſtique variable qK tourne autour du centre E, ſoit une ligne OKB qui tournant autour de O touche continuellement la cauſtique en K & en conſéquence de ce principe, l'objet PQ paroîtra dans la place & ſous la forme de la courbe pK décrite par le mouvement du point K.

33. En admettant le principe je ne vois point d'objection contre la conſéquence qu'on en tire, mais puiſque ce principe n'a aucun fondement ni dans la raiſon ni dans l'expérience (*Remarques ſur l'art* 138), la théorie qu'on en tire tombe néceſſairement, même lorſque l'image pK eſt devant les yeux, à plus forte raiſon lorſqu'elle eſt derrière ou partie en devant & partie derrière, & ce dernier cas doit arriver lorſque l'objet eſt un peu plus proche du miroir que ſon principal foyer. Tous ces differents cas n'ont aucune difficulté dans ma théorie; mais ils ſont abſolument inexpliquables dans celle du Docteur, & outre cela il ne donne aucune raiſon des apparences aux deux yeux.

CHAPITRE XIII.

Continuation de la Théorie ſur l'aberration des rayons, pour découvrir les limites des microſcopes de réflexion & de réfraction, comme on l'a fait dans le Chapitre 7e. pour les téleſcopes.

PROPOSITION I.

645. *Ayant le foyer des rayons homogènes qui tombent ſur une ſurface ſphérique, trouver les aberrations des rayons rompus ou réfléchis ?*

Fig. 415,416. Soient Q & q les foyers conjugués des rayons incidents & rompus ou réfléchis (art. 211), QI un rayon incident ſur la ſurface ſphérique IO dont le demi-diamètre eſt SO; IK le rayon rompu ou réfléchi (prolongé) qui coupe l'axe OSqQ en K; IX le ſinus de l'arc IO, & prenant Q, S, X pour les diſtances OQ, OS, OX, & m à n pour la raiſon de la réfraction, m étant $>$ n, & $^{\theta}$ pour $m - n$; Je dis que ſi le rayon eſt rompu en I, l'aberration $q\mathrm{K} - \left(\frac{\mathrm{Q}-\mathrm{S}}{\mathrm{Q}+\frac{n}{\theta}\mathrm{S}}\right)^3 \times \frac{nn\mathrm{Q}-nn\mathrm{S}-mn\mathrm{S}}{^{\theta}m\mathrm{Q}}\mathrm{X}$. & s'il eſt réfléchi, $q\mathrm{K} = \left(\frac{\mathrm{Q}-\mathrm{S}}{\mathrm{Q}-\frac{1}{2}\mathrm{S}}\right)^3 \times \frac{1}{2}\mathrm{X}$.

Fig. 417. Menez BSZM parallele à IQ, qui coupe IK prolongé en Z, & ſoit SA perpendiculaire à QI. Soient t & M les foyers des rayons rompus, en ſuppoſant les incidents paralleles & fort proches des demi-diamètres SO, SB, par l'art 224, $\mathrm{SM} = \mathrm{S}t = \frac{n}{\iota}\mathrm{S}$, & ſi le rayon QI étoit parallele à SO, ſon aberration ſeroit $ty = \frac{nn}{m\theta}\mathrm{X}$ par l'art. 329 (n étant ici le ſinus de réfraction); & par l'art. 333, l'aberration MZ : ty :: $\mathrm{SA}^2 : \mathrm{IX}^2$ :: QS^2 : QI^2 ou QO^2 (art. 204). Donc MZ ou $\mathrm{Z} = \frac{\mathrm{Q}-\mathrm{S}^3}{\mathrm{QQ}} \times \frac{nn}{m\theta}\mathrm{X}$; & $\mathrm{SZ} = \frac{n}{\theta}\mathrm{S} - \mathrm{Z}$. Mais les trian-

gles QKI, SKZ étant ſemblables, nous avons QK : SK :: QI : SZ, & en compoſant QK : QS :: QI · QI + SZ. Donc prenant I pour QI, nous aurons $QK = \frac{\overline{Q-S} \times I}{I + \frac{n}{\theta} S - Z}$, & par conſéquent lorſque le point I vient en O & K en q, foyer conjugué de Q, nous avons $Qq = \frac{\overline{Q-S} \times Q}{Q + \frac{n}{\theta} S}$, & ainſi l'aberration $qK = (QK - Qq =) \overline{Q-S} \times \left(\frac{I}{I + \frac{n}{\theta} S - Z} - \frac{Q}{Q + \frac{n}{\theta} S} \right)$

$= \overline{Q-S} \times \frac{QZ - \frac{n}{\theta} S(Q-I)}{(I + \frac{n}{\theta} S - Z)(Q + \frac{n}{\theta} S)}$. Décrivez avec le rayon QI l'arc IE qui coupe SO en E, & prenant E pour OE, nous avons $\overline{Q - I} = \overline{E}$ & $I = Q - E$. Donc qK

$= \frac{\overline{Q-S} \times QZ - \frac{n}{\theta} SE}{(Q + \frac{n}{\theta} S - Z - E)(Q + \frac{n}{\theta} S)} = \frac{Q-S}{(Q + \frac{n}{\theta} S)^2} \times \overline{QZ - \frac{n}{\theta} SE}$, parce que $(Q + \frac{n}{\theta} S)^2$ eſt incomparablement plus grand que $(Q + \frac{n}{\theta} S) \times \overline{Z + E}$. Mais par l'art. 328, XO : XE :: QE : SO, & en diviſant, XO : EO :: QE ou QO : QS. Donc $E = \frac{Q-S}{Q} X$. Subſtituez à E & Z leurs valeurs, & vous aurez l'aberration $qK = \frac{(Q-S)^2}{(Q + \frac{n}{\theta} S)^2} \times \frac{nnQ - nnS - mnS}{\theta mQ} X$.

Mais ſi le rayon eſt réfléchi en I, à la place de n, ſubſtituez $-m$, & par conſéquent $2m$ pour θ, & le théorême deviendra $qK = \left(\frac{Q-S}{Q - \frac{1}{2} S} \right)^2 \times \frac{1}{4} X$. Fig. 416.

Car le calcul eſt le même, ſoit que le rayon rompu aille en avant ou en arrière, & pour changer l'angle de réfraction SIK en angle de réflexion, il faut le diminuer (avec ſon ſinus n) juſques à zéro, & enſuite le rendre négatif & égal à (— m ſinus de) l'angle d'incidence SIQ. Et pendant ce changement le calcul reſte le même. C. Q. F. T.

646. *Corol.* 1. Prenez Y pour I X, & pour le rayon rompu vous aurez l'aberration $qK = (\frac{Q-S}{Q+\frac{n}{i}S})^2 \times \frac{nnQ-nnS-mnS}{2imQS} \times YY$, & pour le rayon réfléchi $qK = (\frac{Q-S}{Q-\frac{1}{i}S})^2 \times \frac{1}{4}\frac{YY}{S}$ car OX : XY :: XY : 2 OS à fort peu près.

647. *Corol.* 2. Si S devient infinie, l'aberration d'un rayon rompu ſur une ſurface plane, deviendra par le dernier corol. $qK = \frac{mm-nn}{mn} \times \frac{YY}{2Q}$, & l'aberration d'un rayon réfléchi par un miroir plan, = 0.

648 *Corol.* 3 Lorſque le point d'incidence eſt donné, l'aberration en longueur qK d'un rayon réfléchi, eſt comme Sq^2 quarré de la diſtance du foyer au centre de la ſurface. Car par cette propoſition qK eſt à $\frac{1}{i}X$, aberration du foyer T des rayons paralleles (art. 334), comme QS^2 eſt à QT^2, ou comme Sq^2 eſt à ST^2; parce que QT, ST, qT étant en proportion continue (art. 207) ſont proportionnels à leurs ſommes ou à leurs différences.

649. *Coroll.* 4. Lorſque Q & S ſont donnés, l'aberration en longueur du rayon réfléchi ou rompu le plus extérieur, eſt comme YY, quarré de la demi ouverture de la ſurface.

LEMME I.

650. Lorſque les termes d'une raiſon renferment deux ſortes de quantités, dont l'une eſt incomparablement plus petite que l'autre, la grandeur de cette raiſon n'eſt pas changée par les changements qui ſe font dans ces quantités infiniment petites, comme on le verra dans l'application de ce principe.

LEMME II.

Fig. 418. 651. Dans le demi-diamètre prolongé or de la ſurface ſphérique oE, ſoient $*$ & p les foyers conjugués des rayons rompus, & x & k deux autres foyers conjugués; lorſque l'intervalle $*x$ des foyers des rayons incidents eſt exceſſivement petit, l'intervalle pk des foyers des rayons rompus eſt $\frac{mnrr}{(i*-mr)^2} \times *x$, en don-

nant à m, n, t les mêmes valeurs que dans la première propoſition.

Car ſoit s le foyer des rayons paralleles qui vont du côté oppoſé aux incidents venant de ω ; par l'art. 224, $ot = \frac{m}{t} or$ & $rt = \frac{n}{t} or$, & par l'art 238, $\omega t : \omega r :: \omega o : \omega p$, & en compoſant, $\omega t : tr :: \omega o : po$, c'eſt-à-dire (en prenant r, ω, t, p, pour or, $o\omega$, ot, op), $\frac{m}{t} r - \omega : \frac{n}{t} r :: \omega : p = \frac{nr\omega}{mr - t\omega}$, & par conſéquent, en prenant k & x à la place de p & ω, nous aurons $k = \frac{nrx}{mr - tx}$; & ainſi la diſtance $pk = (p - k =) \frac{mnrr(\omega - x)}{(mr - t\omega)(mr - tx)} = \frac{mnrr}{(mr - t\omega)^2} \omega x$ (art. 650) $= \frac{mnrr}{(t\omega - mr)^2} \omega x$, parce que les quarrés ſont les mêmes.

PROPOSITION II.

652. *Ayant le foyer des rayons homogènes qui tombent ſur une lentille, on demande les aberrations des rayons rompus.*

Soit O I E o la lentille donnée, dont les ſommets ſont O & o, R le centre de la première ſurface O I, r celui de la ſeconde o E & dans l'axe o O r R ſoit P le foyer des rayons incidents & p le foyer géométrique (art. 211) des rayons rompus. Il eſt queſtion de trouver pl aberration du rayon P I E l. Des points d'incidence & d'émergence I, E, menez I V, E v perpendiculaires à l'axe, & prenant D pour la différence des épaiſſeurs O o, V v; P, R, r pour les lignes O P, O R, O r, & la raiſon de 2 à 3 pour celle de la réfraction dans le verre, je dis que l'aberration $pl = \frac{\left.\begin{matrix} -27\,RR \\ +\ 6\,Rr \\ -\ 7\,rr \end{matrix}\right\} PP + \left.\begin{matrix} 66\,RRr \\ +14\,R\,rr \end{matrix}\right\} P \ -52\,RR\,rr}{6PP(R-r)^2 - 24\,PRr(R-r) + 24\,RR\,rr} D$, en

Fig. 419, 420.

ſuppoſant que les lignes P, R, r, ſont toutes d'un même côté du verre, & que lorſqu'elles ont différentes portions en différents verres, on changera leurs ſignes dans le théorême en conſéquence de ces changements.

Car ſoit $*$ le foyer conjugué de P après la premiere réfraction en I, & Ix le premier rayon rompu ; ſi l'on prend I & E pour V I & v E, & dans le corol. 1. de la prop. 1. P, R, 3, 2, 1, I pour Q, S, m, n, $*$, Y, la premiere aberration $*x$ ſera $= (\frac{P-R}{P+2R})^2 \times \frac{4P-10R}{6PR}$ II Prenant encore xI E pour le rayon incident ſur la ſeconde ſurface oE, ſoit k le foyer conjugué à x après la ſeconde réfraction ; prenant enſuite x & $*$ pour ox & O$*$, & dans le corol. 1. prop. 1 x, r, n, m, -1, E ou I (car E $=$ I étant en raiſon de xv à xV) pour Q, S, m, n, $*$, Y, la ſeconde aberration kl ſera $= (\frac{x-r}{x-\frac{m}{n}r})^2 \times \frac{mnr+mnr-mnx}{2nnxr}$ II $= (\frac{x-r}{x-3r})^2 \times \frac{15r-9x}{4xr}$ II $= (\frac{*-r}{*-3r})^2 \times \frac{15r-9*}{4*r}$ II (par l'art 650). Mais p eſt le foyer conjugué de $*$, donc par le Lemme 2. $pk = \frac{6rr}{(*-3r)^2} \times (*x =) (\frac{P-R}{P+2R})^2 \times \frac{4P-10R}{6PR}$ II ; & par l'art. 246, $\frac{3PR}{P+2R} = * = \frac{3PR}{t}$, en prenant t pour P + 2 R. Subſtituez cette valeur de $*$, vous aurez $pk = \frac{8r^3(P-R)^2(2P-3R)}{(RP-n)^2 36RrP}$ II, & $Kl = \frac{(3RP-n)^2(5n-9RP)}{(RP-n)^2 36RrP}$ II, & ajoutant pk & kl, rétabliſſant la valeur de t, & diviſant tout par 3, nous aurons l'aberration totale $pl =$

$$\frac{\left.\begin{matrix}-27R^3\\+33RRr\\-13Rrr\\+7r^3\end{matrix}\right\} PP \left\{\begin{matrix}+66R^2r\\-52R^2r^2\\-14Rr^3\end{matrix}\right\} P \begin{matrix}-52R^3rr\\+52R^2r^3\end{matrix}}{12RrPP(R-r)^2 - 48RRrrP(R-r) + 48R^2r^3}\text{ II.}$$

Mais $OV = \frac{II}{2R}$ & $ov = \frac{II}{2r}$, & par conſéquent $Vv = (OV$

$+Oo$

$+ Oo - ov =) \frac{II}{2R} + Oo - \frac{II}{2r}$, & ainſi $D = (Oo - Vv =) \frac{R-r}{2Rr} II$ & $II = \frac{2Rr}{R-r} D$.

Si l'on met cette valeur à la place de II, & ſi l'on diviſe chaque terme par $R - r$, on aura $pl =$

$$\frac{\left.\begin{matrix} -27RR \\ +6Rr \\ -7rr \end{matrix}\right\} PP \left.\begin{matrix} +66RRr \\ +14Rrr \end{matrix}\right\} P - 52RRrr}{6PP(R-r)^2 - 24PRr(R-r) + 24RRrr} D.$$

653. *Corol* 1. Lorſque le rayon incident eſt parallele à l'axe, ſon aberration $pl = \frac{-27RR + 6Rr - 7rr}{12Rr(R-r)} II$ ou $= \frac{-27RR + 6Rr - 7rr}{6(R-r)^2} D$. Car lorſque P eſt infini, les termes qui contiennent PP ſont incomparablement plus grands que tous les autres.

Définition.

654. En ſuppoſant une lentille convexe ſans épaiſſeur à ſes extrêmités & une lentille concave ſans épaiſſeur à ſon milieu; lorſque les rayons tombent ſur le bord de l'une ou de l'autre, D devient égal à la différence des ſinus verſes de la moitié des arcs qui les compoſent. C'eſt ce que j'appelle l'épaiſſeur de la lentille, laquelle étant donnée, on a l'aberration du rayon extrême par l'un des deux théorêmes précédents. Fig. 412.

655. *Coroll.* 2. L'épaiſſeur D, la diſtance du foyer p & le demi-diamètre R de la première ſurface, étant donnés, l'aberration du rayon extrême qui vient parallele à l'axe, pl eſt $= \frac{27RR+24Rp+7pp}{6RR} D$, lorſque les centres des ſurfaces du verre ſont tous deux du même côté, & s'ils ſont de différents côtés, $pl = \frac{27RR-24Rp+7pp}{6RR} D$. Car par l'art. 234, la diſtance du foyer $p = \frac{2Rr}{R-r}$. Donc $r = \frac{Rp}{p+2R}$. Ce Fig. 412.

qui étant ſubſtitué à r dans le théorême du Corol. 1. donne le théorême préſent.

656. *Coroll.* 3. L'épaiſſeur D, la diſtance du foyer p & le demi-diamétre r de la ſeconde ſurface étant donnés, l'aberration du rayon extrême parallele à l'axe ſera $pl = \frac{7pp+4rp+7rr}{6rr}$ D, lorſque les centres ſont du même côté, & $pl = \frac{7pp-4rp+7rr}{6rr}$ D, lorſqu'ils ſont de différents côtés, parce que $R = \frac{rp}{p-2r}$.

657. *Corol.* 4. Lorſque le foyer des rayons incidents ſur une lentille donnée eſt donné, ou lorſqu'ils ſont paralleles, les aberrations des rayons du foyer conjugué ſont comme II, quarrés des diſtances des points d'incidence ou d'émergence à l'axe de la lentille. Car alors P, R, r étant donnés, pl eſt comme II.

LEMME III.

658. La diſtance du foyer, la moitié de la largeur & l'épaiſſeur d'une lentille ſont en proportion continue.

A la fin de la démonſtration de la prop. 2. nous avons $II = \frac{2Rr}{R-r}D$, & par l'art. 234, $p = \frac{2Rr}{R-r}$. Donc $II = pD$, ou p, I, D en proportion continue.

659. *Coroll.* Donc dans les verres de toutes ſortes de figures, (c'eſt-à-dire, quelle que ſoit la raiſon & la poſition des demi-diamètres de leurs ſurfaces) ſi l'une de ces trois choſes, le foyer, la largeur & l'épaiſſeur, eſt la même, la troiſième eſt auſſi la même.

PROPOSITION III.

660. *Comparer les aberrations produites par la ſphéricité de la figure de toutes ſortes de verres, & déterminer les demi-diamètres d'un verre qui doit produire le moins d'aberrations?*

Pour faire une juſte comparaiſon, il faut ſuppoſer que tous nos verres ont le même foyer, la même largeur, & par conſéquent la même épaiſſeur par l'art. 659, & qu'ils ne different que

par leurs figures qui viennent des différentes grandeurs & positions des demi-diamètres de leurs surfaces

661. Je dis donc 1°. que lorsque les rayons tombent paralleles sur le côté plan d'un verre plan-convexe, l'aberration du rayon extrême, qui est $\frac{9}{2}$ de l'épaisseur, est moindre que l'aberration semblable produite par un ménisque, dont le côté concave est exposé au rayon incident.

662. Je dis 2°. que lorsque ces verres ont leurs convexités tournées vers les rayons incidents, l'aberration du rayon extrême dans le plan-convexe, qui n'est plus que $\frac{7}{8}$ de son épaisseur, est moindre que l'aberration semblable du ménisque dans cette position.

663. Je dis 3°. qu'un verre double convexe (lorsque le demi-diamètre de la première surface, sur laquelle les rayons tombent, est à celui de la seconde d'où ils sortent, comme 2 est à 5) est précisément aussi bon que le plan-convexe dans sa meilleure situation; les aberrations des deux n'étant que $\frac{7}{8}$ de leur épaisseur commune.

664 Je dis 4°. que lorsque les demi-diamètres d'un double convexe sont égaux, il n'est pas aussi bon qu'un plan-convexe dans sa meilleure situation; son aberration étant $\frac{9}{2}$ de son épaisseur; mais si les demi-diamètres de sa première & seconde surfaces sont comme 1 à 6, c'est le meilleur de tous les verres; l'aberration du rayon extrême n'étant plus que $\frac{11}{12}$ de son épaisseur; ce qui est la moindre aberration possible, n'y ayant rien dans la nature qui soit semblable à un verre composé de deux surfaces sphériques sans aberrations. Mais si l'on retourne ce verre, il devient le plus mauvais de tous; car alors l'aberration est $\frac{41}{42}$ de son épaisseur.

665. Enfin je dis que lorsqu'un verre plan-concave a son côté plan exposé aux rayons paralleles, l'aberration du rayon extrême est aussi $\frac{9}{2}$ de son épaisseur & lorsqu'on le retourne, l'aberration n'est que $\frac{7}{8}$; ce qui est moindre que l'aberration de tout autre verre concavo-convexe & égal à celle d'un verre double concave, dont le demi-diamètre de la premiere surface est à celui de la seconde comme 2 à 5, & que le meilleur de tous les doubles concaves a le demi-diamètre de sa première concavité à celui de la seconde, comme 1 à 6; & que par conséquent c'est la meil-

ſeure figure d'un verre pour ceux qui ont la vue courte, comme le double convexe de la même figure eſt le meilleur pour les autres.

DÉMONSTRATION.

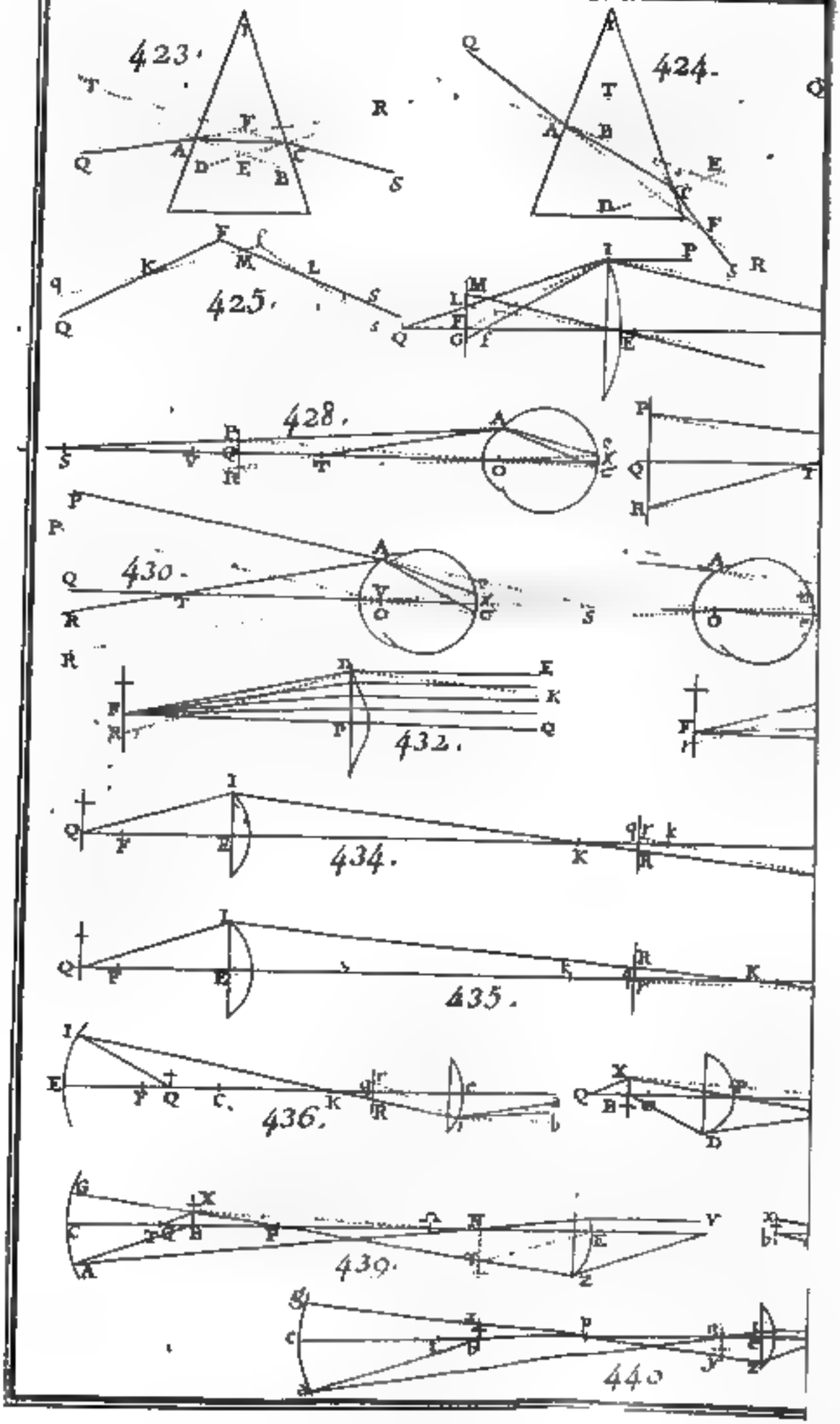
666. 1°. Par l'art. 655 l'aberration produite par un ménisque eſt $\frac{2}{5}D + \frac{4p}{R}D + \frac{2}{6}\frac{pp}{RR}D$, & elle décroît continuellement à meſure que R croît ; de ſorte que R étant infini & le ménisque devenant plan-convexe, elle devient $= \frac{2}{5}D$, les autres termes étant incomparablement plus petits que celui-ci.

667. 2°. Après que R infini eſt devenu négatif, ſuppoſons que r devienne auſſi infini & enſuite négatif, quoique plus grand que R, afin que R appartienne à la première ſurface, dont la convexité eſt maintenant expoſée aux rayons incidents ; l'aberration cauſée par le ménisque ſera par l'art. 656, $= \frac{2}{5}\frac{p}{r}\frac{p}{r}D + \frac{2p}{3r}D + \frac{2}{6}D$, & elle décroît continuellement à meſure que r demi-diamètre de ſa ſeconde ſurface croît, juſques à ce qu'elle devienne $= \frac{2}{6}D$ lorſque le verre devient plan-convexe ; ce qui eſt moindre que ſon aberration $\frac{2}{5}D$ dans la poſition contraire, en raiſon de 7 à 27 ou preſque quatre fois.

668. 3° Pour changer ce verre en double convexe, après que r infini eſt devenu négatif, & en le ſuppoſant beaucoup plus grand que p, le terme négatif $\frac{2p}{3r}D$, dans l'aberration préſente $\frac{2}{6}\frac{p}{r}\frac{p}{r}D - \frac{2p}{3r}D + \frac{2}{6}D$, ſera plus grand que le terme poſitif $\frac{2}{6}\frac{p}{r}\frac{p}{r}D$ (parce que la racine d'une fraction propre eſt plus grande que ſon quarré en raiſon doublée des termes). Par conſéquent leur différence négative, rendra l'aberration du double convexe moindre que $\frac{2}{6}D$, qui eſt celle du plan-convexe, tant que la différence continuera d'être négative : mais ſi l'on ſuppoſe r de telle grandeur que cette différence devienne $= 0$,

515

Planche 47.



ou $\frac{7}{6}\frac{pp}{rr}D - \frac{2p}{3r}D = 0$, l'aberration de ce double convexe ſera $\frac{7}{6}D$, la même que celle du plan convexe Subſtituez maintenant à p ſa valeur $\frac{2Rr}{R-r}$ & vous aurez $\frac{7}{3}\frac{R}{R-r} - \frac{2}{3} = 0$. Donc $5R = 2r$, c'eſt-à-dire, $R : r :: 2 : 5$.

669. 4°. On peut trouver l'aberration d'un double convexe dont les demi-diamètres ſont donnés, en calculant cette quantité $\frac{27RR+6Rr+7rr}{6(R+r)^2}D$, par l'art. 653, le ſigne de r ou R étant changé, parce qu'ils ſont des côtés oppoſés du verre. Ainſi en ſuppoſant $R = 2$, $r = 5$, l'aberration devient $\frac{7}{6}D$, comme on vient de le prouver ; en ſuppoſant $R = r$, elle devient $\frac{5}{4}D$. Pour trouver la raiſon de R à r, lorſque l'aberration eſt la moindre poſſible, ſoit $R = 1$, l'aberration ſera $pl = \frac{27+6r+7rr}{(6+2r+rr)}D$. Or en différentiant cette quantité, on trouve $(6+14r)(1+r)^2 - 2(1+r)(27+6r+7rr) = 0$. Ce qui donne $r = 6$. Donc $R : r :: 1 : 6$, & ſubſtituant ces valeurs de R & r, on trouve $pl = \frac{15}{14}D$. Que ſi l'on retourne ce verre, c'eſt-à-dire, ſi l'on prend $R = 6$ & $r = 1$, on trouve $pl = \frac{145}{42}D$.

670. Puiſque ce verre dans ſa meilleure poſition a la moindre aberration poſſible, il eſt impoſſible qu'aucun verre ſphérique n'ait aucune aberration. Ce que l'on peut auſſi prouver de cette manière. Suppoſons, s'il eſt poſſible, que $pl = 0$, on aura $27+6r+7rr = 0$, & par réduction $r = \pm\frac{3}{7} \pm \sqrt{\frac{2}{49} - \frac{27}{7}}$, ce qui étant impoſſible, l'aberration ne peut pas être zero.

671. Enfin on voit par les articles 655, 656, que ces théorêmes ſervent également pour les verres concaves & convexes, & qu'ainſi la même démonſtration a lieu pour ce dernier article.

LEMME IV.

672. Si les angles d'incidence & de réfraction d'un rayon QACS qui traverſe un très-petit triangle d'un priſme AIC, ſont ſi petits qu'on puiſſe les regarder comme proportionnels à Fig. 413, 414

leurs ſinus, l'angle de déviation R F S compris ſous le rayon incident Q A F R, & ſous le rayon émergent prolongé S C F T ſera à l'angle réfringent A I C, comme la différence des ſinus d'incidence & de réfraction eſt au moindre des deux, & par conſéquent l'angle de déviation R F S ſera invariable dans toutes les poſitions du rayon.

Car ſoit A B perpendiculaire à la première ſurface A I qui coupe en E la perpendiculaire C D à la ſeconde, & ſuppoſant que le rayon A C ſorte des deux côtés du priſme, l'angle d'incidence A C D ſera à l'angle d'émergence D C T en raiſon donnée de i à r, ou du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction, & en diviſant, nous aurons A C D : A C T : : $i : r - i$, & C A B C A R dans la même raiſon, en ſuppoſant que le rayon recule le long de C A. Donc en compoſant ou en diviſant, nous aurons A C D $\pm$ C A B : A C T $\pm$ C A R, c'eſt-à-dire, A E D ou A I C : R F S en même raiſon donnée de $i : r - i$.

Fig. 415. 673 *Coroll.* 1. Si donc on prolonge deux rayons homogénes émergents, ils formeront enſemble le même angle que formoient les deux rayons incidents. Car ſoient les deux incidents Q F, $q f$ qui étant prolongés ſe coupent en K, & que les deux émergents S F, $s f$ prolongés ſe rencontrent en L. Que l'un des incidents coupe l'autre émergent en M. Puiſque dans les triangles K M F, L M f, les angles en M ſont égaux, auſſi bien que ceux en F & f par le Lemme, il ſuit que les angles K & L ſont auſſi égaux.

674. *Coroll.* 2. Et lorſque deux rayons homogènes ſont rompus par le même point d'une lentille, dont l'épaiſſeur eſt peu de choſe, l'angle compris ſous leurs parties incidentes eſt égal à l'angle compris ſous leurs parties émergentes. Car l'épaiſſeur de la lentille étant fort petite, ſi les rayons ont un point commun d'incidence, leurs points d'émergence ſeront fort proches l'un de l'autre; ou ſi le point d'émergence eſt commun aux deux rayons, leurs points d'incidence ſeront fort proches l'un de l'autre; par conſéquent les réfractions à travers la lentille ſeront preſque les mêmes que celles à travers deux plans qui touchent ſes ſurfaces aux deux points donnés, auprès des points d'incidence & d'émergence, & qui forment entr'eux un angle donné.

Fig. 416. 675. *Coroll.* 3. Lorſque le rayon A C en dedans du priſme

ſe confond avec une des deux perpendiculaires aux plans, par exemple, avec A B, l'une des réfractions diſparoît en A, & alors l'angle de déviation R F S formé par l'autre réfraction, continue d'être le même en quantité qu'il étoit auparavant par les deux réfractions; parce que la grandeur de l'angle de déviation ſ invariable par ce Lemme.

676. *Coroll.* 4. Lorſque, donc un rayon hétérogène eſt diviſé en rayons colorés par de petites réfractions à travers un petit angle réfringent d'une quantité donnée, les rayons émergents des couleurs données ſeront inclinés les uns aux autres, & au rayon incident ſous de certains angles donnés. Parce que ces inclinaiſons formées par deux réfractions ſont toujours égales aux inclinaiſons formées par une ſimple réfraction au ſecond plan, lorſque le rayon incident tombe perpendiculairement ſur le premier plan.

677. *Coroll.* 5. Et un rayon hétérogène rompu par un point donné dans une lenteille a la même propriété que dans le priſme; c'eſt-à-dire, que les rayons émergents des couleurs données ſont inclinés les uns aux autres, & au rayon incident ſous les angles donnés dans toutes les poſitions, par les raiſons données dans le corol. 2.

678. *Coroll.* 6. Donc ſi pluſieurs verres de différente eſpèce ou figure, ont la même diſtance au foyer, & la même ouverture; le diamètre du cercle d'aberration des rayons paralleles hétérogènes, par rapport à leur foyer principal, ſera le même dans tous; étant le même que dans un verre plan-convexe, lorſque ſon côté plan eſt tourné vers les rayons incidents (art. 675, 676) & dans ce cas nous l'avons déterminé dans l'art. 324 Et lorſque les rayons du pinceau incident, ſont ou paralleles ou inclinés à l'axe de la lentille, le diamètre du cercle d'aberrations eſt comme ſa diſtance à la lentille, parce qu'alors (fig. 280) l'angle R A S eſt invariable.

679. *Coroll* 7. Donc par rapport à ces aberrations par les couleurs conſidérées ſéparément, il eſt indifférent de tourner l'un ou l'autre côté d'une lentille, vers les rayons incidents, parce que la diſtance du foyer eſt la même dans les deux poſitions (art. 233).

PROPOSITION IV.

Fig. 427. 680 *Lorſque le foyer* Q *des rayons incidents homogènes n'eſt par beaucoup plus éloigné de la lentille* EI *que la diſtance* EF *de ſon foyer* (*comme dans les microſcopes doubles*) *l'aberration latérale* qR *du rayon rompu* IR *le plus extérieur, par rapport au foyer géométrique* q, *eſt à* FG *aberration latérale* (*du foyer principal*) *d'un rayon qui vient du côté oppoſé, parallele à l'axe, & par le même point* I, *comme* Eq *eſt à* EF *à fort peu près; c'eſt-à-dire, en raiſon directe des diſtances de ces foyers des rayons rompus à la lentille.*

Prolongez la perpendiculaire GF juſques à ce qu'elle coupe le rayon incident QI en L, & joignant LE & I q, ces deux lignes ſeront paralleles. Car les triangles QLF, QIE étant ſemblables, nous avons QL : QI : : (QF : QE :) QE : Q q (art. 239), ce qui fait voir que les triangles QLE, QI q ſont équiangles. Menez EM parallele au rayon rompu IKR qui coupe FL prolongée en M; l'angle GIL eſt = PIK (art. 674) ou IKE, ou MEF. Donc GL = FM à fort peu près, étant les ſoûtendantes des angles égaux GIL, MEF, & étant fort petites, & preſque perpendiculaires à leurs côtés, lorſque QF & EI ſont fort petits. Donc en retranchant de part & d'autre la ligne commune FL, nous avons LM = FG l'aberration. Mais les angles qIR, LEM, ſous deux couples de lignes paralleles, ſont égaux, & leurs ſoûtendantes qR, LM étant également inclinées à leurs côtés, nous avons qR : LM ou FG : : (qI : EL : :) qE : EF, parce que les triangles qIE, ELF ſont équiangles. C. Q. F. D.

681. *Corol* Lorſqu'un verre plan-convexe, qui eſt à fort peu près auſſi bon que le meilleur de tous (art. 662, 664) a ſon côté plan tourné vers le foyer Q, l'aberration latérale cauſée par ſa figure eſt $qR = \frac{1}{8} \times \frac{EI^3}{EF^3} \times Eq$ & l'aberration en longueur $qK = \frac{1}{8} \times \frac{EI^2 \cdot Eq^2}{EF^2}$: & dans les lentilles ſphériques de quelque figure ou matière que ce ſoit, leurs aberrations

rations ſont comme ces quantités. Car l'aberration en longueur du rayon parallele P I, c'eſt-à-dire F f, eſt $\frac{7}{6}$ de l'épaiſſeur du verre (662) ou $\frac{7}{6} \cdot \frac{EI^2}{EF}$ (art. 658); & puiſque les triangles fF G, fE I ſont équiangles, nous avons l'aberration latérale F G $= \frac{7}{6} \cdot \frac{EI^3}{EF^2}$, & par conſéquent par cette propoſition qR $= \frac{7}{6} \cdot \frac{EI^3}{EF^3} \cdot$ E q; & parce que les triangles qR K, E I K ſont équiangles, nous avons qK $= \frac{7}{6} \cdot \frac{EI^3 \cdot Eq^2}{EF^3}$.

682. *Coroll.* 2. Donc FQ étant donné, les aberrations latérales produites par la figure d'une lentille donnée, ſont comme les cubes, & les aberrations en longueur, comme les quarrés des diamètres des ouvertures.

683. *Coroll.* 3. Donc le diamètre d'un cercle de ces aberrations produites par la figure ſeule, c'eſt-à-dire, (art. 339) $\frac{1}{2} q$R $= \frac{7}{11} \times \frac{EI^3}{EF^3} \times$E q, parce que la démonſtration de l'art. 339, n'eſt fondée que ſur ce que les aberrations en longueur ſont comme les quarrés & les aberrations latérales comme les cubes des ouvertures linéaires; & par conſéquent elle convient à toute ſorte de lentilles par le corol. 2. auſſi bien qu'au plan-convexe.

684. *Corol* 4. Le diamètre d'un cercle d'aberrations qui contient préciſément toutes les eſpeces de rayons hétérogènes diviſés de Q eſt $= \frac{1}{11} \cdot \frac{Eq}{EF} \cdot$ E I, par les art. 324, 678, en prenant F & q pour les foyers des rayons moyens réfrangibles. Car $2q$R $= \frac{2Eq \cdot FG}{EF}$ & F G : E I :: 1 : 55 (art. 325) Donc $2q$R $= \frac{2Eq \cdot EI}{55\ EF}$.

685. *Coroll.* 5. Donc ſi le côté plan de l'objectif E I d'un double microſcope, eſt tourné vers l'objet en Q, le diamètre du cercle d'aberrations de ſon image en q, réſultant dans les rayons homogènes de la ſeule figure ſphérique, ſera au diamètre du cercle d'aberrations des rayons hétérogènes, ſi la figure de

la lentille étoit parfaite, comme 1 eſt à $\frac{24}{101}\cdot\frac{EF^2}{EI^2}$. Et par conſéquent ces cercles ſeront égaux, lorſque le diamètre de l'ouverture de l'objectif ſera la moitié de la diſtance de ſon foyer à fort peu près.

LEMME V.

686. Soit un nombre innombrable de pinceaux de rayons que l'on ſuppoſe appartenir à un nombre infini de foyers dans une partie donnée de l'axe de l'œil prolongé de part & d'autre; & qu'il ſoit requis de déterminer ſur la rétine le moindre cercle dans lequel ſoient compris tous les rayons qui entrent dans la prunelle.

Fig. 428, 431. Soit AO le demi-diamètre de la prunelle, & OTS l'axe de l'œil prolongé. Soient les pinceaux des rayons qui appartiennent à chaque point de la partie ST, lorſque ſes extrêmités S, T ſont toutes les deux du même côté de l'œil, ou à chaque partie de l'axe infini, excepté la partie ST, lorſque S & T ſont de différents côtés de l'œil. Divi'ez également ST en V, & prenez vers l'œil VQ : VT :: VT : VO. Par le point Q menez PQR perpendiculaire à l'axe & qui coupe SA & TA les rayons les plus extérieurs des pinceaux extrêmes en P & R reſpectivement. Lorſque l'œil s'attache à voir la ligne PR le plus diſtinctement qu'il eſt poſſible, ſon image ∘, ſur la rétine, ſera le diamètre du moindre cercle, dans lequel tous les rayons puiſſent ſe réunir.

Car puiſque VO : VT :: VT ou VS : VQ, nous avons en compoſant VO + VS : VS + VQ en même raiſon, & en diviſant VO — VT : VT — VQ en même raiſon; c'eſt-à-dire, SO : SQ :: TO : TQ. Donc puiſque les triangles SAO, SPQ & TAO, TRQ ſont équiangles, nous avons AO : PQ :: (SO : SQ :: TO : TQ :) AO : QR, & par conſéquent PQ = QR. Soit ∘ x ∘ l'image diſtincte de PQR, c'eſt-à-dire, que tous les rayons que l'on ſuppoſe venir de P ſoient ramaſſés en ∘ ſur la rétine, & que le rayon SPA qui en eſt un, vienne en ∘ avec les autres; que de même le rayon RTA vienne en ∘, & que les lignes PQ, QR étant égales,

leurs peintures πx, $x\rho$ ſoient auſſi égales. Faiſons tourner toute la figure autour de l'axe STO, & l'on verra que les rayons de l'un des pinceaux extrêmes, dont le foyer eſt S, ſeront répandus tout autour d'un cercle ſur la rétine, dont le centre eſt x & le demi-diamètre πx; que de même les rayons de l'autre pinceau extrême dont le foyer eſt T, ſeront répandus ſur un cercle concentrique dont le centre eſt x & le demi-diamètre eſt $x\rho$, & ces deux cercles ſe confondront exactement lorſque leurs demi-diamètres ſeront égaux. Mais ſi l'on ſuppoſe que l'objet PQR s'approche de l'œil, les demi-diamètres PQ & πx augmenteront tous les deux, & ſi PQR s'éloigne, les demi-diamètres QR, $x\rho$ augmenteront pendant que les autres PQ & πx diminueront, & dans ces deux ſuppoſitions, le cercle ſur la rétine qui comprend les rayons des deux pinceaux extrêmes & qui eſt le plus grand des deux, ſera plus grand qu'il n'étoit auparavant, lorſqu'il étoit égal à l'autre, c'eſt-à-dire, lorſque l'œil voyoit diſtinctement les lignes égales PQ, QR.

Maintenant lorſque S & T ſont du même côté de l'œil, tous les pinceaux qui appartiennent aux foyers intermédiaires entre les deux extrêmes S & T, tombent en dedans du cercle qu'on vient de déterminer Car ſi l'on conçoit que le point le plus proche T s'éloigne de l'œil, les lignes QR & $x\rho$ diminueront toutes les deux, & ſi S s'approche, QP & $x\pi$ diminueront de même Mais ſi S & T ſont des deux côtés de l'œil, il y aura dans ce cercle tous les pinceaux dont les foyers ſont dans chaque point de l'axe infini, excepté la partie ST. Car ſi l'on conçoit que OS & OT croiſſent, QP & QR, & par conſéquent $x\pi$ & $x\rho$ diminueront C. Q. F. D.

687. *Coroll.* 1 Lorſque donc un pinceau de rayons qui viennent d'un ſeul point de l'objet, eſt tellement diſpoſé par les réflexions & réfractions, qu'en tombant ſur l'œil ils appartiennent à une infinité de différents points de l'axe prolongé, comme dans la propoſition, le diamètre $\pi\rho$ du moindre cercle ſur la rétine, qui les contient tous, ſera comme l'angle SAT; c'eſt-à-dire, comme le plus grand angle ſous lequel les deux rayons les plus extérieurs ſe coupent mutuellement à la prunelle de l'œil. Car $\pi\rho$ eſt comme l'angle POR ou PAR ou SAT.

Fig. 430. 688. *Coroll.* 2. Par conſéquent lorſque O S & O T ſont de différents côtés de l'œil & égaux l'un à l'autre ; c'eſt-à-dire, lorſque les deux rayons ſont également inclinés à l'axe & de différents côtés ; le diamètre π_r du moindre cercle d'aberrations ſera comme l'angle A S T ou A T S d'inclinaiſon à l'axe de l'un des deux rayons les plus extérieurs ; & en ce cas, l'œil doit être appliqué d'une manière à recevoir les rayons paralleles ſur un point diſtinct de la rétine. Car la ligne V O étant zero en ce cas, la 3e proportionnelle V Q devient infinie ; & π_r étant toujours comme l'angle P O R ou P A R, eſt maintenant comme ſa moitié A S T ou A T S.

Définition.

689. Dans la viſion ſoit avec l'œil nud ou avec des verres, la confuſion apparente d'un objet donné, eſt comme l'aire du moindre cercle ſur la rétine, dans lequel l'œil peut ramaſſer tous les rayons d'un ſeul pinceau.

On a vu la raiſon de cette définition dans le commencement de la démonſtration de l'art. 343

Proposition V.

690. *Dans les microſcopes qui n'ont qu'une ſeule lentille, un objet donné, placé dans leurs foyers principaux paroîtra également diſtinct, ſi leurs ouvertures linéaires ſont comme les diſtances de leurs foyers.*

Fig. 432. 691. 1er. *Cas.* Suppoſons d'abord la figure de la lentille D P telle qu'elle ne produiſe aucune aberration des rayons homogènes (art. 81) ; ſi l'objet eſt en F, & que F P ſoit la diſtance du foyer du rayon moyen réfrangible, tous les rayons qui viennent de F ſeront rompus par des lignes D E paralleles à l'axe F P Q. Soit le violet compris dans le rayon hétérogène le plus extérieur F D & rompu en D K, & qu'un autre rayon violet ſoit ſuppoſé venir en arrière le long de E D & ſe rompre en D R rencontrant l'objet en R. La confuſion apparente du point F étant comme l'aire du moindre cercle d'aberrations (ſur la rétine) des rayons d'un pinceau qui vient de F (art. 689),

ſera donnée, ſi le diamètre de ce cercle eſt donné, ou ſi l'angle E D K (art. 688) ou F D R (art. 674) eſt donné; c'eſt-à-dire, ſi la raiſon de F R à F D ou F P eſt donnée Mais dans les rayons hétérogènes, la raiſon de F R à D P eſt auſſi donnée (art 324 & 678), & par conſéquent la confuſion apparente ſera donnée, lorſque la raiſon de D P à P F le ſera.

692. 2d. *Cas.* Soit maintenant la figure de la ligne D P ſphérique avec la même diſtance au foyer, & que le plus intérieur des rayons moyens réfrangibles qui viennent de F ſoit toujours rompu parallélement à l'axe, mais que le plus extérieur comme D E ſoit convergent vers l'axe par une trop grande réfraction (art. 81). Imaginons qu'un rayon moyen réfrangible vienne le long de L D parallélement à l'axe, & ſoit rompu le long de D *r*, de ſorte que F *r* ſoit l'aberration latérale des rayons homogènes produite par la figure de la lentille La confuſion apparente de l'objet, en tant qu'elle dépend de cette ſorte d'aberration, ſera donnée comme dans le premier cas, lorſque la raiſon de F *r* à F P, c'eſt-à-dire, de $\frac{DP^3}{FP^2}$ (art 681) à F P & par conſéquent de D P³ à F P² ou de D P à P F ſera donnée, comme dans le premier cas. Fig. 43.

693. 3e. *Cas.* Soit maintenant le violet compris dans le rayon hétérogène F D & rompu le long de D K; & que l'angle E D K compris entre le verd & le violet ſoit un peu plus grand que dans le premier cas, étant augmenté de la 27e ou 28e partie de l'angle E D L (art 324), lequel meſure l'augmentation de réfraction ou de déviation produite par le changement de figure de la lentille. Cet incrément E D K, eſt donc comme l'angle E D L, & par conſequent il eſt donné, lorſque la raiſon de D P à P F eſt donnée, par le 2e. cas. Mais la confuſion apparente ſera donnée, lorſque le diamètre du moindre cercle d'aberration de tous les rayons ſur la rétine ſera donné, c'eſt-à-dire, lorſque tout l'angle K D L eſt donné (art. 688) ou lorſque toutes ſes parties E D L, E D K & l'incrément de E D K ſont donnés; or nous avons fait voir que toutes ces parties ſont données, lorſque la raiſon de D P à P F eſt donnée. C. Q. F. D.

694. 4e. *Cas.* Nous n'avons conſidéré juſqu'ici que les aberrations

des rayons violets par rapport au verd ou au moyen réfrangible, que nous avons ſuppoſé parallèle à l'axe ; mais les rayons rouges étant inclinés à l'axe à fort peu-près autant que les violets & dans une poſition contraire, ſeront tous compris dans le même cercle d'aberrations ſur la rétine (art. 688).

695. Dans les lentilles microſcopiques dont les diſtances au foyer n'excedent pas beaucoup la longueur d'un demi-pouce, il n'eſt pas néceſſaire de reſſerrer beaucoup leurs ouvertures pour procurer une viſion diſtincte, la prunelle étant elle-même aſſez petite pour exclure les rayons extérieurs qui peuvent obſcurcir. Mais dans les petites lentilles où il faut reſſerrer les ouvertures, nous avons fait voir que pour conſerver le même degré de diſtinction, il falloit que leurs diamètres fuſſent comme les diſtances de leurs foyers, & alors la clarté apparente diminuera en raiſon doublée des diſtances de leurs foyers, de ſorte que lorſqu'on employe de petits verres, la grandeur apparente & l'obſcurité de l'objet augmentent en même raiſon (car la raiſon de PD à PF étant invariable, l'angle PFD l'eſt auſſi, & par conſéquent la quantité de lumière qui vient du point F eſt auſſi invariable ; parce que les ouvertures des lentilles, ſoit qu'elles ſoient petites ou grandes, doivent être toutes placées à telles diſtances de F, qu'elles reçoivent préciſément tous les rayons compris dans un cone décrit en faiſant tourner l'angle PFD autour de l'axe PF, ni plus ni moins. Mais la grandeur apparente de l'objet, ou de la ſurface de ſon image ſur la rétine eſt en raiſon réciproque du quarré de PF (art. 118) & par conſequent la lumière étant la même, la clarté ſera en raiſon directe du quarré de PF. On voit par cette théorie qu'on ne peut pas groſſir un petit objet à l'infini avec une lentille ſimple, quoiqu'on puiſſe le diminuer tant qu'on veut, à moins qu'on n'ait quelque méthode d'augmenter ſa lumière. Néanmoins cette imperfection des microſcopes ſimples n'eſt pas auſſi grande qu'elle paroît l'être au premier coup d'œil ; parce que l'œil eſt capable de diſcerner aſſez bien les objets par 10 mille différents degrés de lumière, chaque degré étant égal à la lumière par laquelle on voit les objets au clair de la Lune la plus brillante pendant la nuit (art. 95). Mais quoiqu'on augmente la clarté de l'objet en lui donnant une nouvelle lu-

Fig. 491.

mière, cependant *Hughens* remarque que la force du microſcope eſt encore limitée par la largeur des pinceaux qui entrent dans la prunelle, & qui eſt égale à celle de l'ouverture. Car ſi cette largeur eſt moindre que $\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{2}$ de ligne, il nous aſſure que les extrêmités de l'objet commencent à paroître confuſes (art 358). Mais cet excellent Auteur a trouvé le moyen par les microſcopes doubles de groſſir les objets à volonté, pourvu qu'on puiſſe faire les objectifs auſſi petits que l'on ſouhaite; & nous allons faire voir que par-là on éloigne tous les autres obſtacles.

PROPOSITION VI.

696. *Dans les microſcopes & téleſcopes de réfraction & de réflexion qui n'ont qu'un oculaire ſimple, la confuſion apparente d'un objet donné, produite par chacune des deux eſpeces d'aberrations ſéparément, eſt en raiſon directe du quarré de la plus grande aberration latérale produite dans l'image par le verre ou par le miroir objectif, & en raiſon inverſe du quarré de la diſtance du foyer de l'oculaire à fort peu près, parce que les aberrations produites par l'oculaire ſont preſque inſenſibles.*

697. 1re *Car.* Suppoſons que les figures des verres convexes EI, *e i* ſoient parfaites ou telles qu'elles ne produiſent aucune aberration des rayons homogènes (art. 81) & que tous les rayons moyens réfrangibles qui viennent de Q, dans l'axe QE*q*e*x*, ſoient rompus par l'objectif EI au foyer *q*, où s'étant coupés mutuellement, ils ſoient encore rompus à travers l'oculaire *e i* en lignes paralléles, & que les humeurs de l'œil ſoient diſpoſées pour les recevoir tous exactement au ſeul point *x* ſur la rétine *x ρ*. Soit enſuite le rayon violet le plus extérieur I R de ceux qui ſont compris dans le rayon hétérogène QI avant la réfraction en I & que ce rayon I *r* ſoit rompu par l'oculaire dans la ligne *i a* & ſoit conduit dans l'œil par les réfractions au point *ρ* ſur la rétine. Imaginons enfin un rayon *b i* de la même couleur que *a r*, qui revient en arrière parallélement à l'axe & qui eſt rompu en *r* le long de la ligne *i r*, & ſoit une perpendiculaire à l'axe en *q*, qui coupe le rayon *ir* en *r* & le rayon I *i* en R. Le demi-diamètre *x ρ* du cercle d'aberrations ſur la rétine, Fig. 434, 435.

eſt comme l'angle *aib* (art. 688) ou comme ſon égal R*ir* (art. 674) & par conſéquent comme $\frac{Rr}{Ri}$ (art. 222) ou à fort peu-près comme $\frac{R}{q}$ car je vais faire voir que *qr* eſt preſque inſenſible en comparaiſon de *q*R dans tous les inſtruments d'Optique, quoiqu'il ne ſoit pas en raiſon de *q*R. Mais la confuſion apparente du point Q eſt comme l'aire du cercle d'aberrations ſur la rétine (art. 689.) ou comme le quarré de ſon demi-diamètre *x*, ou comme $\frac{qR^2}{qe^2}$; c'eſt-à-dire, en raiſon directe du quarré de l'aberration latérale dans l'image en *q* & en raiſon inverſe du quarré de la diſtance du foyer de l'oculaire.

Fig. 434. 698. 2e *Cas* Les verres EI, *ei* reſtant au même endroit qu'auparavant, voyons quelle ſera l'aberration produite par la ſphéricité de leurs figures. Soient *q*R & *x*, les aberrations latérales du plus extérieur de ces rayons moyens réfrangibles QIR*iae* & ſoit auſſi *bir* un rayon moyen réfrangible. *x*, ſera comme l'angle *aib* (art 688) ou comme R*ir* (art. 674) ou comme $\frac{Rr}{Ri}$ (art 222) ou comme $\frac{Rq}{qe}$ négligeant *qr*. Mais la confuſion apparente eſt comme le cercle de ces aberrations en *x* (art. 689), c'eſt-à-dire, comme *xr*² ou comme $\frac{qR^2}{qe^2}$, c'eſt-à-dire, en raiſon directe du quarré de l'aberration latérale dans l'image en *q* & en raiſon inverſe du quarré de la diſtance du foyer de l'oculaire, comme dans le premier cas.

Fig. 434, 435. 699. Pour faire voir que l'aberration *qr* produite par l'oculaire eſt très-peu de choſe, ſoit EF la diſtance du foyer de l'objectif d'un microſcope double, & que le rayon I*i* coupe l'axe en K; dans le premier cas nous avons $qR = \frac{1}{ii}\frac{Eq}{EF}$. EI (art. 678 & 325) & $qr = \frac{1}{ii}\,ei = \frac{1}{ii}\frac{eq}{Eq}$ EI, parce que *ei* : EI :: *e*K : KE :: *eq* : *q*E à fort peu près. Nous avons donc *q*R : *qr* :: $\frac{Eq^2}{EF}$: *eq*, c'eſt-à-dire, comme la grandeur apparente

parente de l'objet Q vu par le microſcope, eſt à ſa grandeur apparente vu par l'œil nud à une diſtance égale à Qq, comme on le voit par l'art. 127, qui donne q idée de la raiſon de qR à qr. Dans le microſcope p d'*Hughens*, qui ſera décrit dans l'art. 710, cette raiſon ... celle de 35 à 1, & dans un téleſcope, c'eſt auſſi la raiſon de ſa force pour groſſir.

700. Dans le ſecond cas, en conſidérant les aberrations produites par la figure, nous avons $qR = \frac{7}{6}\frac{EI^3}{EF^3}\cdot Eq$ (art. 681), & $qr = \frac{7}{6}\frac{ei^3}{eq^3} = \frac{7}{6}\frac{EI^3}{Eq^3}\cdot eq$, par la raiſon ci-deſſus. Lorſque donc les verres E, e ont des figures ſemblables, nous avons $qR : qr :: \frac{Eq^4}{EI^3} : eq :: 3500 : 1$ dans le microſcope d'*Hughens*.

701. 3e. *Cas.* Examinons maintenant les microſcopes & téleſcopes de réflexion, où O eſt le foyer des rayons incidents ſur un miroir concave EI dont le demi-diamètre eſt EC & ſon foyer principal F. Soit q le foyer conjugué de Q & IKRi un rayon réfléchi qui produit l'aberration qK en longueur & qR en largeur. Les mêmes choſes ſubſiſtant comme dans le 2e cas, ſi l'on néglige l'aberration qr produite par la réfraction des rayons à travers l'oculaire ei, il eſt évident que la confuſion apparente ſera comme $\frac{qR^2}{qe^2}$, tout comme dans les inſtruments de réfraction. Fig. 436.

702. Pour comparer ces aberrations qR & qr; nous avons l'aberration en longueur $qK = \frac{EI^3\cdot qC^3}{EC^3}$. Car par l'art. 648, $qK : \frac{1}{4}\frac{EI^2}{EC} :: qC^3 : CF^3$ ou $\frac{1}{4}EC^3$. Donc l'aberration latérale $qR = \frac{EI^3}{EC^3}\cdot\frac{qC^3}{qE}$. Mais dans l'oculaire, ſi l'on conſidére les aberrations produites par les rayons colorés, on aura $qr = \frac{1}{11}\frac{eq}{qE}EI$ (art. 699), & par conſéquent $qR : qr ::$

$\frac{EI^2 \cdot qC^2}{EC^2} : \frac{1}{55}\, eq$. Ce qui dans le microſcope de réflexion que l'on décrira dans la ſuite (art. 738) eſt comme 53 à 1. Si l'on ſuppoſe EQ infini, ce microſcope deviendra le téleſcope de réflexion de *Newton*, & alors on aura, $qR : qr :: \frac{EI^2 \cdot EF^2}{EC^2}$ ou $\frac{EI^2}{8EF} : \frac{1}{55}\, eq :: 55 : 24$, dans le téleſcope de 5 pieds d'*Hadley* en prenant l'oculaire moyen & ſon ouverture (art. 362) Cependant l'expérience fait voir que l'objet paroît aſſez diſtinct. La diſproportion de qR à qr ſera plus grande, ſi l'on néglige les rayons plus obſcurs & plus clairs, qui peuvent ſe ſéparer de ia, qui rarement affectent l'œil; & ſi l'on prend $qr = \frac{1}{150}\, ei$, en ſuppoſant que qe ſoit la diſtance du foyer du jaune le plus brillant (*Opt. Newt* p 86.). Mais dans les inſtrumens de réfraction le rapport de qR à qr ne ſera pas changé par là (art. 699). Quant aux aberrations produites par la figure ſphérique de l'oculaire, nous avons $qr = \frac{1}{6} \frac{EI^2}{Eq^2}\, eq$ (art. 700), & par conſéquent $qR : qr :: \frac{qC^2 \cdot qE^2}{EC^2} : \frac{1}{6}\, qe :: 7695 : 1$, dans le microſcope de réflexion qui ſera décrit dans la ſuite. Dans un téleſcope de réflexion cette raiſon eſt compoſée de celle de ſa force pour groſſir, & de 1 à $9\frac{1}{2}$ ſi l'oculaire eſt plan-convexe.

703. *Coroll.* Donc dans les téleſcopes de réfraction & de réflexion & dans les doubles microſcopes, la confuſion apparente d'un objet donné, qui vient de chaque aberration ſéparément, eſt preſque la même ou invariable, lorſque les diſtances des foyers des oculaires ſont comme les plus grandes aberrations latérales dans les images formées par les verres ou par les miroirs objectifs, ou lorſque l'angle ſoûtendu par qR au point i ou e eſt invariable.

DÉFINITION.

704. Et cet angle ſe nomme l'angle d'aberration par la figure, ou par les couleurs, ſelon que qR eſt l'aberration latérale produite par la figure, ou par les rayons colorés.

Les propoſ. ſuivantes étant tirées d'*Hughens*, on y a conſervé les lettres pour éviter de ſe méprendre.

LEMME VI.

Sur la grandeur apparente, l'éclat apparent & les angles d'aberration dans les microſcopes doubles compoſés de deux verres convexes.

705. Soit un objet BX placé un peu plus loin de l'objectif PD que ne l'eſt ſon foyer principal O; & ſoit ſon image NY vue à travers un oculaire EZ dont la diſtance au foyer eſt NE. Soit auſſi l'objet BX vu par l'œil nud à une diſtance donnée Bn; prenez BQ : BO : : EN : OP, & l'objet ſera groſſi dans le microſcope en raiſon de Bn à BQ. Fig. 437.

Car ſoit le rayon XPYZ qui coupe l'image en Y & ſoit rompu par l'oculaire le long de ZV ou EY, & que l'objet paroiſſe de V ſous l'angle EVZ = NEY ou BQX; & que par conſéquent il ſoit groſſi en raiſon de l'angle BQX à BnX, ou de Bn à BQ. Mais puiſque les figures PXQ, PYE ſont ſemblables, nous avons BQ : NE :: (BX : NY : BP : PN ::) BO : OP. Car puiſque B & N ſont les foyers conjugués, nous avons BO : BP : : BP : BN (art. 239), & en diviſant, BO : OP : : BP : PN. C. Q. F. D.

706. *Coroll.* 1. La diſtance apparente $BQ = \frac{BP}{PN} NE - \frac{BO}{OP} NE$, & Bn étant donné, la grandeur apparente de l'objet dans le microſcope, eſt en raiſon réciproque de BQ par le Lemme.

707. *Corol.* 2. Soit PD le demi-diamètre de l'ouverture de l'objectif. La clarté apparente du même objet vu dans le même microſcope ou en différents microſcopes, ſera comme $\frac{PD^2 \cdot NE^2}{PN^2}$. Car la quantité de rayons qui éclairent chaque particule de ſon image ſur la rétine eſt comme $\frac{PD^2}{PB^2}$; parce que ſi PB eſt donné, la quantité de rayons qui viennent de B ſur toute l'ouverture, eſt comme l'ouverture même ou comme PD^2, & ſi PD eſt donné, cette quantité eſt comme leur denſité dans l'ouver-

ture, c'eſt-à-dire, comme $\frac{1}{PB^2}$ (art. 58). Mais la clarté apparente d'un objet eſt en raiſon directe de la quantité de rayons qui éclairent chaque particule de ſon image ſur la rétine & en raiſon inverſe de l'aire de cette image, ou de la grandeur apparente de l'aire viſible de l'objet; donc la clarté apparente eſt en raiſon directe de $\frac{PD^2}{PB^2}\,\frac{PB^2 . NE^2}{PN^2}$ (art. 705).

708. *Coroll.* 3. L'angle d'aberration par les couleurs eſt comme $\frac{PD}{NE} \cdot \frac{PN}{PO}$ ou comme $\frac{PD}{NE} \cdot \frac{BP}{BO}$. Car la plus grande aberration latérale par les couleurs dans l'image en N eſt comme $PD \cdot \frac{PN}{PO}$. (art. 684.)

709. *Coroll.* 4. L'angle d'aberration par la figure de l'objectif eſt comme $\frac{PD^2}{PO^2} \times \frac{PN}{NE}$. Car la plus grande aberration latérale par la figure dans l'image en N eſt comme $\frac{PD^2}{PO} . PN$. (art. 683.

PROPOSITION VII.

Fig. 437, 438. 710. *Faire un nouveau microſcope de réfraction indiqué par les petites lettres* enpdbo, *qui groſſiſſe un objet plus que le microſcope donné & indiqué par les grandes lettres* ENPDBO, *en raiſon donnée de* n *à* 1, *avec le même degré de clarté & de diſtinction, autant que le peut ſupporter la différente réfrangibilité des rayons, & non la figure ſphérique des objectifs?*

Prenez $ne = \frac{1}{n} NE$, $pd = \frac{1}{n} PD$, $po = \frac{1}{nn} PO$, $pb = \frac{1}{nn} PB$, $pn = \frac{1}{nn} PN$, & vous aurez le microſcope requis. Par exemple, voici les dimenſions du microſcope primitif d'*Hughens* en pouces, $NE = 2$, $PD = \frac{1}{10}$, $PO = \frac{8}{10}$, $PB = \frac{7}{10}$, $PN = 7$, & par conſéquent le diamètre d'un objet y paroiſſoit 36 fois plus grand qu'à la vue ſimple à 8 pouces.

de diſtance. Or pour trouver les dimenſions d'un autre microſcope qui groſſiſſe 2 fois autant, nous avons $n = 2$; & ainſi par la regle $ne = \frac{1}{2}$ NE $= 1$, $pd = \frac{1}{40}$, $po = \frac{7}{40}$, $pb = \frac{7}{30}$, $pn = \frac{7}{4}$.

Cette régle eſt fondée ſur cette hypothèſe, qu'il faut conſerver les intervalles des points B, O, P, N qui appartiennent à l'objectif, dans les mêmes raiſons données. Ainſi nous avons NE en raiſon réciproque de la grandeur apparente (art. 706.), c'eſt-à-dire, ne NE :: 1 n Donc $ne = \frac{1}{n}$ NE. Et parce que l'angle d'aberration pour les couleurs doit reſter le même (art 703, nous avons auſſi PD comme NE (art. 708) ou en raiſon réciproque de la grandeur apparente ; c'eſt-à-dire, pd PD : 1 : n. Donc $pd = \frac{1}{n}$ PD. Et enfin parce que la clarté apparente doit reſter la même, nous avons PN comme PD × NE (art. 707) ou comme PD² (parce que PD eſt comme NE) ou en raiſon réciproque doublée de la grandeur apparente, c'eſt-à-dire, pn : PN, & pb : PB, & po : PO (par l'hyp) :: 1 . nn. Donc $po = \frac{1}{nn}$ PO, $pb = \frac{1}{nn}$ PB, $pn = \frac{1}{nn}$ PN. C. Q. F. D.

711. *Coroll.* 1. Dans ces microſcopes les angles d'aberration par la figure de leurs objectifs ſont en raiſon doublée directe des grandeurs apparentes de l'objet Car ces angles ſont comme $\frac{PD^2}{PO^2} \cdot \frac{PN}{NE}$ (art. 709) ou comme $\frac{PD^3}{PO^3}$ par l'hypothéſe de la regle, & parce que nous avons PD comme NE & PN comme PO ; c'eſt-à-dire, que l'angle de cette aberration dans ce nouveau microſcope eſt à l'angle pareil dans l'ancien, comme $\frac{pd^3}{po^3}$ ou comme $\frac{nn\,PD^3}{PO^3}$ à $\frac{PD^3}{PO^3}$, c'eſt-à-dire, comme nn à 1.

712. *Coroll.* 2. Donc ſi un microſpe donné qui a un objectif plan-convexe, peut ſouffrir le côté convexe de cet objectif tourné vers l'objet, ce qui augmente l'angle d'aberration

par ſa figure environ 4 fois (art. 661, 662, 681.); & ſi l'on ſubſtitue un nouveau verre plan-convexe avec ſon côté plan tourné vers l'objet, dont la diſtance au foyer ſoit 4 fois plus courte, l'angle d'aberration ſera auſſi quadruple (art. 711), parce que la grandeur apparente de l'objet ſera double (art. 710). Mr. *Hughens* trouve que ſon microſcope peut ſupporter ce renverſement. Mais ſi l'on veut groſſir beaucoup plus par le moyen de cette propoſition, les aberrations produites par la figure augmenteront encore & mettront des bornes à cette amplification. On peut cependant la continuer à l'infini par le moyen de la propoſition ſuivante, comme cet excellent Auteur l'a remarqué, & l'on ne ſera arrêté dans la pratique que par la difficulté de faire des objectifs auſſi petits qu'il eſt néceſſaire à ce deſſein.

PROPOSITION VIII.

Fig. 437, 438. 713. *Faire un nouveau microſcope de réfraction indiqué par les petites lettres* enpdbo, *qui groſſiſſe plus un objet qu'un microſcope donné* ENPDBO *en raiſon donnée de* n *à* 1, *avec la même clarté & diſtinction, par rapport aux aberrations produites par la figure, & avec plus de diſtinction, par rapport aux aberrations produites par les couleurs?*

Prenez $ne = \frac{1}{n}$ NE, $pd = \frac{1}{n^2}$ PD, $po = \frac{1}{n^4}$ PO, $pb = \frac{1}{n^4}$ PB, $pn = \frac{1}{n^4}$ PN, & vous aurez les dimenſions requiſes. L'angle d'aberration produit par les couleurs ſera moindre dans ce microſcope que dans le microſcope donné en raiſon de 1 à nn. Par exemple, dans le microſcope primitif d'*Hughens* faiſant $n = 2$, nous aurons $ne = 1$, $pd = \frac{1}{160}$, $po = \frac{7}{160}$, $pb = \frac{7}{144}$, $pn = \frac{7}{16}$, & l'angle d'aberration par les couleurs ſera 4 fois moindre qu'auparavant.

Cette regle eſt appuyée ſur la même hypothèſe que la première, c'eſt-à-dire, que les intervalles des points B, O, P, N, ſont en même raiſon dans les deux microſcopes. Donc puiſque les angles d'aberration par la figure doivent être les mêmes dans

lès deux (art. 703), nous avons PD^1 comme $PO^1 . NE$ (art. 709), & puiſque la clarté doit être la même, nous avons PN^1 ou PO^1 (par l'hyp.) comme $PD^1 . NE^1$. (art. 707), & par conſéquent PD^1 comme $\frac{PO^1}{NE^1}$. Subſtituez ces valeurs de PO^1 & PD^1 dans le ſyſtême précédent (PD^1 comme $PO^1 . NE$) & vous aurez PO comme NE^4 & PD comme NE^3. Mais NE étant en raiſon réciproque de la grandeur apparente ou $ne : NE :: 1 : n$, nous avons $ne = \frac{1}{n} NE$; & PD étant comme NE^1 ou $pd : PD :: ne^1 : NE^1 :: 1 : n^1$, nous avons $pd = \frac{1}{n^1} PD$; & de même PO étant comme NE^4, nous avons $po = \frac{1}{n^3} PO$; & par l'hypothèſe, pb & pn ſont comme po.

Mais l'angle d'aberration par les couleurs eſt comme $\frac{PD}{NE}$ (art. 708), c'eſt-à-dire, que cet angle dans le nouveau microſcope eſt à l'angle pareil dans l'ancien, comme $\frac{pd}{ne}$ ou $\frac{PD}{nn.NE}$ à $\frac{PD}{NE}$, c'eſt à-dire, comme 1 à nn. C. Q. F. D.

714. *Coroll.* La largeur des pinceaux qui entrent dans la prunelle eſt auſſi la même (art. 707), car la moitié de cette largeur eſt $EI = \frac{PD.NE}{PN}$, de ſorte que par cette propoſition on peut groſſir à l'infini l'objet ſans aucun autre empêchement que celui qui vient de la difficulté de faire un objectif fort petit. Mais par les propoſitions ſuivantes qui font le même effet, on ne diminue pas l'objectif en auſſi grande proportion que par celle-ci ; parce qu'elles ne ſont pas reſtraintes par les raiſons données des intervalles des points B, O, P, N.

PROPOSITION IX.

Fig. 417.438. 715 *Faire un microſcope compoſé de deux lentilles convexes* e *&* p, *qui avec l'oculaire donné* e *groſſira en raiſon donnée, & dans lequel la clarté apparente de l'objet, & l'angle d'aberration par les couleurs, ſeront les mêmes que dans un autre microſcope donné compoſé de deux lentilles* E *&* P ? *On trouvera la diſtance du foyer de l'objectif* p, *ſon ouverture & ſa poſition en cette manière.*

Suppoſons que les dimenſions de l'ancien microſcope ſoient celles-ci, PD = A, PO = C, NE = D, BO. BP :: 1 : m; & que les dimenſions correſpondantes du nouveau microſcope ſoient celles-ci ; $pd = a$, $po = c$, $ne = d$, $bo : bp :: 1 : n$. Soit la grandeur apparente propoſée, à la grandeur apparente vue par l'œil nud d'une diſtance donnée *a*, en raiſon donnée de *u* à q. Nous aurons $c = (\frac{md}{D} \cdot \frac{q}{d+q})^1 C$; $n = \frac{md}{D}\sqrt{\frac{C}{c}}$; & $a = A\sqrt{\frac{c}{C}}$.

Car puiſque la clarté apparente doit être la même dans les deux microſcopes, il faut que $\frac{PD.NE}{PN} = \frac{pd.ne}{pn}$ (art. 707) ; c'eſt-à-dire, $\frac{AD}{m.C}$ (parce que PN : OP :: BP : BO :: m : 1) $= \frac{ad}{nc} = f$, pour abréger la réduction ſuivante.

Et puiſque l'angle d'aberration par les couleurs doit auſſi être le même dans les deux, nous aurons $\frac{PD}{NE}\frac{BP}{BO} = \frac{pd}{ne}\cdot\frac{bp}{bo}$ (art. 708) ; c'eſt-à-dire, $\frac{mA}{D} = \frac{na}{d} = g$ Par la première de ces équations nous avons $\frac{ncf}{d} = a = \frac{dg}{n}$ par la ſeconde. Donc $nn = \frac{dd}{c}\cdot\frac{g}{f} = \frac{dd}{c}\cdot\frac{r}{L}\cdot C$, & $n = m\frac{d}{D}\sqrt{\frac{C}{c}}$; & ſubſtituant

cette

cette valeur de n, nous avons $a = A\sqrt{\frac{c}{C}}$. Mais $q = \frac{ob}{op} \times ne$ (art. 706) $= \frac{d}{n-1}$; & par conſéquent $\frac{d+q}{q} = n = m\frac{d}{D}\sqrt{\frac{C}{c}}$; & $(\frac{d+q}{q})^2 = (\frac{md}{D})^2\frac{C}{c}$; & $c = (\frac{md}{D})^2(\frac{q}{d+q})^2$ C.

716. *Corol.* 1. Donc dans ces microſcopes, les diamètres des ouvertures des objectifs ſont en raiſon ſous-doublée de leurs diſtances aux foyers, comme dans les téleſcopes communs. Car nous avons $\frac{a}{A} = \sqrt{\frac{c}{C}}$, & lorſqu'on change ces microſcopes en téleſcopes, en faiſant BO & bo infinis, & par conſéquent $m = 1$, $n = 1$, on a auſſi $\frac{d}{D} = \sqrt{\frac{c}{C}} = \frac{a}{A}$. Ce qui s'accorde avec l'art. 354.

717. *Corol.* 2. Dans ces microſcopes, les angles d'aberration par la figure des objectifs, ſont en raiſon réciproque de leurs diſtances au foyer, & par conſéquent en raiſon réciproque doublée de leurs ouvertures (art 716). Car l'angle d'aberration par la figure eſt comme $\frac{PD^3}{IO^3} \cdot \frac{PN}{NE}$ (art. 709.) $= \frac{mA^3}{CCD^3}$; c'eſt-à-dire, que cet angle dans l'ancien microſcope eſt à l'angle correſpondant dans le nouveau, comme $\frac{m.A^3}{CCD}$ eſt à $\frac{n\,a^3}{c\,c\,d}$, ou comme $\frac{AA}{CC} : \frac{aa}{cc}$ (parce que nous avons $\frac{mA}{D} = \frac{na}{d}$ par l'art. 708) c'eſt-à-dire, comme $\frac{1}{C}$ eſt à $\frac{1}{c}$, parce que $AA : aa :: C : c$. (art. 716.)

718. *Coroll.* 3. Si l'on garde le même objectif, & que l'on change la diſtance du foyer de l'oculaire, on augmentera peu la grandeur apparente de l'objet. Car par la valeur de $q = \frac{d}{n-1}$ (art. 706), nous avons $q : d :: 1 : n-1$ & $q+d : d :: n : n-1$. Nous avons auſſi $pb : po :: n : n-1$; donc pb

$= \frac{d+q}{d} c$, & $pb' = (\frac{d+q}{d})^2 c \times (c =) \frac{mm}{DD} (\frac{dq}{d+q})^2 . C =$ $\frac{m\,m}{D\,D} c\, C\, qq$; & par conſéquent lorſque c eſt donné, nous avons pb comme q, parce que $\frac{mm}{DD} C$ eſt donné Mais pb doit toujours être un peu plus grand que po, & par conſéquent ſi on le ſuppoſe d'abord moindre que $2po$, comme il doit l'être pour rendre l'image plus grande que l'objet, il eſt évident qu'on ne peut pas diminuer pb, & par conſéquent q juſques à la raiſon de 2 à 1, c'eſt-à-dire qu'on ne peut pas doubler la grandeur apparente.

719 *Coroll* 4. Mais ſi l'on conſerve le même oculaire & que l'on diminue la diſtance du foyer de l'objectif, on groſſira tant qu'on voudra l'objet & l'on ne ſera arrêté que par les aberrations de la figure (art. 717). Car puiſque on peut exprimer ainſi la valeur de po, $c = \left(\frac{m}{D} \cdot \frac{d}{\frac{d}{q}+1}\right)^2 . C$; en augmentant la force du microſcope, c'eſt-à-dire, en diminuant q, on augmentera le dénominateur de cette fraction & par conſéquent on diminuera la valeur de c. Donc ſi l'on veut perfectionner ce microſcope autant qu'il eſt poſſible, il faut conſerver l'oculaire & diminuer l'objectif, & ſon ouverture autant que l'on pourra, ſelon les regles précédentes, juſques à ce que l'on ſoit arrêté par les aberrations produites par ſa figure, qui le rendent confus ; & ſi l'on veut qu'il groſſiſſe encore plus, il faut ſe ſervir du dernier microſcope où l'aberration par la figure ne le rendoit pas confus, & en déterminer un autre par la propoſition ſuivante.

PROPOSITION X.

Fig. 437, 438. 720. *Compoſer un microſcope avec deux lentilles convexes* e *&* p, *qui avec l'oculaire donné* e *groſſiſſe l'objet en raiſon donnée & dans lequel la clarté apparente de l'objet & l'angle d'aberration par la figure ſoient les mêmes que dans un autre mi-*

croſcope donné compoſé de deux lentilles E & P ? *On trouvera la diſtance du foyer de l'objectif* p, *ſon ouverture & ſa poſition en cette manière.*

Nous aurons $c = (\frac{md}{D} \cdot \frac{q}{d+q})^4 \cdot C$, $n = \frac{md}{D} \sqrt[4]{\frac{C}{c}}$; $a = A \times \sqrt[4]{\frac{c^3}{C^3}}$. Car puiſque la clarté apparente doit être la même dans les deux microſcopes, nous avons $\frac{PD}{PN} \cdot \frac{NE}{} = \frac{pd}{pn} \cdot \frac{ne}{}$ (art. 707); c'eſt-à-dire, $\frac{A.D}{m.C} = \frac{a.d}{n.c} = f$. comme ci-devant. Et puiſque l'angle d'aberration par la figure doit être le même, nous aurons $\frac{PD^3}{PO^3} \cdot \frac{PN}{NE} = \frac{fd^3}{po^3} \cdot \frac{pn}{ne}$ (art. 709); c'eſt-à-dire, $\frac{mA^3}{CCD} = \frac{na^3}{ccd} = h$, pour abréger. Nous avons donc $a = \frac{ncf}{d}$, & $\frac{n^3c^3f^3}{d^3} = (a^3 =) \frac{ccdh}{n}$, c'eſt-à-dire $n^4 = \frac{d^4}{c} \cdot \frac{h}{f^3} \cdot = \frac{d^4}{c} \cdot \frac{m^4}{D^4} C$, & $n = \frac{md}{D} \sqrt[4]{\frac{C}{c}}$. Donc $a = (\frac{ncf}{d} =) A \sqrt[4]{\frac{c^3}{C^3}}$. Mais $q = \frac{ob}{op} \cdot ne$ (art. 706) $= \frac{d}{n-1}$, & par conſéquent $\frac{d+q}{q} = (n =) \frac{md}{D} \sqrt[4]{\frac{C}{c}}$, & $(\frac{d+q}{q})^4 = (\frac{md}{D})^4 \cdot \frac{C}{c}$, & $c = (\frac{md}{D} \frac{q}{d+q})^4 \cdot C$.

721. *Coroll.* 1. Dans ces microſcopes, les diamètres des ouvertures des objectifs ſont comme les racines biquarrées des cubes des diſtances à leurs foyers. Car nous avons $\frac{a}{A} = \sqrt[4]{\frac{c^3}{C^3}}$.

722. *Coroll.* 2. Et les angles d'aberrations par les couleurs, produits par les objectifs, ſont en raiſon directe ſous-doublée

des diſtances à leurs foyers. La preuve eſt la même que dans l'art. 717.

723. *Coroll.* 3. La force du microſcope augmente peu ici, comme auparavant par le changement de l'oculaire ; car on trouvera pb comme q, de la même manière que dans l'art. 718.

724. *Corol.* 4. Dans la précédente propoſition, nous avons po comme $\left(\frac{d}{\frac{d}{q}+1}\right)^2$, & dans celle-ci po eſt comme $\left(\frac{d}{\frac{d}{q}+1}\right)^4$. De ſorte que par la même augmentation de force ou diminution de q, po decroît ici en raiſon doublée du premier cas. C'eſt pour cela qu'il eſt bon de groſſir autant qu'on peut par la propoſition précédente avant que d'employer celle-ci ; afin de pouvoir conſerver l'objectif auſſi grand qu'il eſt poſſible. Et par ce microſcope on peut groſſir à l'infini, n'étant arrêtés que par la petiteſſe de l'objectif, parce que la clarté continue d'être la même, & que la diſtinction augmente par le Coroll. 2.

725. *Coroll.* 5. Si l'on demande un nouveau microſcope, dans lequel les angles d'aberration des deux eſpèces ſoient reſpectivement les mêmes que dans l'ancien ; il faut conſerver le même objectif, & pour groſſir davantage, il faut augmenter la diſtance du foyer de l'oculaire ; mais ſi on l'augmente à l'infini, la grandeur apparente dans le nouveau microſcope ſera à la grandeur apparente dans l'ancien, comme m eſt à $m-1$ ou dans celui d'*Hughens*, comme 10 à 9 : ce qui eſt bien peu de choſe. Car l'angle d'aberration par la figure, ſera le même en faiſant $\frac{m\,A'}{CCD} = \frac{n\,a'}{ccd}$ (art. 715), & en y ſubſtituant les valeurs de n & a, trouvées dans la précédente propoſition, qui ſuppoſoit l'angle d'aberration par les couleurs, le même, nous aurons $c = C$. Donc dans la valeur de $c = (\frac{md}{D} \cdot \frac{q}{d+q})^2 \times C$ (art. 715), nous trouverons $\frac{md}{D} \cdot \frac{q}{d+q} = 1$. Ce qui donne $d = \frac{1}{\frac{m}{D} - \frac{1}{q}}$. Par où l'on voit que d augmente à meſure que

q diminue, & qu'il devient infini lorſque $\frac{m}{D} - \frac{1}{q} = 0$, ou lorſque $q = \frac{D}{m}$. Mais dans l'ancien microſcope $Q = \frac{D}{m-1}$, (art. 706); nous avons donc Q à q, ou la grandeur apparente dans le nouveau, à la grandeur apparente dans l'ancien, comme m eſt à $m-1$. Il eſt donc inutile de changer l'oculaire, comme on l'a fait voir ci-devant.

726. Pour donner un exemple de ces proportions, nous avons dans le microſcope d'*Hughens* $NE = D = 2$; $PD = A = \frac{1}{10}$; $PO = C = \frac{1}{10}$; $PB = \frac{1}{9}$. Donc $m = 10$, & $Q = \frac{D}{m-1}$ (art. 706) $= \frac{2}{9}$. Pour groſſir encore une fois autant, il faut faire $q = \frac{1}{9}$ (art. 706). Donc par la précédente propoſition, faiſant $d = D = 2$, nous aurons $po = c = \frac{20}{361}$, $n = 19$, $pb = \frac{35}{171}$ & $pd = a = \frac{1}{18}$. Mais par cette propoſition $po = c = \frac{1000}{(19)^3} = \frac{1}{19}$ à fort peu près, & le reſte ſelon les regles. Si l'on fait $d = 1$, on aura par la première propoſition $po = \frac{1}{40}$ & par celle-ci $po = \frac{1}{360}$, ce qui s'accorde avec les regles des art. 710 & 713.

LEMME VII.

727. Sur la grandeur apparente, la clarté & la diſtinction des objets vus par les microſcopes de réflexion, compoſés d'un miroir concave & d'un ſeul oculaire.

Fig. 419.

Soit un objet BX placé entre le centre P & le foyer principal T d'un miroir concave ACG, & que ſon image NY ſoit vue à travers l'oculaire FZ dont la diſtance au foyer eſt NE. Que l'objet BX ſoit auſſi vu par l'œil nud à une diſtance donnée Bo. Prenez BQ : BT :: NE : TC : l'objet ſera groſſi dans le microſcope en raiſon de Bo à BQ.

Car la ligne quelconque PX prolongée de part & d'autre vers le miroir concave en G & l'oculaire en Z, eſt l'axe d'un pinceau de rayons incliné venant de X, réfléchi du point G vers l'image en Y & rompu en Z vers l'œil en V. Menez XQ paralléle à ZV ou EY. (art. 50) & l'objet paroîtra dans le

microſcope ſous l'angle EVZ — NEY = BQX & par conſéquent il ſera groſſi en raiſon de l'angle BQX à B^nX ou de B^n à BQ. Mais BQ : NE :: (BX : NY :: PB PN ::) TB : TP ou TC, parce que TB, TP, TN ſont en proportion continue (art. 207) C. Q. F. D.

728. *Coroll.* 1. La diſtance apparente $BQ = \frac{TB}{TC} NE = \frac{PB}{PN} NE = \frac{CB}{CN} NE$, & B_n étant donné, la grandeur apparente de l'objet eſt en raiſon réciproque de BQ, par le Lemme.

729. *Coroll.* 2. Soit CA la demi-ouverture du miroir concave, la clarté apparente du même objet ſera dans les différents microſcopes, comme $\frac{CA^2 . NE^2}{CN^2}$. Car elle eſt en raiſon directe de la quantité de lumière que le miroir reçoit de chaque particule B, & en raiſon inverſe de l'aire de l'image de cette particule ſur la rétine, ou de la grandeur apparente de l'aire de cette particule, & par conſéquent comme $\frac{CA^2}{CB^2}$ (art. 58) × $\frac{CB^2 . NE^2}{CN^2}$ (art. 728).

730. *Coroll.* 3. La confuſion apparente d'un objet donné en différents microſcopes de réflexion, eſt comme $\frac{CA^6}{CT^8} \cdot \frac{PN^4}{CN^4 . NE^2}$, & par conſéquent invariable, lorſque $\frac{CA^3}{CT^3} \cdot \frac{PN^2}{CN . NE}$ eſt invariable. Car la plus grande aberration latérale dans l'image en N, eſt comme $\frac{CA^3}{CT^3} \cdot \frac{PN^2}{CN}$ (art. 702), & la confuſion apparente eſt en raiſon directe du quarré de cette aberration & en raiſon inverſe de NE^2. (art. 696), en négligeant les aberrations produites par l'oculaire, ſelon l'art. 702.

PROPOSITION XI.

731. *On peut faire un nouveau microſcope de réflexion indiqué par les petites lettres* a b c p n e v, *qui groſſiſſe plus qu'un microſcope de réflexion donné, marqué* A B C P N E V, *en raiſon donnée quelconque de* n à 1, *avec la même clarté & diſtinction à fort peu près, en prenant* $ne = \frac{1}{n}NE$, $ca = \frac{1}{n^3}CA$, $ct = \frac{1}{n^4}CT$, $cb = \frac{1}{n^4}CB$, $cn = \frac{1}{n^4}CN$. Fig. 439. 440.

732. Cette propoſition peut ſe démontrer par le Lemme précédent & ſes corollaires, de la même manière que la 8e propoſition a été démontrée par ſon Lemme Car on a auſſi dans celle-ci les intervalles des points C, B, P, N, en raiſons données. Mais la propoſition ſuivante eſt plus générale & vaut mieux que celle-ci, parce qu'elle ne diminue pas tant la diſtance du foyer du miroir.

PROPOSITION XII.

733. *Si l'on a un microſcope de réflexion compoſé d'un miroir concave* CA *& d'un oculaire convexe* EZ, *trouvé bon par expérience, il eſt queſtion d'en faire un autre compoſé d'un miroir* c a *& d'un oculaire* e z, *qui conſerve la même clarté apparente de l'objet & la même diſtinction, en négligeant l'incrément d'aberration produit par le nouvel oculaire* e z, *s'il eſt moindre que* EZ, *& de déterminer combien plus il groſſira.* Fig. 439. 440.

Soient les dimenſions du microſcope donné, CA = A, CT = C, NE = D & TB : TC :: 1 : *m* ; & dans le nouveau microſcope dont les points correſpondants ſont indiqués par les petites lettres du même nom, ſoient les lignes données $tc = c$, $ne = d$ Prenez un nombre $n = \sqrt{1 + \overline{mm - 1} \cdot \frac{}{DD}\sqrt{\frac{c}{c}}}$; & pour trouver la place de l'objet & de l'oculaire, nous aurons *tb* : *tc* & *tc* : *tn* :: 1 : *n*. La demi-ouverture *ca*,

ou $a = \frac{n+1}{m+1} \cdot \frac{cD}{Cd}$. A. La grandeur apparente de l'objet dans le nouveau microſcope, ſera à ſa grandeur apparente vu par l'œil nud à une diſtance donnée ω, comme ω eſt à $\frac{d}{n}$ (art. 728) ou $\frac{d}{\sqrt{1 + \frac{mm-1}{DD}} \sqrt{\frac{C}{c}}}$

Car puiſque la clarté apparente doit être la même dans les deux microſcopes, nous avons $\frac{CA.NE}{CN} = \frac{ca.ne}{cn}$ (art. 729); c'eſt-à-dire, $\frac{A.D}{(m+1)C} = \frac{a.d}{(n+1)c} = f$ pour abréger; & puiſque la diſtinction apparente doit être la même, il faut que $\frac{CA^2}{CT^2} \cdot \frac{PN^2}{CN.NE} = \frac{ca^2}{ct^2} \cdot \frac{pn^2}{cn\ ne}$ (art. 730), c'eſt-à-dire, $\frac{\overline{m-1}^2}{\overline{m+1}} \cdot \frac{A^2}{CCD} = \frac{\overline{n-1}^2}{n+1} \cdot \frac{a^2}{ccd} = g$. La première équation donne $a = \frac{\overline{n+1} \cdot cf}{d}$, & $\frac{\overline{n+1}^2 \cdot c^2 f^2}{d^2} = (a^2 =) \frac{n+1}{(n-1)^2} \cdot cc\,dg$, par la ſeconde équation. Donc $(nn-1)^2 = \frac{d^2 \cdot g}{cf^2}$, & $nn - 1 = dd \sqrt{\frac{g}{cf^2}} = dd \cdot \frac{mm-1}{DD} \cdot \sqrt{\frac{C}{c}}$, en rétabliſſant les valeurs de f & g. Donc, $n = \sqrt{1 + \overline{mm-1} \cdot \frac{dd}{DD} \cdot \sqrt{\frac{C}{c}}}$; & en ſubſtituant la valeur de f dans cette équation, $a = \frac{\overline{n+1} \cdot cf}{d}$, nous avons la valeur de a comme ci-devant. Puiſque la largeur du pinceau moyen, lorſqu'il ſort d'un oculaire, eſt toujours la même (art. 729, 714), ſi l'on conſerve le même oculaire, il produira les mêmes aberrations; mais ſi l'on diminue l'oculaire, une réfraction plus grande augmentera ſes aberrations, & par conſéquent la confuſion apparente. (Car quoique la partie la plus grande de tout l'angle d'aberration aib ou Rir (art. 702, fig. 436) reſte invariable, cependant la plus petite partie

partie qui eſt ſous-tendue par qr varie en raiſon réciproque de qe, en prenant qr pour l'aberration produite par les couleurs, & en raiſon réciproque du cube de qe, en prenant qr pour l'aberration produite par la figure de l'oculaire. Car cette partie de cet angle étant comme $\frac{qr}{qe}$ (art. 222), eſt comme $\frac{ei}{eq}$ dans le premier cas (art. 327), & comme $\frac{ei'}{eq'}$ dans le ſecond cas (art. 700), en ſuppoſant qu'on applique toujours des oculaires ſemb'ables.

734 *Corol.* 1. Donc ſi n eſt donné, la grandeur apparente dans ce microſcope eſt comme $\frac{n}{d}$ ou comme $\sqrt{\frac{1}{dd}+\frac{mm-1}{DD}\cdot\sqrt{\frac{C}{c}}}$, & par conſéquent on peut l'augmenter à volonté en diminuant c, & même en diminuant auſſi d, ſi l'on néglige le petit incrément d'aberrations produit par les petits oculaires.

735. *Corol.* 2. Donc ſi l'on fait $q=\frac{d}{n}$, diſtance apparente de l'objet (art. 728); ſi c & q ſont donnés, & que le reſte ſoit requis, on aura $d=\frac{qD}{\sqrt{DD+\frac{1}{mm-1}\cdot qq\cdot\sqrt{\frac{C}{c}}}}$, & par conſéquent $n=\frac{d}{q}$; $tb:tc::1:n$, & $a=\frac{n+1}{m+1}\cdot\frac{cD}{Cd}$ A. Car puiſque $q=(\frac{d}{n}=)\frac{d}{\sqrt{1+\frac{1}{mm-1}\cdot\frac{dd}{DD}\sqrt{\frac{C}{c}}}}$, on trouvera par réduction d comme ci-devant. Si l'on veut garder l'ancien miroir, on aura $d=\frac{D}{\sqrt{\frac{DD}{qq}+1-mm}}$.

736. *Corol* 3. Si d & q ſont donnés, & que le reſte ſoit requis, on aura $c=(\frac{mm-1}{DD}\cdot\frac{ddqq}{dd-qq})^2\cdot C$, par réduction, comme ci-devant, & tb & ca les mêmes que dans le Corol 2. Si l'on garde l'ancien oculaire, on aura $c=(\frac{1}{mm-1}\cdot\frac{qq}{DD-qq})^2\cdot C$,

& la diſtinction apparente continuera d'être entierement la même que dans le microſcope donné.

737. *Corol.* 4. Ce microſcope devient le téleſcope de réflexion de *Newton* en faiſant TB & *tb* infinis, & par conſéquent $m = o$, & $n = o$, c'eſt-à-dire, $1 - \frac{dd}{DD}\sqrt[4]{\frac{C}{c}} = o$. Donc $\frac{D}{d} = \sqrt[4]{\frac{C}{c}}$, ou $d : D :: \sqrt[4]{c} : \sqrt[4]{C}$. On a auſſi $\frac{a}{A} = \frac{cD}{Cd} = \frac{c}{C} \times \sqrt[4]{\frac{C}{c}} = \sqrt[4]{\frac{c^3}{C^3}}$, c'eſt-à-dire, $a : A :: \sqrt[4]{c^3} : \sqrt[4]{C^3}$, & parce que $\frac{C}{D}a = \frac{c}{d}A$, nous avons $\frac{c}{d}\cdot\frac{C}{D} :: (a : A ::) \sqrt[4]{c^3} : \sqrt[4]{C^3}$, ou leurs forces pour groſſir comme $\sqrt[4]{C^3}$; ce qui s'accorde avec l'art. 361.

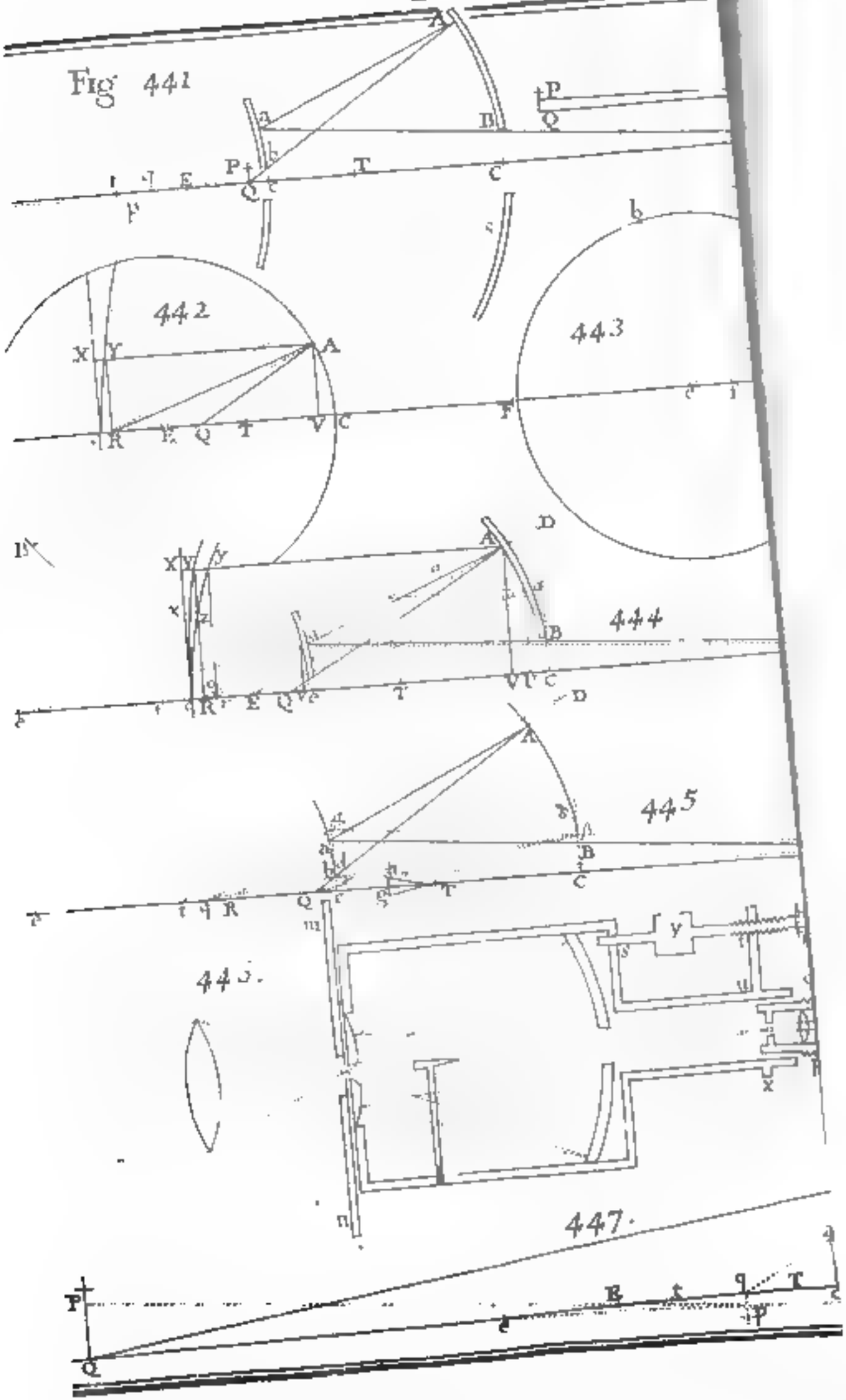
738. Ayant fait quelques expériences avec un miroir concave dont le foyer eſt de $\frac{7}{1}$ pouce & y ayant appliqué divers oculaires, j'ai trouvé que les couleurs des objets dans ce microſcope de réflexion, paroiſſoient beaucoup plus belles & plus naturelles que dans les meilleurs microſcopes doubles de réfraction; c'eſt que leurs couleurs naturelles ne ſont pas ternies par les autres couleurs qui viennent de la différente réfrangibilité des rayons dans les microſcopes de réfraction. Ayant placé quelques petits cheveux & une mite ſur un verre plan en B, qui n'étoit preſque éclairé que par la lumière directe du jour à la fenêtre, je les trouvai aſſez clairs & aſſez diſtincts, lorſque j'avois donné à mon microſcope de réflexion les dimenſions ſuivantes en parties d'un pouce; CA ou $A = \frac{1}{4}$, CT ou $C = \frac{7}{3}$, NE ou $D = \frac{7}{3}$, TB : TC :: 1 : 14. Ce qui donne $m = 14$ & la diſtance apparente $BQ = \frac{D}{m} = \frac{1}{6}$, & par conſéquent en ſuppoſant $Bn = 8$ pouces, ces objets étoient groſſis 48 fois en diamètre.

739 De-là on peut aiſément calculer par le coroll. 3, que pour groſſir 72 fois avec le même oculaire de $\frac{7}{3}$ d'un pouce de foyer, & par conſéquent avec la même diſtinction & clarté que dans ce microſcope primitif, la diſtance du foyer *ct* du nouveau miroir devroit être 0,458 d'un pouce & par conſéquent

122 A

1.5.125

Planche 48



le diamètre de la ſphére dont ce miroir feroit partie, c'eſt-à-dire, 4 *ct* = 1, 832 ce qui eſt plus de 9 fois au-deſſus de *po* = $\frac{20}{101}$ = 0, 194, diſtance du foyer & diamètre de la ſphère dont la lentille plan-convexe eſt une portion & qui a été trouvée groſſir 72 fois avec un oculaire de deux pouces de foyer (art. 726) mais non pas auſſi diſtinctement que ſon microſcope primitif, parce que l'angle d'aberration par la figure ſphérique de l'objectif étoit devenu quadruple (art. 717). Or cet excès de diamètre dans la ſphère du miroir au-deſſus de celui de la lentille eſt un grand avantage pour pouſſer plus loin la force du microſcope en diminuant ſa concavité.

740. Mais de ſçavoir juſqu'à quel point on peut pouſſer la force d'un concave donné en diminuant l'oculaire ſelon les régles du coroll. 2; c'eſt ce que je n'ai pas pû éprouver, faute de mécaniſme convenable pour ajuſter les intervalles entre le miroir, l'objet & l'oculaire ſelon le calcul, & auſſi par la difficulté de tenir une lentille convexe ou un miroir concave dans la poſition propre à renvoyer la lumière ſur l'objet, & le calcul en auroit été difficile.

741. Je crois que c'étoient là les avantages que *Newton* ſe propoſoit, lorſqu'il penſoit à faire des microſcopes de cette eſpèce. Cependant ſi l'on veut entreprendre de groſſir extraordinairement, on eſt bientôt arrêté par la petiteſſe des concaves qui ſont néceſſaires à ce deſſein. C'eſt ce qui m'a donné l'idée d'imaginer un microſcope compoſé de deux miroirs de réflexion, tellement proportionnés l'un à l'autre que les aberrations des rayons produites par la première réflexion, fuſſent parfaitement corrigées par la ſeconde & que par conſéquent la dernière image de l'objet, d'où les rayons viennent divergents ſur l'oculaire, fut parfaitement exempte d'aberrations.

REMARQUES.

Sur l'art. 631. 1. *Hooke* eſt le premier inventeur du théorême de cet article [*Disp. prop.* 27], & il en tire les mêmes conſéquences que nous, comme dans les articles 660 juſques à 665.

Microſcope à double réflexion d'une nouvelle invention par theorie, & par pratique.

Sur l'art. 3 m. ## PROPOSITION I.

2. *Faire un microſcope avec deux miroirs ſphériques & un oculaire convexe, & déterminer la force qu'il aura pour groſſir.*

Fig. 441. 3. Entre le centre F & le principal foyer T d'un miroir concave ABC, dont l'axe eſt FQTC, placez un objet PQ, & que les rayons qui en viennent ſoient reflechis par le miroir AB vers une image *p q*, mais qu'avant qu'ils s'y réuniſſent, ils ſoient reflechis par un miroir convexe *abc*, à travers l'ouverture BC, faite au ſommet du miroir concave pour former une ſeconde image *ωx* que l'on verra avec l'oculaire *l*.

4. On peut placer l'objet entre les miroirs C, *c*, ou ce qui vaut mieux entre le foyer principal *t* & le ſommet *c* du miroir convexe, en faiſant une petite ouverture à ſon ſommet pour y faire paſſer les rayons incidents.

5. Dans ces deux cas, nous avons TQ, TE, *Tq* en proportion continue [art. 207] en quelque raiſon donnée que je ſuppoſe de 1 à *n*, & *rq*, *re*, *rx* en proportion continue en quelqu'autre raiſon donnée comme de 1 à *m*. Soit *d* eſt la diſtance ordinaire où l'œil nud découvre diſtinctement les petits objets & *xl* la diſtance du foyer de l'oculaire le plus petit, par où l'objet paroît ſuffiſamment clair & diſtinct, il ſera groſſi en raiſon de *mnd* à *xl*.

6. Car l'objet PQ & la premiere image *pq* ſont terminés d'un côté par l'axe commun des miroirs, & de l'autre par une ligne PF, qui paſſe par le centre E du miroir concave ABC [art. 115]. De même les images *pq* & *ωx* ſont terminées par l'axe commun & par la ligne *ere*, menée par le centre *e* du convexe *abc*. Donc les triangles ſemblables *ωxe*, *pqe* & *pqE*, PQE donnent, *ωx* : *pq* :: *xr* : *qr* :: *m* : 1 & *pq* : PQ :: *qt* : QE :: *n* : 1. Donc par égalité *ωx* : PQ :: *mn* : 1 & *ωx* = *mn*. PQ. Mais ſi *x* eſt la diſtance du foyer de l'oculaire *l*, les points P, Q, de l'objet ſeront vus à travers par les rayons de deux pinceaux qui ſortiront paralleles aux lignes *ωl*, *xl* reſpectivement, c'eſt-à-dire, que PQ paroîtra ſous un angle egal à *ωlx*, qui eſt en raiſon de $\frac{\omega x}{xl}$ [art. 60] = $\frac{mn.PQ}{xl}$ & à l'œil nud à la diſtance *d* de PQ, il paroîtra ſous l'angle POQ qui eſt en raiſon de $\frac{PQ}{d}$ [art. 60.] Donc il ſera groſſi en raiſon de ces angles [art. 104] c'eſt-à-dire de *mnd* à *x*.

7. *Cor.* 1. Les nombres *m*, *n*, *d* étant donnés, ſi l'on veut trouver un oculaire qui groſſiſſe M de fois en diamètre, on prendra $xl = \frac{mnd}{M}$. Car la grandeur apparente eſt à la vraie, comme M : 1 :: *mnd* : *xl*.

8. *Cor.* 2. Auſſitôt qu'on aura pu déterminer les nombres convenables les plus propres *n*, *m*, & les diſtances des foyers T, *t*, les regles ſuivantes donneront les diverſes parties de l'axe du microſcope.

$tx = m\,t.$ $\quad qT = n\,T.$

$tq = \frac{1}{m}\,t.$ $\quad TQ = \frac{1}{n}\,T.$

$qc = tc - tq = \frac{m-1}{m}\,t.$ $\quad qQ = Tq - TQ = \frac{nn-1}{n}\,T.$

$cx = tx - tc = \overline{m-1}.\,t.$ $\quad qC = qT + TC = \overline{n+1}.\,T.$

$qx = tx - tq = \frac{mm-1}{m}\,t.$ $\quad QC = QT + TC = \frac{n+1}{n}\,T.$

$Cc = qC - qc = \overline{n+1}.\,T - \frac{m-1}{m}\,t.$

$C\chi = q\chi - qC = \frac{mm-1}{m}\,t - \overline{n+1}\,T.$

$cQ = qc - qQ = \frac{m-1}{m}\,t - \frac{nn-1}{n}\,T.$

LEMME.

9. Le foyer des rayons incidents ſur un miroir ſphérique étant donné, trouver l'aberration exacte d'un rayon donné quelconque par rapport au foyer conjugué. Fig. 442.

10. Soit E le centre du miroir AC, T ſon foyer principal, Q & q deux foyers conjugués quelconques des rayons les plus proches de l'axe qEQTC, QA un autre rayon incident, AV perpendiculaire à l'axe. Prenez vers Q, EF. EC :: ET : EQ & qR : qE :: VC. VF, en plaçant qR par rapport à q d'un autre côté que n'eſt VC par rapport à C; AR ſera le rayon réfléchi, & qR ſon aberration exacte du foyer q.

11. Car ſoient les rayons incidents QA QC prolongés, qui coupent la ſphère du miroir en B & D, & joignant EA, EB, ſoit RS parallele à EA qui rencontre QA prolongée en S. Nous avons ER : RQ en raiſon compoſée de ER à EQ & de EQ à QR, c'eſt-à-dire de AS à AQ & de EA à RS, ou parce que la raiſon compoſée ſera la même, de EA à AQ, & de AS à RS ou de EA à AB (*Eucl.* 6. 4, parce que B = EAQ − EAR = ARS). Nous avons donc ER. RQ :: EA² ($AQ \times AB = AQ \times \overline{AQ+QB}$ $= AQ^2 + AQ \times QB = AQ^2 + CQ \times QD =$) $AQ^2 + \overline{EC-EQ} \times \overline{EC+EQ} = AQ^2 + EC^2 - EQ^2$, & en diviſant ER : EQ :: EA². ($AQ^2 - EQ^2$ ou) $FQ^2 + EA^2 - 2EQ \times EV$ (*Eucl.* 2. 13) $- EQ^2$ :: $\frac{EA^2}{2EQ} - EV$ :: $\frac{CE.ET}{EQ} - EV$, c'eſt-à-dire, que par la conſtruction nous avons ER. EQ :: EF = ($\frac{CE.ET}{EQ}$,). FV (= EF − EV).

Laquelle proportion, lorſque le point Q eſt fixe, & que A & V ſe confondent avec C & par conſéquent R avec q, devient Eq : EQ :: EF : FC & les rectangles ſous les termes moyens étant les mêmes dans les deux proportions, nous aurons ER. Eq :: FC : FV & en diviſant, qR. qE :: VC : VF & par la proportion pénultième on voit que ER eſt moindre que Eq, & par conſéquent qR & CV ſont de différents côtés de q & C, ce que l'on trouvera de même dans tous les autres cas.

12. *Corol.* 1. Si l'on prend TQ, TE, Tq en proportion continue, comme 1 à n, TE ou TC $=$ T, & CV $=$ V, nous aurons dans le miroir concave l'aberration exacte $qR = \frac{\overline{n-1}^2 \cdot T \cdot V}{2T + \overline{n-1} \cdot V}$. Car EF. EC :: ET. EQ (*Rem.* 10), & en divisant CF. CE :: TQ. QE :: 1 : $n-1$. Donc CF $= \frac{2T}{n-1}$, VF $= \frac{2T}{n-1} + V$ & $qR = \frac{VC}{Vf} \cdot qE = \frac{V \cdot qE}{\frac{2T}{n-1} + V} = \frac{\overline{n-1}^2 \cdot T \cdot V}{2T + \overline{n-1} \cdot V}$ parce que $qE = \frac{EQ \cdot EF}{FC}$, $EQ = \frac{n-1}{n} T$, $EF : FC :: n : 1$. Donc $qE = \overline{n-1}\ T$, & $qR = \frac{\overline{n-1}^2 \cdot T \cdot V}{2T + \overline{n-1} \cdot V}$.

Fig. 443. 13. *Corol* 2. De même en supposant que xA est un rayon incident sur le miroir convexe ac, ar le rayon réfléchi, & faisant $rx : re :: t : m$: 1, te ou $tc = t$, $cv = v$, nous aurons l'aberration exacte $qr = \frac{(\frac{m+1}{m})^2 \cdot t \cdot v}{2t - \frac{m+1}{m} v}$. Car nous avons $ef : ec :: et \cdot ex$, & en divisant $cf. ce :: ex. xe :: m : m+1$. Donc $cf = \frac{2tm}{m+1}$ & $vf = \frac{2tm}{m+1} - v$ & $qr = \frac{vc}{fv} qe = \frac{\frac{m+1}{m} \cdot t \cdot v}{\frac{2tm}{m+1} - v}$.

14. *Corol* 3. Ces aberrations, en divisant l'unité par le dénominateur de chaque fraction, & multipliant ensuite les quotients par le numérateur de chacune, deviennent les suites suivantes. $qR = (n-1)^2 \cdot \frac{V}{2} - (n-1)^3 \cdot \frac{V^2}{4T} + (n-1)^4 \cdot \frac{V^3}{8T^2} -$ &c. $qr = (\frac{m+1}{m})^2 \cdot \frac{v}{2} + (\frac{m+1}{m})^3 \cdot \frac{v^2}{4t} + (\frac{m+1}{m})^4 \cdot \frac{v^3}{8t^2} +$ &c.

Fig. 444. 15. *Corol* 4. Achevez le rectangle AVRY, & pendant que le point A décrit l'arc CA, le point Y décrira une courbe qY continuellement convexe vers sa tangente qX perpendiculaire à l'axe qC. Car nous avons $qR = \frac{VC}{Vf} \cdot qE$, où qE est donnée, & la raison $\frac{VC}{Vf}$ croît continuellement.

Fig. 445. 16. *Corol.* 5. De même si x est le foyer des rayons incidents xa, sur la partie du miroir $zacz$ qui est convexe vers x, la courbe qy décrite par le point angulaire y du rectangle variable $uvxy$, sera continuellement convexe vers sa tangente qx, perpendiculaire à l'axe qc. Car nous avons $qr = \frac{vc}{vf} qe$, qui croît à l'infini jusques à ce que le point v arrive en f, & qui ensuite décroît. Ces deux courbes sont du troisième ordre.

17. *Corol* 6. Lorsque V est fort petit, nous avons $qR = (n-1)^2 \cdot \frac{1}{2} V$ à fort peu près par le Corol. 3, & par conséquent l'aberration du principal foyer T est $\frac{1}{2}$ V à fort peu près, & $qR \cdot \frac{1}{2} V :: (n-1)^2 \cdot 1$. c'est-à-dire,

que ſi le point d'incidence eſt donné, & que la poſition du rayon varie, ſes aberrations ſeront comme les quarrés de ſes diſtances au centre du miroir à fort peu près.

Proposition II.

Les mêmes choſes ſubſiſtant comme dans la propoſition premiere ; ſi la relation entre les diſtances des foyers T, t *&* les nombres m, n, *eſt exprimée par cette équation* $(n\,n-1)^2 . T = (\frac{m\,m-1}{m\,m})^2 t$, *la derniere image de l'objet, ſera plus diſtincte que ſi ces quantités* T, t, m, n, *avoient toute autre relation.*

18 Un rayon incident QA étant réfléchi par les lignes A*a*, *a*S, ſoit un autre rayon *x a* venant de *x*, réfléchi par la ligne *a a* ; & ſoient *x*A & *a a* prolongées en arrière juſques à ce qu'elles rencontrent l'axe des miroirs en R & *r*. Puiſque les aberrations *q*R, *q r* tendent du même côté par rapport à *q* (*Rem.* 10), ſi elles étoient égales, les rayons A*a* & *a a*, *a*S & *a x* ſe confondroient, & ainſi le rayon QA ſeroit exactement réfléchi en *x*, foyer des rayons les plus proches de l'axe. Fig. 444.

19. Mais la premiere raiſon des aberrations *q*R, *q r* s'exprime par les premiers termes des deux ſuites ci-devant trouvées (*Rem.* 14), & en ſuppoſant ces termes égaux, nous avons $(n-1)^2 . (\frac{m+1}{m})^2$ *ou* $V : \frac{\overline{AV}^2}{4t} \cdot \frac{\overline{AV}^2}{4T}$ (art. 204) $:: \frac{\overline{Cq}^2}{t} : \frac{\overline{Cq}^2}{T} :: (\frac{m-1}{m})^2 t . (n+1)^2 T$ (*Rem.* 8). Donc $(n\,n-1)^2 . T = (\frac{m\,m-1}{m\,m})^2 . t$. Donc ſi la relation de *m*, *n*, T, *t*, eſt exprimée par cette équation, les aberrations exactes *r* R, *q r*, qui partent de *q* avec des viteſſes égales d'accroiſſement, continueront d'approcher plus de l'égalité, que ſi elles étoient parties avec des viteſſes inégales, & puiſque la diminution de R*r* (à raiſon des angles égaux *r a* R, *a* A, *x a* S) diminue l'aberration *x* S, la derniere image *a r* ſera plus diſtincte que ſi les quantités T, *t*, *m*, *n* avoient quelque autre relation.

20. *Coroll.* 1. Donc ſi l'une des aberrations *q*R, *q r* provenant d'une demi-ouverture donnée quelconque AV, devient plus petite, leur différence R*r* deviendra auſſi plus petite. Car puiſque la premiere raiſon des ſoutendantes XY, X*y* des angles d'attouchement en *q*, a été faite une raiſon d'égalité, les courbes *q* Y, *q y* ont la même courbure en *q*, laquelle étant diminuée, diminuera auſſi les ſoutendantes XY, X*y* & leur différence Y*y* ou R*r* ; ce qui n'a pas beſoin de preuve.

21. *Coroll.* 2. Par conſequent tout le reſte étant égal, l'apparence de l'objet deviendra plus diſtincte, ſi l'on diminue *n*. Car elle ſera plus diſtincte, ſi l'on diminue l'aberration *x* S, qui decroît avec R*r*, celle-ci avec *q*R & *q*R avec *n*, comme on le voit par l'expreſſion de $qR = \frac{TV}{\frac{aT}{n-1} + \frac{V}{n-1}}$

[*Rem.* 12.]

PROPOSITION III.

Tout ſubſiſtant comme dans la prop. 2. ſi les miroirs ont des foyers égaux, l'uſage de leurs parties intérieures, qui réfléchiſſent mieux que le reſte (Rem. 10) ſe conſervera dans les deux.

Fig. 445. 22. Les lignes QA*e*Bx formant le cours du rayon le plus extérieur, ſoit QA prolongé qui coupe les tangentes *cd*«, C*f*D en *f* & D. Joignez D*q* qui coupe la première tangente en «, «x qui coupe la ſeconde en *f* & *f q* qui coupe la premiere en ».

23. On voit par la ſeule inſpection des figures, que *c*« & C*f* ſont un peu plus grandes que *c*« & CB, & par conſequent qu'une ouverture en C dont le demi-diametre eſt égal à C*f* eſt aſſez grande pour laiſſer paſſer les pinceaux collatéraux aux parties exterieures de l'image en x.

24. Le demi-diametre de l'ouverture dans le miroir convexe doit être égal à *cd*. Car *cd* ne différe pas ſenſiblement de l'arc *cb*, déterminé par la ſection de QA, lorſque cQ eſt petit, & puiſque le rayon le plus intérieur qui decrit la ligne Q*f* eſt à fort peu près réfléchi en *f* », ſi *c* » eſt plus petit que *cd*, ce rayon ſera perdu dans le trou en *c* & ainſi de tous les autres qui tombent ſur la zone du concave dont la largeur *f d* eſt décrite par le mouvement angulaire de la ligne *f* »*q* autour du point *q*, juſques à ce que » ſe confonde avec *d*.

25 D'un autre côté ſi *c* » devenoit plus grand que *cd*, la zone du miroir convexe dont la largeur eſt »*d* deviendroit inutile.

26 Ainſi pour conſerver l'uſage des parties les plus intérieures des miroirs, qui reflechiſſent mieux que le reſte, il faut avoir *c* » = *cd*, ce que l'on aura toujours, ſi les diſtances des foyers des miroirs ſont égales & par conſéquent $nn - 1 = \frac{mm-1}{mm}$ (*prop.* 2).

27. Car la raiſon de *cd* à *c* » étant compoſée de *cd* à CD, de CD à *e*«, *e*« à C*f*, C*f* à *c* », c'eſt-à-dire de cQ à CQ, C*f* à *cq*, *c*x à C», C*q* à *cq*, il en réſultera la raiſon d'égalité ſi l'on fait $1 = r = \frac{1}{1}$ dans les valeurs de ces termes (*Rem.* 8), & $nn - 1 = \frac{mm-1}{m\,m}$ pour réduire cette raiſon compoſée

28 *Coral* 1. Lorſque les miroirs ont leurs foyers à égales diſtances, la quantité de lumiere incidente eſt à la partie perdue dans les ouvertures, comme 1 eſt à $n - 1 - \frac{1}{m}$ à fort peu près. Car elle eſt en raiſon doublée de CD à C*f* à fort peu près, ou de CD. *e*« :: *cq*. C*f*, c'eſt-à-dire de C*q*. *c*x :: *cq*. Cx ou de $\overline{n+1}.\overline{m-1} :: \frac{m-1}{m} \times \left(\frac{mm-1}{m} - n + 1\right]$ (*Rem.* 8), ou de $1 . n - 1 - \frac{1}{m}$.

29 *Coral* 2 Donc ſi l'angle CQA eſt donné, & par conſéquent la quantité de lumière incidente, la partie perdue dans les ouvertures ſera comme $n - 1 - \frac{1}{m}$ à fort peu près, & par conſequent elle diminuera à meſure qu'on

diminuera

diminuera n ou m ; car ces quantités diminuent en même tems, parce que $nn - 1 = \frac{nn \cdot mm - 1}{mm \cdot nn} = 1 - \frac{1}{mm \cdot nn}$. Donc $n = \sqrt{2 - \frac{1}{m \cdot m}}$.

30. *Corol.* 3. Donc pour conſerver la lumière & augmenter la diſtinction apparente de l'objet, on peut prendre ſucceſſivement 5 & 4 pour m, & prenant $n = \sqrt{2 - \frac{1}{m \cdot m}}$, on a calculé les dimenſions du premier & ſecond microſcopes de la table ſuivante par les regles du Corol. 2. Prop. 1, en les prenant dans l'ordre ſuivant, $T = t = 1$, nous avons $Cq = n + 1$, $qc = \frac{m-1}{m}$, $cC = Cq - qc$; $CQ = \frac{1}{n} Cq$, $cQ = CQ - Cc$, $cx = m - 1$; $Cx = cx - cC$, $ls = \frac{cx + xl}{cx} \cdot xl$, & le diamètre de l'ouverture auprès de l'œil en $o = \frac{xl}{cx} \cdot 2r$.

31. *Corol* 4. Pour déterminer la grandeur des ouvertures dans les miroirs, il faut avoir le rapport de CD à CQ que je ſuppoſe de 1 à 3 dans tous les microſcopes, me paroiſſant que l'angle qui en réſulte CQD de 18°. 26′ 6″, donne aſſez de lumière pour groſſir l'objet environ 300 fois ou plus, en ſuppoſant dans la prop. 1. la ligne d de 8 pouces. Ainſi par les triangles ſemblables, nous avons $c\alpha = \frac{cq}{Cq} \cdot CD$, $C\beta = \frac{Cx}{cx} \cdot c\alpha$, $c\gamma = \frac{cq}{Cq} \cdot C\beta$ & $cd = \frac{cQ}{CQ} \cdot CD$; ſi ces deux derniers ſont égaux, comme ils doivent l'être (*Rem.* 26.), ils verifieront le calcul.

32. *Coroll.* 5. La quantité de lumière incidente, la partie perdue dans les ouvertures & celle qui reſte ſont entr'elles exactement, comme les ſinus verſes des angles CQD, CQβ & la différence de ces ſinus. Car les arcs d'un cercle donné qui meſurent ces angles, tournant autour de CQ, décrivent deux ſegments d'une ſurface ſphérique, proportionnels à la lumière incidente & à la partie perdue, & par conſéquent le reſte de la lumière ſera comme la différence de ces ſegments ou des ſinus verſes des angles qui les produiſent, par les théorèmes d'*Archimede* ſur la ſphère & le cylindre.

Microſcopes compoſés de réflexion.

Fig. 441, 444, 445.

	I	II	III	IV
m.	5.	4.	3. 7895	5.
n	1. 4	1. 39194	1. 39194	1. 39464
CT	1.	1.	1.	1. 0320
$c\,t$	1	1.	1.	1.
$c\,Q$.	0. 1143	0 0765	0 0616	0. 1007
$c\,C$.	1. 6	1. 6419	1. 6558	1. 6711
$C\,\chi$	2 4	1. 3181	1. 3117	1 3288
C D	0. 5714	0. 5715	0. 5718	0. 5906
$c\,a$	0 1905	0. 1795	0. 1763	0. 1912
$C\,\beta$	0. 1143	0, 0813	0 0716	0. 1113
$c\,\gamma$	0. 0381	0 0225	0 0210	0. 0360
$c\,d$.	0. 0381	0. 0225	0 0209	0. 0333
$Q\,\varepsilon$	0. 5143	0. 5763	0. 4545	0 5104
$g\,h$	0. 0343	0. 0222	0. 0189	0. 0323
Force pour groſſir.	300 fois.	300 fois.	300 fois.	300 fois.
$\chi\,l$.	0. 2867	0 1485	0 1407	0. 1819
$l\,o$.	0. 1956	0. 1558	0 1479	0. 1950
Diam. de l'œil en o	0. 0186	0. 0137	0. 0190	0. 0 85
Angle C Q D.	18°. 26'. 06''.	18°. 26' 06''	18°. 26'. 06'	18°. 26'. 06''.
Angle C Q β.	3 48. 53.	2 42. 37.	2. 23. 15.	2. 35. 40.
Lumière incidente.	0. 0513. 180	0. 0513 180	0. 0513. 180	0. 0513. 180
Lumière perdue.	22. 155	12 286	8. 681	19. 671
Lumière réflante.	0 0491 025	0. 0501. 994	0. 0504. 499	0. 0493. 509
Angle A E C.	15° 44'. 41''	15°. 47'. 00''	15°. 47' 00''	15°. 46'. 13''.
Angle $a\,e\,c$.	5. 13. 57	4. 56. 16.	4 50. 49.	5. 15. 12.
C V.	0. 0750. 396	0. 0754. 058	0. 0754. 058	0. 0752. 819
$c\,v$	0. 0083. 348	0. 0074 226	0. 0071. 526	0. 0084 008
q R.	0. 0059. 244	0. 0057. 076	0. 0057. 076	0. 0057. 791
$q\,r$	0. 0050. 332	0. 0058. 259	0. 0057. 388	0 0060. 792
R r	0. 0001 268	0. 0001. 283	0. 0000. 312	0. 0003. 001
$\frac{R\,r}{n\,n}$	0. 0000. 596	0. 0000. 611	0. 0000. 361	0. 0001. 543
Angle $\chi\,l\,\lambda$.	00°. 02'. 16''.	00°. 01'. 29''.	00°. 00' 39''.	00°. 06'. 15''.

PROPOSITION IV.

Ayant toutes les dimenſions d'un microſcope double de réflexion, trouver l'angle d'aberration de l'oculaire ?

Fig. 444. 33. Soit le rayon le plus extérieur QA ou tout autre qui faſſe un angle

donné avec l'axe, & qui ſont réfléchi en Aα & αS. Soit $\chi\lambda$ perpendiculaire à αS. Joignant λI, j'appelle $\chi I\lambda$ l'angle d'aberration de l'oculaire, dont le ſinus eſt au rayon 1, $= \frac{\chi\lambda}{\chi I} = \frac{m}{n} \cdot \frac{AV}{AQ} \cdot \frac{Rr}{\chi I}$ à fort peu près.

34. Car ſoit $r\sigma$ perpendiculaire à RαA, les triangles ſemblables $\chi\lambda\alpha$, $r\sigma\alpha$, & $r\sigma$R, AVR donnent $\chi\lambda . r\sigma :: \alpha\chi . \alpha r :: \epsilon\chi . \epsilon r$ (*Eu. l.* 6 3, parce que la ligne $\alpha\epsilon$, qui diviſe également le ſupplement de l'angle du ſommet $\chi\alpha r$, & coupe la baſe prolongée χr, donne deux ſegments $\epsilon\chi$, ϵr en même raiſon que les côtés $\alpha\chi$, αr, .. $\epsilon\chi . \epsilon q$ (art. 204 .. m 1, & la même $r\sigma : r$R .. AV : AR ou en raiſon compoſée de AV : AQ & AQ . AR ou EQ ER (art. 204) ou EQ . Eq ou 1 . n. Donc par égalité $\chi\lambda : r$R .. m. AV : n. AQ. Donc $\chi\lambda = \frac{m}{n} \cdot \frac{AV}{AQ} \cdot Rr$, & $\frac{\chi\lambda}{\chi I} = \frac{m}{n} \cdot \frac{AV}{AQ} \cdot \frac{Rr}{\chi I}$ à fort peu près.

35 *Coral.* 1. En différents microſcopes les angles d'aberration ſont à fort peu près, comme $\frac{Rr}{nn}$, ſi les quantités de lumière, ou les angles AQC, & les forces pour groſſir ſont les mêmes dans tous, car alors les raiſons de AV à AQ & de χI à $4nm$ (*Rem.* 7.) & à nn ſont les mêmes dans tous.

36. *Coral.* 2 Donc ſi la lumière qui reſte dans ces microſcopes étoit la même dans tous, le meilleur de tous ſeroit celui où $\frac{Rr}{nn}$ ſeroit le moindre. Car la clarté apparente de l'objet étant en raiſon directe de la lumière qui reſte, & en raiſon inverſe de la force du microſcope, ſera donnée, & par conſéquent le meilleur microſcope ſera celui qui repréſentera l'objet plus diſtinctement, ou dans lequel $\frac{Rr}{nn}$, & par conſéquent l'angle d'aberration dans l'oculaire eſt le moindre. *Voyez les art.* 344 *&* 703.

37. *Coroll.* 1. Mais Rr étant la différence des aberrations qR, qr peut ſe trouver en cette maniere.

38. 1°. Dans le triangle QAR, le ſin. de l'ang. R $= \frac{1}{n}$ ſin. ang. Q à fort peu près, & l'angle $\frac{Q+R}{2}$ = ang. E, & CV ou V $= \frac{\text{Sin. verſe ang. E}}{\text{rayon}} \times 2T$. Ce qui donne $qr = \frac{(n-1)^2 \cdot TV}{2T+n-1 \cdot V}$. (*Rem.* 12.).

39 2°. Dans le triangle RαS, ſin. ang. S $= \frac{1}{m}$ ſin. ang. R à fort peu près, & l'angle $\frac{R-S}{2}$ = angle ϵ, & ϵv ou $v = \frac{\text{Sin. verſe ang. } \epsilon}{\text{rayon}} \times 2t$. Ce qui donne $qr = \frac{(\frac{m+1}{m})^2 \cdot t.v}{2 - \frac{m+1}{m} v}$. (*Rem.* 13.).

40. Car 1° dans le triangle QAR, ſin ang. R : ſin. Q :: QA . AR :: QE . ER : QE . Eq 1 : n.

41. 2°. Dans le triangle RαS, ſin. ang. S : ſin. R :: αR : αS :: ϵR.

$eS :: eq : ex :: 1 : m$, & l'angle $Ree = \text{ang.}\frac{R+S}{2}$ & $eeR = (eRe - Ree = R - \frac{R+S}{2} =) \frac{R-S}{2}$.

41 *Coroll* 4. Si l'on ſouhaite une plus grande exactitude, on peut calculer Rr en cette manière.

43. 1° Soit $a = \frac{n-1}{n}$ & b à 1 la raiſon donnée du rayon à la tangente de l'angle AQC. Prenez enſuite $EV = \frac{aT - 2bT\sqrt{1+bb-\frac{1}{4}aa}}{1+bb}$, vous aurez $CE - EV = CV$ ou V, ce qui donne qR comme ci-devant.

44. 2°. Soit $b = qR$ & $q = (\frac{n+1}{n-1}\cdot\frac{T-b-V}{V.4(T-V)})^2$ & $t = \frac{m-1}{m}t - b$. Vous aurez ev ou $v = \frac{2qt+r-2\sqrt{q\,qtt+rt-\frac{1}{4}rr}}{1+q}$. Ce qui donne qr, comme ci-devant.

45. Car 1°. $TE\ EQ :: n : n-1$ (puiſque par l'hyp. $TQ.TE :: 1 : n$) Donc $EQ = \frac{n-1}{n}T = aT$. Soit $x = EV$, donc $QV = x - aT : VA :: b : 1$, donc $VA = \frac{x-aT}{b}$. Mais $EV^2 + VA^2 = AE^2$, c'eſt-à-dire, $xx - \frac{2axT}{bb} + \frac{aaTT}{bb} + xx = 4TT$; ce qui donne par réduction x ou EV, comme ci-devant.

46. 2°. $RV = qC - qR - CV = \frac{m-1}{m}.T - b - V$ & $Rv = qe - qR - ev = \frac{m-1}{m}.t - b - v = t - v$. De plus $AV^2 = V(4T - V)$ & $av^2 = v(4t - v)$, & par les triangles ſemblables, $\frac{RV^2}{AV^2} = \frac{Rv^2}{av^2}$, c'eſt-à-dire, $q = \frac{(t-v)^2}{4tv-vv}$, ce qui par réduction donne v comme ci-devant.

47. *Coroll.* 5. ſin. ang. S : ſin. ang. Q :: 1 : mn à fort peu près par le *Coroll.* 3.

48 *Coroll.* 6. Donc dans le ſecond microſcope le demi angle du pinceau en S n'eſt que de 3°. 15′ 20″, & par conſéquent l'oculaire n'a beſoin que d'une ouverture ſi petite qu'elle ne ſçauroit ſenſiblement augmenter les aberrations produites par les miroirs; au lieu que l'ouverture de l'objectif d'un microſcope ſimple, pour donner la même lumière que les nôtres, doit être capable de recevoir un angle de lumière de 18°. 26′. 6″ égal à Q, & qui eſt 5, 567 fois plus grand que l'angle S. De ſorte qu'il y a ici un grand avantage par deſſus le microſcope ſimple, outre que notre image eſt 5, 567 fois plus grande que l'objet en diamètre & preſque 31 fois plus grande en ſurface.

PROPOSITION V.

Perfectionner ces microſcopes, en diminuant l'angle d'aberration de l'oculaire ?

49. Les courbes qY, qy, ſelon la prop. 2 ont la même courbure en q; par conſéquent lorſque CA croît uniformément, quoique Yy ou Rr commence depuis q à croître avec la moindre vîteſſe poſſible, cependant comme il croît continuellement avec qR, il devient aſſez grand & par conſéquent auſſi l'angle d'aberration $\chi l \lambda$ qui eſt comme Rr, lorſque la lumière, la force du microſcope, & le nombre n ſont donnés (*Rem.* 35). Fig. 444.

50. Mais ſi l'on retient la courbe qY, comme donnée, & que l'on altére qy de manière qu'elle coupe qY dans quelque point moyen ε, alors quoique Yy commence en q à croître plus vîte qu'auparavant, il arrive bientôt à ſon *maximum*, & alors il décroît juſques à diſparoître en ε, après quoi il recommence à croître, mais non pas juſques à une auſſi grande quantité qu'auparavant lorſqu'il croiſſoit continuellement, en ſuppoſant que la demi-ouverture AC ſoit la même dans les deux cas.

51. De même l'angle d'aberration $\chi l \lambda$, qui eſt encore ici comme Rr ou Yy, croît au commencement & décroît enſuite juſques à diſparoître, enſuite il croît de nouveau du côté oppoſé de l'axe χl & par conſéquent il ne ſçauroit devenir auſſi grand que lorſqu'il croiſſoit continuellement du même côté de l'axe. Tout cela ſuit évidemment de l'idée des courbes qY, qy. Fig. 444, 445.

52. Soit la ligne $\varepsilon\alpha$ parallele à l'axe, qui coupe la demi-ouverture AC, en α, & achevant le rectangle $\varepsilon\alpha$UR, joignez αR, αE, αQ; enſuite prenant les valeurs de n, T & t dans le ſecond microſcope qui a un peu moins de lumière que le premier, & prenant à diſcretion la valeur de U ou CU, ſinus verſe de l'arc Cα, vous aurez l'aberration reſpective $qR = \frac{(n-1)^2 . T\ U.}{2T+n-1.\ U.}$ (*Rem.* 12).

53. Mais pour trouver une nouvelle valeur de m qui rende, s'il eſt poſſible, $qR = qr$, ſoit $qR = b$ & la quantité donnée $\frac{(n+1.T-\frac{1}{2}-U)^2}{U(4T-U)} = q$, & ayant trouvé la raiſon x de l'équation ſuivante $q = \frac{(x(l+xt)(2t-b-xt)-2bt)^2}{8bxt(b+xt)-4bbtt}$ vous prendrez $m = \frac{1}{x-1}$.

54. Car puiſque $m = \frac{1}{x-1}$, nous avons $x = \frac{m+1}{m}$, & $qr = \frac{(\frac{m+1}{m})^2 . t.v}{2t-\frac{m+1}{m}.v}$ (*Rem.* 13) $= \frac{xxtv}{2t-xv}$, & faiſant $qr = qR$, c'eſt-à-dire, $\frac{xxtv}{2t-xv} = b$, nous aurons $v = \frac{2bt}{bx+xxt}$. Mais $\alpha U^2 = 4TU - UU$, & $\alpha v^2 = 4tv - vv = \frac{8btt}{bx+xxt} - \frac{4bbtt}{(bx+xxt)^2} = \frac{8btt(bx+xxt)-4bbtt}{(bx+xxt)^2}$, &

$RU = qC - qR - CU = \frac{n+1}{n}.T - b - U$, & $Rv = qc - qR - cv = \frac{m+1}{m}.t - b - v = 2t - xt - b - \frac{2bt}{bx+xxt} = \frac{(bx+xxt)(2t-b-xt)-2bt}{bx+xxt}$.

Enſuite les triangles ſemblables nous donnent $\frac{RU^2}{aU^2} = \frac{R}{av}$, c'eſt-à-dire, $q = \frac{(xb+xt)(2t-b-xt)-2bt}{8bxt(b+xt)-4bbt}$. C. Q. F. T

55 *Coroll.* 1. Lorſque $T = t = 1$, les équations ſont un peu plus ſimples, $qR = \frac{n-1.U}{2+n-1.U}$, $\frac{(n+1.b.U)^2}{U(4-U)} = q = \frac{(x(1+x)(2-1-x)-2bb}{8bx(b+x)-4bb}$, $m = \frac{1}{x-1}$.

Fig. 449. 56. *Exemple* Si l'on veut que les deux moitiés de la lumière d'un pinceau ſolide tombent ſur les côtés oppoſés du point x, ce qui probablement produira un très-petit angle d'aberration dans les rayons les plus extérieurs, le ſinus verſe de l'angle CQ« ſera la moitié du ſinus verſe de l'angle générateur CQA du pinceau donné par les théorêmes *d'Artonneau* cités ci-devant (*Rem* 32). Faiſant donc cet angle CQA de 18°. 26′ 6″, comme ci-deſſus, nous aurons par la table des ſinus verſes, l'angle CQ« = 13°. 0 26″, & par conſequent $\frac{1}{n}$ ſin. ang. CQ« = ſin. ang. CR« (art. 221), lequel lorſque $n = 1,39194$, donne CR« = 9°. 18′ 21″, & l'angle $\frac{Q+R}{2}$ = ang. CE« = 11°. 9′ 23″ ½, dont le ſinus verſe par rapport au rayon CF = 1, eſt 0. 037948 = U. Donc $b = 0.0028811$, & $q = 29.340$.

57. Or comme la difference Rr des aberrations qui appartiennent au rayon le plus extérieur QA eſt fort petite, & que celle qui appartient au rayon Q« eſt plus petite; pour trouver une valeur de x, telle que le rayon Q« n'ait point d'aberration par rapport à x, il faut d'abord prendre $m = 4$, comme dans le microſcope donné, & par conſéquent $x = \frac{m+1}{m} = 1.25$, & par ce moyen s'approcher de la valeur requiſe de x en corrigeant celle qu'on a priſe, comme on va voir.

58. Faiſant $y = x(b+x)(2-b-x) - 2b$ & $z = 8bx(b+x) - 4bb$, l'equation à réſoudre aura cette forme, $q = \frac{yy}{z}$ (*Rem* 55) ou $yy - qz = 0$. Suppoſons qu'on ait calculé $yy - qz = p$, ſi p ſe trouve fort petit, la valeur de x ſera preſque vraie, ſinon on calculera $dy = (2-b-x)(b+2x) - x(b+x)$ & $dz = 8b(b+2x)$ & $2ydy - qdz = dp$. Donc $x - \frac{p}{dp}$ ſervira à corriger la valeur de x, & l'on répétera l'opération juſques à ce que p devienne auſſi petit que l'on voudra. Par le moyen de cette méthode, on trouve $x - \frac{p}{dp} = 1\ 56444 =$ nouveau x', & par conſéquent $m = \frac{1}{0.56444} = 1.7717$; mais cette valeur de m eſt ſi petite qu'elle produit une valeur négative de $cQ = qc - qQ = 1 - \frac{1}{m} - n - \frac{1}{n}$ (*Rem.* 8.) = — 0.098. Je reprends donc à diſcretion une

valeur plus petite de U = 0.03...3 & réitérant la même opération, je trouve un autre v'' = 1.103891 & m' = 27°95, par où j'ai calculé les dimensions du 3e microscope.

59. Cette dernière valeur de L = 0. 03230 est le sinus verse de 10° 19. sous le rayon CE = 1; & ainsi la périphérie conique des rayons incidents (décrite par le rayon EQ qui tourne autour de l'axe QC) qui se réuniront exactement en q, est plus proche de l'axe que la périphérie qui sépare en deux également tout le pinceau de 50' 23"; Je me suis entièrement satisfait en calculant sur le second théorème dans le corol. 4 prop. 4., les valeurs correspondantes de v' = 0.0030 805, R = 0. 0024. 6531, & qr = 0. 0024. 6524, dont la différence Rr = 0.0000 0007 est entièrement insensible.

60. Le demi angle du pinceau des rayons, CQA = 18° 26' 6", fournit assez de lumière pour grossir l'objet environ 300 fois en diamètre, comme je l'ai conclu par une estime tirée des meilleurs microscopes dioptriques, & comme je l'ai éprouvé dans le 4e microscope à double réflexion, que je décrirai dans la suite. Un oculaire dont la distance au foyer est 0. 1407 d'un pouce, donne cette force au 3e. microscope & l'angle d'aberration χ(λ — 39", qui est de beaucoup trop petit pour produire une confusion sensible, sur-tout dans ce degré de clarté où l'objet doit paroître. Car en plein jour, à peine une personne entre cent peut discerner un objet, avec l'œil nud, sous un angle moindre que d'une minute (art 97). Outre cela l'on sçait fort bien que les meilleurs microscopes dioptriques souffrent ordinairement à l'oculaire un angle d'aberration de 15 ou 20 minutes sans beaucoup d'inconvenient.

61 Donc si le 3e microscope est bien exécuté, il y a lieu de croire qu'il souffrira un angle d'aberration beaucoup plus grand que 39" sans aucun inconvenient, & par conséquent une ouverture plus grande ou un angle plus grand des pinceaux pour donner plus de lumière & grossir plus de 300 fois, au lieu que les meilleurs microscopes dioptriques doubles qui sont maintenant en usage, ne grossissent pas plus de 200 fois avec une lumière & distinction suffisante.

PROPOSITION VI.

Le lieu de l'objet & la longueur du microscope étant donnés, trouver ses autres dimensions conformément à la prop. 2.

62. Ce que j'appelle la longueur du microscope est $rx = \frac{m}{m-1}.r$, ce qui en supposant r donne m. Le lieu de l'objet donne la raison de rQ à rq, laquelle étant supposée de s à 1, donne le nombre s. Prenant ensuite s pour $\left(\frac{mm-1}{mm}\right)^2$, on cherchera la racine n de l'équation, $n^3 - n - \frac{s}{s-\frac{1}{m}} = 0$, & prenant $T = \frac{r.f}{(m-1)^2}$, on calculera toutes les autres dimensions par les regles précédentes, (*Rem.* 8.)

63. Car par la proposition 2 nous avons $T = \frac{r.f}{(m-1)^2}$, & puisque rQ

$m \cdot q = qQ$, c'eſt-à-dire, $\cdots = \frac{1}{a} + \frac{\cdots}{a} \cdots$ (no. 8), en ſubſtituant à

T ſa valeur, & par n autre, on aura l'équation $\cdots = a - \frac{\cdots}{\cdots - \frac{1}{a}} a a$.

64. J'avois calculé les dimenſions du 4e microſcope, par les regles de cette propoſition, avant que j'euſſe approfondi la methode précédente des miroirs ſphériques. Je n'en ai fait conſtruire un que d'après cette methode, & je trouve qu'il fait à tous égards autant d'effet que les meilleurs microſcopes de réfraction. Je ne doute pas qu'il ne les ſurpaſſe, lorſqu'on aura donné plus exactement à ſes dimenſions marquées dans la 4e colonne, ou l'angle d'aberration n'eſt que de 8′ 15″, eſt environ trois fois moindre qu'un angle ſemblable dans les meilleurs microſcopes de réfraction (*Hadley*. Dioptr. art. 44), & puiſque l'angle d'aberration de 19′ dans la 3e colonne eſt preſque dix fois moindre que celui de la 4e, nous avons lieu de croire qu'un microſcope conſtruit exactement ſelon ces dimenſions, ſurpaſſera beaucoup tous ceux qu'on a inventé juſqu'ici, car le microſcope d'eſſai manque encore de diſtinction que de clarté. Je vais conclure par quelques regles pratiques pour les ouvriers.

65. I. Hypotheſe & conſtruction de la prop. I. Suppoſons que l'objet ſoit renfermé entre deux petits tubes, à l'ordinaire, dans une piece de cuivre dont une a gliſſé derriere le miroir concave, qui doit être par conſéquent plus de ce dernier & aſſez mince pour que l'objet puiſſe aiſément être placé à la diſtance calculée depuis le ſommet du miroir. La maniere la plus exacte de déterminer cette petite diſtance eſt, premierement de faire les miroir & l'oculaire parfaitement à leurs diſtances calculées l'un des autres & enſuite avant que de gliſſer celui-ci dans le commencement, on la limera par degrés pour le rendre toujours plus mince, juſques à ce qu'étant appliqué au miroir l'objet paroiſſe parfaitement diſtinct. On doit ſur le gliſſoir preſſer contre l'arriere du miroir par le moyen d'un petit reſſort. Avant enfin de terminer une fois pour toutes la diſtance de l'objet, on pourra dans la ſuite procurer la vûë diſtincte aux yeux de différente eſpece, par un petit mouvement du petit tube qui porte l'oculaire. On pourra y appliquer différents tubes avec divers oculaires. Ces tubes doivent être ſemblables à ceux qui portent l'oculaire du teleſcope de Newton, & avoir un petit trou au milieu de chaque pied de aux deux extrémités du tube, & chaque trou doit être exactement au foyer de l'oculaire. L'uſage de ces trous & de ces plaques eſt de borner l'axe viſuel & d'empêcher qu'aucun rayon étranger n'entre dans l'œil.

66. On comprendra aiſément par la figure 446, de quelle maniere on peut procurer la vûë diſtincte, en faiſant mouvoir l'oculaire par le moyen d'une tige. Le tube de l'oculaire entre à vis dans un anneau ou collier $p\,q$, lequel a un manche $q\,r$, ou il y a un trou en r. L'extrémité de la verge $r\,s$ tourne conſtamment dans ce trou dans laquelle elle a été, & l'autre extrémité tourne & gliſſe à coté dans un trou, pendant que le milieu s meut dans une entaille, pratiquée dans le manche $t\,u$ d'un autre collier $x\,x$ fixé au tube du microſcope. Le bouton pour faire tourner la verge eſt en y. Il faut avoir différents tubes pour divers oculaires.

67. Les

6° Les rayons qui viennent directement de l'objet par les ouvertures des deux miroirs & par l'oculaire, en se mêlant aux rayons réfléchis, détruiroient l'image qui se fait sur la retine, & auroient l'inconvénient de la manière suivante. Soit encore que le petit trou du miroir concave soit conique, & servez-vous d'un instrument conique, dont le demi-angle soit un peu moindre que l'angle CQD, enforte que le diamètre de la plus grande ouverture du côté poli soit exactement égal à la dimension calculée 1.3. Alors un rayon plus écarté par derrière sera un peu plus grand que la section du principal pinceau, faite par le plan de l'arrière. La moindre excès de cette section donnera lieu au passage des pinceaux collatéraux égaux au principal pinceau. Soient maintenant la première & la dernière par c Q 2, 2 des rayons les plus intérieurs Q 3 3, lesquelles le coupent en b, & que b e perpendiculaire à Q 2, soit le demi-diamètre 1. La base d'un cone solide, qu'on y placera. Cette base étant plus grande que l'orifice postérieur du miroir concave, interceptera tous les rayons qui tendroient directement à l'oculaire. Tous les côtés doivent être fortement noircis en dedans, aussi bien que le cone solide, pour empêcher la reflexion de ses rayons sur le miroir concave. Sa petite base doit être concave & avoir l'objet Q pour centre de la cavité, afin que s'il réfléchit quelque lumière, elle retourne sur l'objet, & son arrière étant convexe de toutes parts, absorbera ou dispersera latéralement tous les rayons étrangers que le miroir concave pourroit réfléchir, & ainsi il les empêchera de venir à l'oculaire. Ce solide conique doit être arrêté dans la place qui lui convient, par le moyen d'un bras fort délié, comme le tranchant d'un couteau tourné vers l'objet. Fig. 444.

68. Malgré l'interposition de ce solide conique, lorsqu'on a tiré l'oculaire du microscope, on y voit distinctement [illegible] avers du microscope les objets éloignés par les rayons que les miroirs réfléchissent, & qui étant divergens sur l'œil forment une image en dedans du miroir concave. Mais ce mélange de rayons étrangers avec ceux de l'objet est commun à toutes les espèces de microscopes, soit qu'on examine des objets transparens, & l'on y remédie ordinairement en ajoutant devant l'objet une lentille double convexe fort épaisse, qui [illegible] et [illegible] ment la lumière du jour. Cette lentille (fig. 446) doit être exactement aussi large pour couvrir la base à l'angle opposé par la pointe à celui que le miroir concave forme sur l'objet. Le cadre annulaire de cette lentille doit être fort étroit & attaché au microscope par des fils de fer fort déliés, dont les plans prolongés doivent passer par l'objet & intercepter aussi peu de lumière qu'il est possible.

69. La lumière d'un jour bien serein est la meilleure pour éclairer les objets microscopiques, & l'on en peut trouver la quantité convenable en tenant le microscope à différentes distances de la fenêtre, ou si cette lumière est trop forte, en fermant de la chambre, & donnant au microscope différentes élévations, pour pouvoir donner à l'objet plus ou moins de jour.

70. La règle pour trouver la place & la largeur du solide conique est celle-ci. $Q : = \frac{Q^2}{1 + \frac{1}{m}}$, $: b = \frac{\text{sang. sang.} \frac{1}{2} Q^2}{\text{rayon}} Q 5$. Car nous avons 1 : sin ang. : : sin ang Q (*Rem.* 47.) : Q b : b 2 (art. 111), & en composant 1 + m : 1 : : Q 2 : Q 5, lorsque les angles diffèrent fort. Enfin dans Fig. 445.

le triangle Q e b, nous avons e b : e Q :: sang. ang. e Q b : au rayon. La lumiere interceptée par ce solide est une partie insensible de tout le pinceau, car si elle pouvoit se transmettre à l'œil dans le 4e microscope, elle augmenteroit seulement le diametre apparent de l'objet en raison de 51 à 52. Dans le 3e microscope la lumiere perdue n'est pas seulement la moitié de celle du 4e, & par conséquent elle n'augmenteroit pas la grandeur apparente en raison de 100 à 101, avec le même degré de clarté. Mr. Hadley, auteur du téleſcope de Newton, dit (*Trans. n°*) que par la ſimple réflexion d'un miroir de metal, il n'y a pas tant de rayons perdus que dans les verres, qui en réfléchiſſent une grande quantité par chacune de leurs ſurfaces, & qui outre cela, en interceptent beaucoup par l'obſcurité de leur matiere.

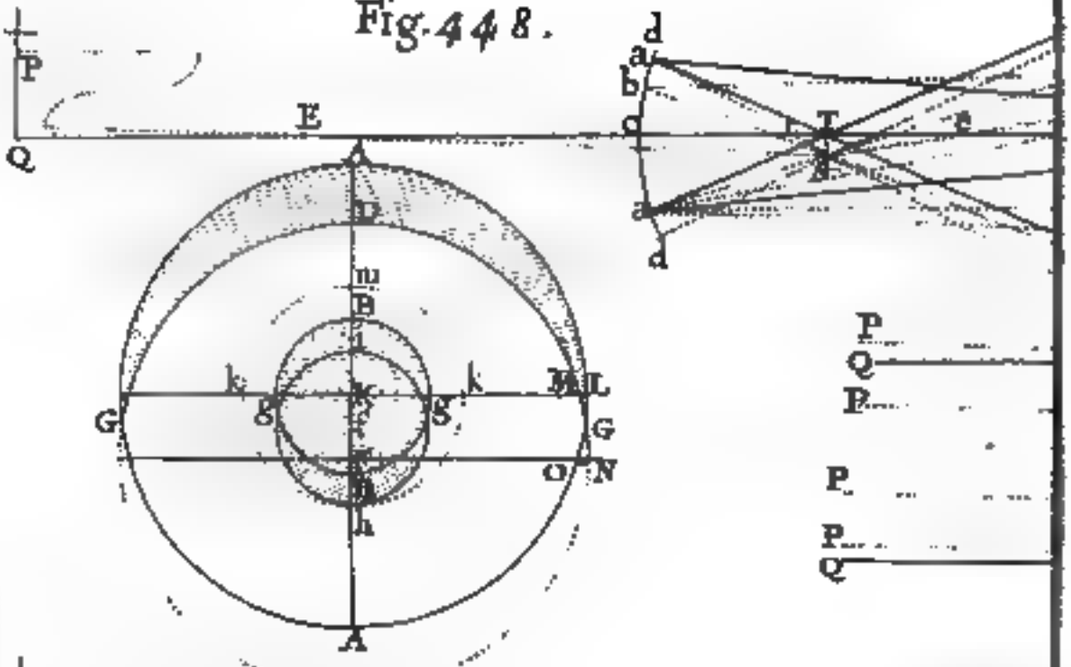
71. On doit avoir un ſoin extraordinaire de rendre les deux miroirs exactement ſpheriques, & exactement de la même ſphere. Le moindre écart de leurs figures, même vers les ſections coniques, quoique avantageux dans les téleſcopes, auroit ici un effet contraire, & ſeroit oppoſé à la theorie preſente. Afin que l'angle d'aberration puiſſe être le même que dans la table, la diſtance du foyer de chaque miroir doit être d'un pouce, mais comme il eſt difficile de faire des miroirs qui ayent preciſément ce foyer, & qui s'accordent avec les autres dimenſions qu'on a calculées, lorſque pluſieurs miroirs concaves & convexes ſeront faits ſur le même moule, on examinera d'abord leurs foyers par les methodes données dans les art. 63 & 64, ſi l'on n'en a pas de meilleure, & on les meſurera par une échelle diagonale diviſée en pouces & en decimes de pouces, & l'on prendra les concaves & les convexes, dont les foyers approcheront plus de l'égalité enſuite on multipliera les meſures de l'axe du 3e microſcope par la moyenne arithmétique entre les deux foyers, ſçavoir, 0,9616, 1,0585, 1,1337, 0,4545, pour avoir les dimenſions de r Q, r C, C c, Q e convenables aux miroirs donnés. La regle eſt evidente par le corol. 2 prop. 1.

72. La ſomme de ces nouvelles dimenſions de r Q & r C donne le nouveau C Q & le tiers de cette ſomme le nouveau C D, lequel étant diviſé par le C D donne = 0,5718, donne un quotient Q & ce quotient multiplié par les dimenſions données de r n, C B, r p, r d, r b de la 3e colonne, en donne de nouvelles. De ſorte que le nouveau microſcope étant ſemblable à l'ancien dans toutes ſes parties, aura exactement la même force pour groſſir (*Rem.* 4) la même clarté, & preſque la même diſtinction (*Rem.* 15) qu'auparavant, ſi l'on y emploie le même oculaire.

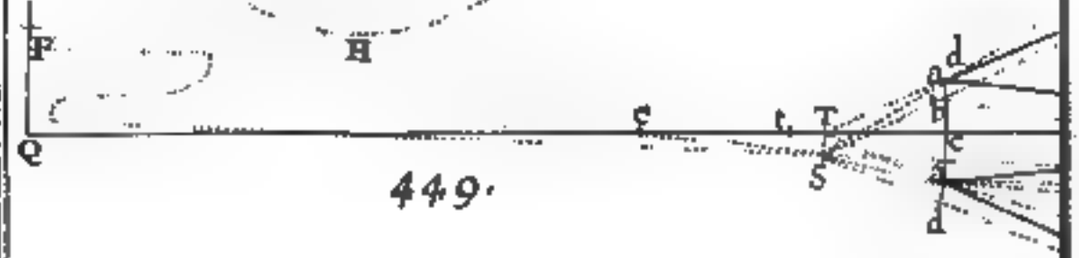
73. Le miroir concave doit avoir une ouverture annulaire de cuivre mince bien noirci de toutes parts. Le diamètre A V de ſon ouverture ſe trouvera par le nomb. 1. corol. 3 prop. 3 ou plus aiſément en faiſant la figure avec une échelle.

74. Si en groſſiſſant beaucoup l'objet il devient ſe faire paroître fort diſtinct mais non pas aſſez clair, il faudroit multiplier toutes les nouvelles meſures laterales C D, r n, C d, r p, r d, g b, par quelque petit nombre, comme 1,05 ou 1,1 & augmenter les ouvertures, la baſe du ſolide conique, & les trous des miroirs, ſelon les nombres réſultants. Et ſi par expérience on trouve que le microſcope peut ſupporter une plus grande augmentation de ces meſures, on repetera la même operation. Parce que ſi l'on fait d'abord les trous dans les miroirs trop grands, on y perdra quelques-uns des rayons intérieurs & des meilleurs. Il n'eſt pas hors de propos d'avoir une ouverture

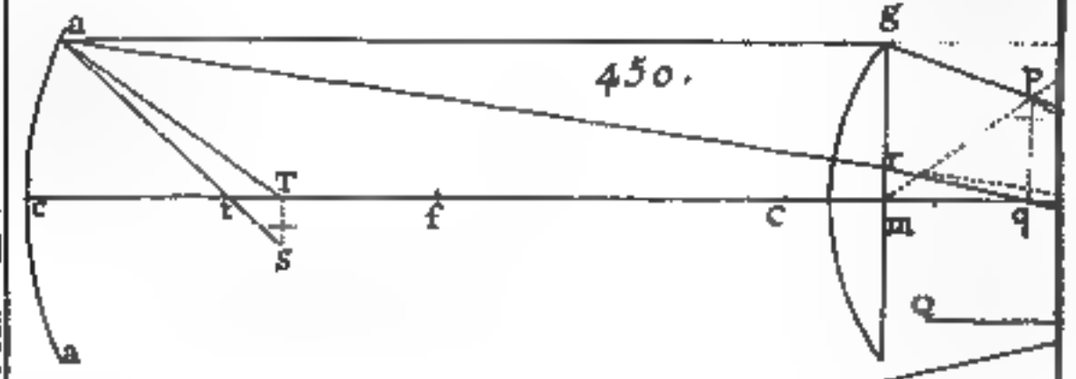
Fig. 448.



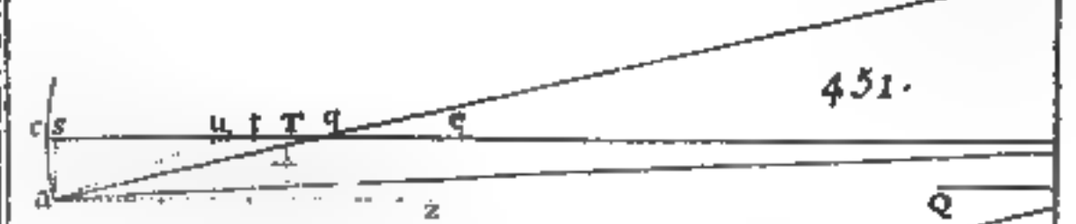
449.



450.



451.



452.

ſur le miroir convexe, quand même l'anneau non couvert devroit réfléchir à l'œil quelques rayons écartés.

75. En liſant les lettres de *Newton* & de *Gregori*, qui ont été imprimées [Append aux elements d'Optique de *Gregori*] peu de tems après que j'euſſe inventé ce microſcope, j'ai eu le plaiſir de voir qu'il répondoit plus parfaitement dans la conſtruction à l'idée de *Newton* ſur la perfection des microſcopes qu'aucun autre déja inventé. Mr *Gregori* pour donner à ſon teleſcope l'avantage ſur celui de *Newton*, propoſe cette queſtion » Par-deſſus tout je voudrois ſçavoir, ſi la vûë de l'image faite par » le grand miroir ne doit pas être regardée comme l'effet d'un microſco- » pe ſur un petit objet viſible. & ſçavant que Mr. *Newton*, dans les » *tranſactions philoſ.* penſe qu'il eſt plus à propos de compoſer un microſ- » cope ou un tube pour voir les petits objets, avec un miroir concave & » un oculaire, qu'avec un ſeul oculaire & encore plus qu'avec un miroir » plan & un oculaire, je ne ſçais ſi le premier miroir concave ne ſerpit » pas preferable au ſecond pour voir les petits objets. » A cela *Newton* répondit en cette maniere [dans le même livre p. 177] » La raiſon pour » laquelle je préfere un petit concave avec un oculaire pour groſſir les » petits objets [dans les tranſac. p. 1080] & même un oculaire ſans au- » cun concave pour groſſir l'image du grand concave, eſt que cette image » n'a pas beſoin d'être groſſie autant qu'un objet vû par un microſcope ; » & encore plus parce que l'angle du pinceau des rayons qui vient d'un » point d'un petit objet, doit être auſſi grand qu'il eſt poſſible, afin que » cet objet ſoit aſſez lumineux, & qu'un concave réfléchit les rayons avec » autant de netteté & ſous un plus grand angle du pinceau que la lentille ; » mais dans le teleſcope les angles de ces pinceaux ne ſont pas aſſez grands » pour paſſer les limites où un oculaire peut les briſer aſſez diſtinctement » & c'eſt pour cela que dans ces inſtruments je fais tomber ſur l'oculaire » toute la force pour groſſir. Dans les microſcopes je voudrois auſſi laiſſer » à l'oculaire autant de force qu'il ſeroit poſſible pour groſſir & en don- » ner l'excès au concave. » Puiſque le but de ce double microſcope eſt de groſſir les petits objets plus qu'avec les autres, il remplit ſa deſtination quoiqu'il ne ſoit que pour les objets tranſparents, parce que les petites parties des objets ſont toutes tranſparentes, comme *Newton* & d'autres l'ont obſervé.

76. Si l'on imagine que TQ croiſſe juſques à ſurpaſſer excellement TF, notre microſcope deviendra le teleſcope de Mr. *Caſſegrain* dont la force pour groſſir eſt comme m TC à xt. Fig. 49.

77. Car la grandeur apparente eſt à la véritable comme l'angle efa eſt à PFQ ou pEq, ou en raiſon compoſée de ex à ex & de ex à pq ou pEq, c'eſt à dire, de ex à xt [art. 60] & de Eq à xq, ou, à cauſe que les rectangles ſeront les mêmes, de Eq à xt & de ex à xq ou ex à xc ou m à 1. Ce qui donne la raiſon de m. Eq à xt, ou lorſque l'objet eſt fort éloigné, de m. FT à xt.

78. Ici les aberrations naiſſantes du foyer intermédiaire q, deviennent égales entr'elles, ſi l'on fait xx CT $= n^2 (mm-1)^2$ [prop. 2]. Car le nombre n étant donné à l'infini, donne [$nn-1$] $= 1$. De là je conclus que le miroir ar interceptera moins de lumiere à AC, lorſque $mm>3$, & par conſequent lorſque la demi-ouverture ar eſt à AC, c'eſt-à-

dire qr à qC ou TC comme 27 à 32 [*Rem.* 8], dont la raiſon doublée 729 à 1024 fait voir qu'il y aura preſque les trois quarts de la lumière incidente interceptée, ce qui rend impoſſible l'image parfaite en x. Mais quoiqu'on ne puiſſe pas employer un convexe ac d'une ſphère auſſi grande qu'il eſt neceſſaire à ce deſſein ; (car $cr = \frac{1}{3}$ CT) cependant un petit convexe, tout le reſte étant égal, eſt preferable à un concave de la même grandeur, parce que l'imperfection de l'image x ne réſulte que de la différence des aberrations de q dans le premier cas, & de leur ſomme dans le ſecond.

79. Ainſi en rendant le convexe ac exactement ſphérique, & en inclinant le concave AC vers la figure parabolique [art 804], on diminuera les aberrations dans l'image ϖx Car lorſque les deux miroirs ſont ſphériques, il eſt aiſé de conclure [*prop.* 2.] que l'aberration $qR : qr :: CT : (\frac{mm-1}{mm})^2 \cdot cr$ à fort peu près ; & puiſque pour gagner de la lumière on eſt obligé de rendre cr plus petit qu'il ne ſeroit ſi $qR = qr$, il s'enſuit que qR eſt plus grand que qr, & que par conſéquent on doit le diminuer par la methode propoſée.

80. La perfection admirable qu'on a donné depuis peu au téleſcope de *Gregori*, même au-delà de ce que ſa théorie ſembloit promettre, me détermine à l'examiner de plus près & à calculer des tables de ſes dimenſions & d'y joindre celui de *Caſſegrain* pour tâcher de les perfectionner encore plus l'un & l'autre

LEMME I.

81. L'ouverture du plus grand miroir étant donnée, ſi l'aire du petit eſt preciſément auſſi grande qu'il le faut pour recevoir tous le rayons du principal pinceau, & que le trou du plus grand ne ſoit pas plus grand que cette aire, la clarté de la dernière image ſera auſſi grande qu'il eſt poſſible à ſon centre, mais elle ira en diminuant à l'exterieur, quoique fort lentement, & peut-être imperceptiblement dans les téleſcopes qui groſſiſſent beaucoup

Fig. 448, 449. 82. Soit F le foyer & TC ſa diſtance au grand miroir ABCBA, CA ſa demi-ouverture, CB le demi-diamètre du trou dans le ſommet, par où la dernière image ϖx d'un objet éloigné PQ doit venir du petit miroir ae. Soient les rayons les plus exterieurs QA, QA qui viennent paralleles à l'axe eC & qui après la première réflexion tendant au foyer T, tombent ſur le petit miroir en a & a L'aire dont la largeur eſt aea ſera préciſément auſſi grande qu'il le faut pour recevoir tous les rayons du principal pinceau, & pour les réfléchir en x, centre de la dernière image

83. Ou ſi le petit miroir étoit plus étroit que aa, quelques rayons de ce pinceau, après leur première reflexion paſſeroient à côté & ſe perdroient ; & s'il etoit plus large, il intercepteroit un plus grand nombre de rayons incidents, qui ſeroient auſſi perdus.

84. Quant à la largeur BB du trou du grand miroir, s'il etoit plus grand que aa, quelques-uns des rayons incidents les plus intérieurs du principal pinceau s'y perdroient, & s'il étoit moindre que aa, ſon ombre étant un peu plus grande, il ne tomberoit pas plus de rayons du pinceau principal ſur l'anneau environnant dont la largeur eſt AB que ſi BB étoit auſſi

grand que aa. Le point x où tous ces rayons sont réfléchis est donc aussi clair qu'il est possible, lorsque la largeur aa est précisément aussi grande qu'il le faut pour recevoir le principal pinceau & que BB n'est pas plus grand que aa.

85. La demi-largeur ST de la première image du demi objet P Q est terminée par la ligne PFS menée du centre E du plus grand miroir AC (art. 215) & de même la demi largeur ox de la dernière image est terminée par la ligne S o menée du centre o du petit miroir ac (art. 215).

86. Or pour déterminer la raison des quantités de lumière en o & x, soit le cercle AGAG la section de la sphère du grand miroir, coupée par un plan qui passe par la circonférence de son ouverture AA, & $Bg\,B\,g$ une autre section de la même sphère par la circonférence du trou BB & soit K le centre commun des sections. Prenez dans le rayon KA, KF = ST = $\frac{1}{2}$ de la demi-largeur ST, & du centre F avec le demi-diamètre FD = KA, décrivez le cercle DGHG. Prenez encore sur KF, Kf = ST = $\frac{1}{2}$ de la demi-largeur ST, & du centre f avec le demi-diamètre fb = KB, décrivez le cercle $bgig$. Je dis que la clarté x pour o sera à celle de o, comme la différence annulaire des cercles AGAG, $B\,g\,B\,g$, est au même anneau diminué des espaces lunaires AGDGA, $B\,g\,b\,g\,B$ dont les plus grandes largeurs sont AD, Bb.

87. Car menant & prolongeant les lignes oN, oS, l'une tombera en D, un dedans de l'ouverture AA & l'autre en H autant en dehors à fort peu-près, parce que les angles S o I, S o I sont à fort peu-près égaux. Donc si l'on aggrandissoit le miroir AA & que l'une de ses sections circulaires de la largeur DH à fort peu-près = AA, fût remplie des rayons qui viennent de P parallèles à PFS, ces rayons après leur première réflexion rempliroient presque fermement toute l'aire aca du petit miroir, comme auparavant, & en seroient réfléchis vers o, qui seroit alors aussi clair que x. Mais les rayons qui tombent sur la partie lunaire AGHGA en dehors de l'ouverture donnée AA, manquent en o pendant que x a ceux du pinceau principal qui tombent sur la lunule égale AGDGA. Or les figures semblables AD x, S T x (art. 208) donnent AD : ST :: (Aa : aT) : C : CT, donc KF par la construction est = AD & par conséquent le centre F du cercle DGHG a été bien déterminé.

88. De plus le petit cercle $bgig$ répond à l'ombre du petit miroir aca, laquelle tombe sur la section du grand par des rayons qui viennent de P parallèles à I S. Car le rayon oblique ab étant parallèle à I S & la ligne aB à PT, l'angle Bab = SPI. Donc les triangles semblables Bab, SPI donneront, Bb : ST :: Ba : IF :: C : CI, donc par la construction K = B, & par conséquent le centre f de cette ombre a été bien déterminé. Mais x a tous les rayons qui tombent sur la partie lunaire $Bg\,b\,g\,B$ de o en perd une égale quantité interceptée par cette partie. Donc la proportion de leur clarté est ainsi.

89. Parce que si l'on diminue l'angle PFO ou SFT, les images S T, ox & les largeurs AD, Bb de ces aires lunaires diminueront, de sorte que la clarté de o augmente à l'égard de x & diffère moins de celle de x, à mesure que l'angle PFQ est plus petit, c'est-à-dire, à mesure que le télescope grossit davantage.

90. Car la force pour grossir se mesure par la raison des angles $o'x$, PEQ, dont le premier doit être à fort peu-près le même dans tous les

teleſcopes, étant limité par la largeur de l'oculaire, laquelle doit avoir une certaine raiſon donnée avec la diſtance de ſon foyer Car alors l'angle de réfraction à ſes extrêmités ſera d'une grandeur donnee, & par conſequent l'extrêmite de l'aire viſible paroîtra avec un degre donné de diſtinction. Et c'eſt là la raiſon, pour le dire en paſſant, qui eſt cauſe que plus un teleſcope groſſit, moins il découvre d'objets à la fois.

91 *Coral.* 1 Donc l'eſpace lunaire AGDGA eſt égal au rectangle AD×AA, à fort peu-près, lorſque AD eſt petit. Menez le demi-diamètre KL perpendiculaire à AKA, lequel coupe l'arc DG en M, & FN qui coupe l'arc AGA en O, enſuite des quarts de cercle AKL, DFN, ôtez l'aire commune DKM, vous aurez l'eſpace ADML = MNFK & ajoutant à tous les deux l'eſpace LMG, vous aurez l'eſpace demi-lunaire ADGA = KLGNF = KL KF ou KA AD à fort peu-ptes, lorſque AD eſt petit. On doit dire la même choſe de l'eſpace lunaire qui point le trou B & B*f*

92. *Coral* 2 De là on conclut aiſement que le cercle AGAG eſt à la partie lunaire AGDGA, comme le quart de circonference AL eſt à AD à fort peu-près.

93 *Coral* 3 Si le petit miroir eſt convexe & que le trou dans le grand lui ſoit égal, la derniere image ſera auſſi égale au trou, mais elle ne pourra pas le ſurpaſſer ſans ſouffrir une plus grande diminution de ſa clarté vers ſes extrêmités Car le rayon le plus extérieur PD ſera réflechi par les lignes D*a*, *a**, parce que tous les rayons qui viennent de P appartiennent aux points S, * & ſi *ca* = CB = **c*, la ligne *a*B* ſera parallele à l'axe *c*C. Mais ſi *x ſurpaſſe CB, le rayon le plus extérieur comme *a** ſera arrêté par le miroir en B.

94 *Coral* 4. Si le petit miroir eſt concave & que le trou dans le grand lui ſoit égal, la derniere image pourra être plus grande que le trou, mais non pas de beaucoup, à moins qu'elle ne ſoit pouſſée beaucoup au delà du trou, ce qui augmenteroit la longueur du teleſcope car le rayon le plus extérieur PA ſeroit réfléchi par les lignes AS*b*, *b**; & *cb* étant moindre que *ca* ou CB, le rayon *b** a aſſez de place pour s'écarter un peu de l'axe *c*C.

LEMME II.

95. Le trou du grand miroir etant égal au petit miroir comme ci-devant, ſi l'on augmente ce miroir d'une petite zone dont la largeur ſoit à la moitié de la premiere image, comme la diſtance entre les miroirs eſt à la diſtance du foyer du grand, la derniere image aura une clarté uniforme; mais cette clarte ſera un peu moindre que celle du centre n'etoit auparavant, par la perte de la lumière interceptée par cette zone.

Fig. 448, 449. 96 Car ayant mene les lignes AS, AS, l'arc *aa a* en coupera l'une en *b* & s'il eſt prolongé il coupera l'autre en *d*, alors les rayons qui viennent de P ſur l'arc AA, qui appartiennent à S après leur premiere réflexion, tomberont tous ſur l'arc *bca* & en ſeront réfléchis en * Si l'on fait tourner l'arc *cad* autour de l'axe *c*T, le miroir *aca* ſera augmenté d'une zone qui aura la largeur *aa* & il recevra tous les rayons qui viennent d'un objet circulaire décrit par PQ autour du même axe QC. Mais les

figures ſemblables A*ad*, ATS, donnent, *ad* TS : [A*a*-AT ::] C*c*.CT.

97. Un cercle *bme* décrit du centre K & avec le demi-diamètre K*b* égal au ſinus de l'arc *cd*, eſt maintenant égal à l'ombre du petit miroir qui tombe ſur le grand par le principal pinceau, & lorſqu'elle tombe par le pinceau collatéral venant de P, ſon bord *m* touche le bord du trou BB. Car B*b* eſt à fort peu près égal à *ad*, parce que les angles B*mb*, QAP, *a*D*d* ſont égaux, auſſi bien que les diſtances B*m*, *a*A à fort peu près. Donc chaque point de la dernière image eſt également privée d'autant de rayons qu'il y en a d'interceptés par le petit miroir & par conſéquent elle eſt uniformément éclairée. Mais chaque point eſt moins brillant que ne l'étoit le centre *x*, avant l'addition de cette zone, par la déduction d'autant de rayons qu'il y en a d'interceptes par la zone.

98. *Coroll.* 1 Donc la première clarté du centre *x* eſt à la dernière, comme $CA^2 - ca^2$ eſt à $CA^2 - ca^2$, c'eſt-à-dire, comme les différences des quarrés des ſinus de ces arcs.

99. *Coroll* 2 Si le petit miroir *dad* eſt convexe & que le demi-diamètre de la dernière image *ex* ne ſoit pas moindre que *ca* ou que le premier trou CB, quelques-uns des rayons les plus extérieurs du pinceau le plus oblique étant maintenant reflechis de *ad* ſeront arrêtés en B

100. *Coroll.* 3. Mais ſi le petit miroir *dad* eſt concave, la dernière image *ex* peut continuer d'être égale au trou BC ou même plus grande, parce que le même rayon *be* eſt toujours le plus extérieur du pinceau le plus oblique, les nouveaux rayons reflechis de *ad* en *e* étant ici en-dedans de ce pinceau.

101. *Coroll.* 4. Si l'on fait la largeur du trou égale à la largeur augmentée *dd* du petit miroir, ſoit qu'il ſoit concave ou convexe, la dernière image quoique moindre que ce trou ſera un peu plus brillante dans ſon centre; parce que les rayons des pinceaux obliques qui tombent ſur les parties lunaires du trou, dont on a parlé ci-devant, s'y perdront. Mais cette perte eſt preſque inſenſible, en comparaiſon de ce qui a été perdu auparavant par les grands eſpaces lunaires AGDGA.

LEMME III.

102. Au lieu d'un oculaire ſimple appliqué à ces téleſcopes, en ſubſtituer deux, qui ſans altérer la grandeur apparente des objets augmentent un peu l'aire viſible.

103 Suppoſant que la diſtance du foyer *lx* de l'oculaire ſimple *lk* ſoit donnée, ſi vers les miroirs on prend $lm = 2lx$ & $ln = \frac{2}{3} lm$, & qu'au lieu du verre *lk*, on y place deux autres convexes en *m* & *n* dont les diſtances aux foyers ſoient *lm* & *ln* reſpectivement, le téleſcope groſſira préciſement autant qu'auparavant, mais l'aire viſible ſera un peu plus diſtincte & plus exempte de couleurs à ſes extrémités, & par conſéquent on pourra l'aggrandir un peu ſi elle étoit auparavant aſſez diſtincte. Fig. 450.

104. Car en diviſant également *mn* en *q*, nous avons *qn* = *nl* par la conſtruction; & prenant *mf* = *ml*, nous avons $x_f - x_n$ & $x_m : x_q :: 3 : 1$ Donc les rayons du pinceau principal, qui par reflexion tendent vers *x*, ſeront rom-

par à travers le verre m en q [art. 139] & paſſant dans le verre n, ils en ſortiront par des lignes paralleles, comme l'exige la viſion diſtincte.

105. Donc par le verre m l'image ox ſera réduite à pq, terminée en p par la ligne cmp. Donc joignant po, nous aurons un triangle mpo ſemblable & ſemblablement poſé à mvx, & par conſéquent po parallele à vx. Donc l'œil étant dans un point quelconque o, l'objet lui paroîtra à travers les verres m, n, ſous un angle égal à pmq ou vmx, c'eſt-à-dire, de la même grandeur qu'auparavant avec le ſeul verre l.

106. En diminuant également ab en ef, l'œil en e verra l'aire la plus grande d'un ſeul coup. Car ce pinceau de rayons réfléchis du plus grand miroir au plus petit, occupe preſque toute la largeur ab, & par conſéquent un rayon de chacun réfléchi de ſon point moyen eſt à fort peu près le rayon moyen de chaque pinceau, par conſéquent l'œil reçoit tous ces rayons moyens, lorſqu'il eſt placé à leurs foyers après les réfractions par les deux verres, & ce foyer ſe trouvera aiſément. Mais ſuppoſant que ag ſoit le rayon du pinceau oblique qui tombe ſur le verre n par une ligne parallele à ſon axe, il tendra après la réfraction vers l principal foyer de ce verre, puiſque à ce que ce contraint le verre n, il en ſortira par une ligne kr parallele à gn & dirigera également n en e. & puiſque tous les rayons de ce pinceau ſortent parallèles à kr & exactement près de celui-ci, nous pouvons prendre le point e pour la place de l'œil, ou plutôt d'un petit trou dans une plaque mince dont il ſera parlé dans la ſuite.

107. Suppoſant maintenant qu'on ôte les verres m, n, le même rayon parallele ag tomberoit ſur le ſeul oculaire kl en k & ſeroit rompu par la ligne kr parallele à el, à laquelle tout le reſte de ce pinceau ſeroit auſſi parallele.

108. Mais la viſion produite par les mêmes rayons eſt plus diſtincte au premier œil en e qu'à celui en l, parce que les raiſons des diſtances des foyers aux ouvertures reſpectives des verres m, n, c'eſt-à-dire de lm à mg & ln à nk ſont doubles de celle de la diſtance du foyer à l'ouverture du verre l, c'eſt-à-dire de li ou ik, à ie.

109. On pourra encore augmenter la diſtinction en faiſant les verres m, n plan-convexes & plaçant leurs côtés plans vers l'œil, enſorte que leurs ſecondes réfractions des rayons dans l'air, qui contribuent beaucoup plus à la production des couleurs que les premières, ſeront moindres qu'elles n'auroient été dans une poſition contraire des verres. Car dans l'expérience ordinaire du priſme, ſi on le tourne autour de ſon axe du côté qui fait ſortir les rayons plus obliquement de la ſeconde ſurface réfractive, l'image colorée du Soleil ſur la muraille devient bientôt plus longue d'un pouce ou deux ou d'avantage & ſi on le tourne de l'autre côté, enſorte que les rayons tombent plus obliquement ſur la premiere ſurface, l'image deviendra bientôt un ou deux pouces plus courte, ce que la théorie explique aiſément (*Voyez la Pièce de Optique de* Newton). On peut varier les proportions & les places des verres m, n, mais avec peu de différence dans leur effet.

110. *Cor.* 1. Soit le rayon le plus extérieur agq du pinceau principal, qui coupe les verres m, n, en g & q, puiſque $qo = go$, nous avons $ei = (mi : mo) \frac{ko}{kr}\, ef$. Or on voit aiſément que ei eſt le demi-diamètre du

petit

petit trou qu'il faut percer en *s*, par lequel le pinceau principal & tous les autres, qui ont originairement la même largeur ou baſe ſur le miroir *a s a* doivent paſſer exactement & que par conſequent tous les rayons étrangers qui paſſent par la circonference du miroir *a c a*, conſidérés comme appartenant à des pinceaux d'une baſe plus grande que *a s a*, tomberont en dehors de ce trou & que la platine les empêchera d'arriver à l'œil. Mais pour recevoir tous les rayons des pinceaux qui tombent un peu divergents ſur l'œil, ſur-tout dans ceux qui ont la vue courte, il faut un peu aggrandir le trou en *s*, mais très peu.

111. *Coroll.* 2. En plaçant le centre d'un plus grand trou en *q*, dont le demi-diamètre ſoit *p q*, la platine qui l'environnera interceptera quelques rayons étrangers, qui ſeront réfléchis par les bords imparfaits du miroir; & en bornant la dernière image, on limitera l'aire viſible & l'angle de viſion juſques au point de grandeur que les verres pourront permettre, ſans faire paroître trop de couleurs aux extrêmités.

112. *Coroll.* 3. On peut donc dans un téleſcope donné trouver le demi-angle de viſion *p n q* (de gros en gros) en meſurant le diamètre du trou qui borne l'image en *q*, & la diſtance entre les verres *m*, *n*, dont la moitié eſt *q n*, ou plutôt en prenant la diſtance du foyer *q n* de la lentille *n* par le moyen des rayons du ſoleil. Car $\frac{p-q}{q\,n}$ eſt la tangente de l'angle *p n q* ſous le rayon 1. Mais cet angle peut ſe trouver plus exactement par le tems du paſſage d'un aſtre dans le téleſcope, lorſqu'on l'a fixé.

113. *Coroll.* 4. Par là on a auſſi le lieu *l* & la diſtance *l x* du foyer d'un oculaire ſimple qui groſſit préciſement autant que les deux *m*, *n*. Car *n x* étant = *n c* eſt donné en meſurant *n c*, & *x l* : *x n* :: *q n* : *q p*, c'eſt-à-dire, comme le rayon à la tangente de la moitié de l'angle de viſion trouvé ci-devant, & *m l* = 2 *x l* par la conſtruction. Mais on peut trouver cet oculaire ſimple plus exactement par la force du téleſcope.

114. *Coroll.* 5. Nous avons auſſi par-là *T x* la diſtance de l'image *n x* au foyer du miroir objectif, en meſurant TC & C*m*, parce que *T x* = TC + C*m* + *m x*.

LEMME IV.

115. Dans un téleſcope donné de *Gregori* ou de *Caſſegrain*, trouver l'angle d'aberration?

116. Soit *d* la diſtance du foyer CT de l'objectif, *r* le ſinus AS de ſa demi-ouverture AC, *e* la diſtance du foyer de l'oculaire ſimple *f*, *n*. 1 la raiſon de *T x* à TC, *r*. 1 celle de *e χ* à *e* Γ; ſuppoſant enſuite que le rayon le plus extérieur QA *q s r χ* qui vient parallele à l'axe, le coupe en *q* & *r*, & la derniere image *n x* en *x*, & que *a* ſoit la tangente de l'angle requis d'aberration *x l x*, nous avons dans le téleſcope de *Gregori*, $a = \frac{r^3}{8dde}\left(1+n-\frac{n}{r\,r}\right)$ & dans celui de *Caſſegrain*, $a = \frac{r^3}{8dde}\left(1-n+\frac{n}{r\,r}\right)$. Fig. 451, 452.

117. Car puiſque *T q* & *χ r* ſont les aberrations ſucceſſives du rayon le plus extérieur par rapport au premier & ſecond foyers *T*, *χ* des rayons les plus intérieurs, ſi l'on prend *k* pour le foyer conjugué de *q* des autres rayons réfléchis par les points les plus intérieurs du petit miroir *a c*, nous avons Fig. 452.

$rk : re :: re : rq$ (art. 207.) & auſſi $rx \ . \ re :: re \ . \ rT$ (*Eucl. l. 6. 14*) & par conſéquent $rk \cdot rx :: rT \ . \ rq$, & en diviſant $rk \cdot kx :: rT \ . \ Tq$, & par raiſon alterne, $kx \cdot Tq :: (rk : rT :: rx : rT$ (art. 204) $:: rx^2 \ . \ re^2 ::) \ rr \ . \ 1$, parce que $rx \cdot re :: re \ . \ rT :: (rx + re$ ou $ex \ . \ re + rT$ ou $eT :) \ r : 1$ par la conſtruction. Donc $kx = rr \ Tq$.

118. Soit un rayon xA qui vienne parallele à l'axe, & que rn ſoit ſon aberration du foyer r ; puiſque kr eſt l'aberration du rayon qAr par rapport au foyer k, nous aurons $kr \ . \ rn :: (r-1)^2 \ . \ 1$ (*Rem.* 17) parce que nous avons $rx \ . \ re$ ou $re :: r : 1$, & en diviſant $ex \ . \ er :: r-1 \ . \ 1$. Donc $kr = (r-1)^2 \ rn$.

119. Donc puiſque kr & er ſinus verſe de eA, vont de différents côtés de k & e (*Rem.* 10), dans le téleſcope de *Gregori*, nous avons toute l'aberration $xr = kx + kr = rr \ . \ Tq + (r-1)^2 \ . \ rn$.

120. Dans la conſtruction on a fait $Tx : TC$ ou $d :: n : 1$. Donc $Tx = nd$. On a auſſi fait $ex : eT :: r : 1$, & en diviſant $Tx : eT :: r-1 : 1$; donc $eT = \frac{nd}{r-1}$ & $ex = \frac{ndr}{r-1}$, & les figures ſemblables qAe, qAC (art. 204) donnent $Ae : AC$ ou $1 :: (eq : Cq ::) \ Te : CT :: \frac{nd}{r-1} : d$, donc $Ae = \frac{n}{r-1}$. Nous avons auſſi $re : eT :: r : r+1$; donc $re = \frac{r}{r+1} \cdot eT = \frac{ndr}{r^2-1, r+1}$.

121. Mais l'aberration $Tq = \frac{CA^2}{2CT}$ (*Rem.* 17) puiſque $\frac{1}{2}SC = \frac{CA^2}{2CT} = \frac{n}{2d}$ & de même $rn = (\frac{eA^2}{2ex} = \frac{nnrr}{(r-1)^2} \cdot \frac{\overline{r-1}}{2ndr} \cdot \overline{\frac{r+1}{r-1}} =) \ \frac{nrr}{2dr} \cdot \frac{r+1}{r-1}$. Donc l'aberration en longueur $xr = (rr \ . \ Tq + (r-1)^2 \ . \ rn = \frac{n}{2d} \ rr + \frac{nrr}{2dr} \cdot \overline{r-1} =) \ \frac{n}{2d} \cdot (rr + nr - \frac{n}{r})$.

122. Enfin les figures ſemblables nxr, eAr, donnent, $nx \cdot nr :: (eA : er :: eA : rx$ (art. 204), c'eſt-à-dire, $:) \ \frac{nr}{r-1} \cdot \frac{ndr}{r-1} : 1 : dr$; donc l'aberration latérale $nx = (\frac{s}{dr} \cdot nr =) \ \frac{s^2}{2dd} \cdot \overline{r + n - \frac{n}{rr}}$ & $A = (\frac{nx}{nd} =) \ \frac{s^2}{2d^3} \overline{(r + n - \frac{n}{rr})}$. C. Q. F. T.

Fig. 45. 123. En reprenant le calcul pour une autre figure, & changeant un ou deux ſignes, on verra que dans le téleſcope de *Caſſegrain*, $A = \frac{s^2}{2dd} (r - n + \frac{n}{rr})$. Car ici $nr = kn - kr$, parce que le ſinus verſe er, & par conſéquent l'aberration kr [*Rem.* 10] ſe meuvent des côtés oppoſés de e & k. C. Q. F. T.

124. *Corol.* Pour la force de groſſir du téleſcope, ſuppoſons-la de m à 1, nous aurons $m = \frac{rd}{e}$ [*Rem.* 76.]. Ce qui donne dans celui de *Gregori*, $A = \frac{ms^2}{2d} (1 + \frac{n}{r} - \frac{n}{r^2})$, & dans celui de *Caſſegrain*, $A = \frac{ms^2}{2d} (1 - \frac{n}{r} + \frac{n}{r^2})$.

PROBLEME.

Faire un téleſcope de la façon de Gregori *ou de* Caſſegrain, *lequel ayant une longueur donnée, ait un angle donné de viſion & repréſente les objets avec un degré donné de clarté & de diſtinction, & qui groſſiſſe autant que ces conditions peuvent le permettre?*

125. Les expreſſions algébriques des degrés donnés de clarté & de diſtinction apparente peuvent ſe tirer d'un téleſcope donné de la façon de *Newton* ou plutot de l'un des deux formes precedentes. Dans le téleſcope donné ſoit A la demi-largeur du grand miroir, B celle du petit, c'eſt-à-dire la demi-largeur du plan ovale ſi l'on choiſit le téleſcope de *Newton*, & M à 1 la raiſon de ſa force pour groſſir. Soit $b = \frac{\overline{A+B}.\overline{A-B}}{MM}$, ce qui étant comme la clarté apparente du téleſcope donné (art. 348) peut ſe conſerver dans le téleſcope requis, ou bien être augmenté ou diminué en même raiſon que ce degré donné de clarté apparente doit être augmenté ou diminué. Dans le téleſcope requis ſoit a la tangente donnée de l'angle propoſé d'aberration, ſous le rayon 1, laquelle peut de même être la même & par conſéquent la diſtinction ſera la même que dans le téleſcope donné ou différente à diſcretion; & ſoit v la tangente de la moitié de l'angle propoſé de viſion; d la diſtance du foyer CT du grand miroir ABC, x le lieu donné de la dernière image formée par le moindre miroir ac, & n 1 la raiſon donnée de Tx à TC. Fig. 448, 449.

126. 1er. *Cas.* Dans le téleſcope de *Gregori* ayant calculé un nombre $c = \frac{64n^4}{bv^4}\frac{aa}{dd}$, on cherchera la plus grande racine poſitive r de cette équation $rr\,(r+n-\frac{n}{rr})^3.(r-1)^4 - c\,(1+\frac{n}{r-1}).(1-\frac{n}{r-1}) = 0$, & prenant dans CT prolongée $Tc = \frac{nd}{r-1}$, & en reculant $cs = \frac{r}{r+1}Tc$, le point c ſera le ſommet, & s le foyer principal du petit miroir concave ac. La demi-ouverture du grand concave ſera $d\sqrt{\frac{8na}{v(r-1).(r+n-\frac{n}{rr})}} = CA$, & celle du petit ſera $\frac{n}{r-1} \times CA = ca = CB = ax$, & la diſtance du foyer de l'oculaire ſera $\frac{1}{v}.ax = xl$. Ce téleſcope groſſira en raiſon de rd à xl. Fig. 448.

127. 2e. *Cas.* Dans le téleſcope de *Caſſegrain*, ayant calculé le nombre $c = \frac{64n^4}{bv^4}\frac{aa}{dd}$, on cherchera la plus grande racine poſitive r de l'équation ſuivante, $rr\,(r-n+\frac{n}{rr})^3.(r+1)^4 - c\,(1+\frac{n}{r-1}).(1-\frac{n}{r+1}) = 0$, & prenant dans TC, $Tc = \frac{nd}{r+1}$, & en reculant $cs = \frac{r}{r-1}.Tc$, le point c ſera le ſommet, & s le foyer principal du miroir convexe ca. La demi- Fig. 449.

ouverture du miroir concave ſera $d\sqrt{\frac{8na}{r(r+1).(r-n+\frac{n}{rr})}} = CA$,

& celle du convexe ſera $\frac{n}{r-1} \times CA = ca = CB = ox$, & la diſtance du foyer de l'oculaire ſera $\frac{1}{r}.ox = xl$. Ce téleſcope groſſira en raiſon de rd à xl.

Fig. 449. 128. 1er. *Cas.* Car puiſque $1 : n :: TC$ ou $d . Tx$, nous avons $Tx = nd$; on a auſſi tx, tc, tT en proportion continue dans une raiſon inconnue que je ſuppoſe de r à 1, donc $cx : cT :: r . 1$ [*Euclid. l. 5. 12.*], & en diviſant $Tx : Tc :: r - 1 . 1$; donc $Tc = \frac{nd}{r-1}$. De plus, puiſque $tc : tT :: r : 1$, on aura en compoſant, $tc . Tt :: r : r+1$, Donc $tc = \frac{r}{r+1} . Tt$.

129. Si l'on demande la demi-ouverture $CA = t$, les figures ſemblables (art. 204) $ac T$, ACT formées par la réflexion du rayon le plus extérieur ATa du pinceau principal, donneront $ac . cT$ [$AC . CT$] $:: d$, donc $ac = \frac{nt}{r-1}$. Otant cette ouverture de la demi-ouverture du grand miroir, ou la demi-ouverture CB du trou qui lui eſt égal, le centre de l'aire viſible ſera le plus clair qu'il eſt poſſible [*Rem.* 81], & la quantité de lumière dans ce centre ſera comme $\overline{AC^2 - ac^2} = (\overline{AC + ac} \times \overline{AC - ac} = (t + \frac{nt}{r-1}).(t - \frac{nt}{r-1}) = 1 + \frac{n}{r-1} . 1 - \frac{n}{r-1} . tt$.

130. Suppoſons $xl = e$, & $m . 1$ la grandeur apparente à la vraie, c'eſt-à-dire, en raiſon compoſée de TC à xl & de tx à tc [*Rem.* 76]; ainſi nous aurons $m . 1 :: r . d : 1 . e$, donc $m = \frac{rd}{e}$.

131. Mais la clarté apparente du centre de l'aire viſible, eſt comme $\frac{AC^2 - ac^2}{m\,m}$ [art. 348] $= [1 + \frac{n}{r-1}] . [1 - \frac{n}{r-1}] . \frac{eett}{rrdd}$ Car la regle ici citée, n'étant bornée à aucune grandeur fixe de l'aire viſible, a lieu pour le centre conſidéré comme une aire reduite à un point phyſique. Faiſant donc cette valeur de la clarté apparente égale à b, comme on l'a ſuppoſée, nous aurons $b = [1 + \frac{n}{r-1}] . [1 - \frac{n}{r-1}] . \frac{eett}{rrdd}$. Ce que j'appelle la premiere équation.

132. Faiſons pour abréger, $t = r + n - \frac{n}{rr}$, nous aurons la tangente de l'angle propoſé d'aberration, $a = \frac{e't}{8dde}$ [*Rem.* 116], notre ſeconde équation.

133. Par les quantités données, nous avons $ox . xl$ ou $e . v . 1$, donc $ox = ve$. Mais puiſque nous prenons la demi-largeur CB du trou $= ca$, nous pouvons choiſir pour l'image ox toute grandeur qui ne ſurpaſſe pas beaucoup CB [*Rem.* 94] Car l'angle olx étant égal à l'angle donné de viſion, & les largeurs des oculaires ſemblables étant comme leurs diſ-

tances aux foyers, les réfractions des rayons qui viennent de e sur le bord de ces verres seront aussi semblables & égales, & par conséquent la confusion & les couleurs vers le bord de l'aire visible seront à fort peu près les mêmes quelle grandeur que l'on prenne pour l'image ex, nous pouvons donc faire $ex = ea$, c'est-à-dire, $ev = \frac{ns}{r-1}$, qui est notre troisième équation.

134. De là suit, $s = \frac{ns}{v(r-1)}$ & $ee = \frac{nnss}{vv(r-1)^2}$, & ces valeurs étant substituées dans la première & seconde équations, donnent $b = [1 + \frac{n}{r-1}] \times [1 - \frac{n}{r-1}] \times \frac{nns^4}{ddvvrr(r-1)^4}$ & $s = \frac{vv}{ndd}\sqrt{r-1}$; donc $vv = \frac{1}{r}\sqrt{r-1}$, & $s^4 = \frac{64\,aa\,nn\,d^4}{vvv(r-1)^2}$; donc $b = [1 + \frac{n}{r-1}]\ [1 - \frac{n}{r-1}] \cdot \frac{64\,n^4\,dd\,aa}{v^4\,rrr(r-1)^4}$. Enfin remettant $r + n - \frac{n}{rr}$ à la place de r, & faisant $z = \frac{64\,n^4\,dd\,aa}{bv^4}$, nous aurons $rr(r+n-\frac{n}{rr})^4 \cdot (r-1)^4 = z\,(1 + \frac{n}{r-1}) \cdot (1 - \frac{n}{r-1})$. Il faut prendre la plus grande racine positive de cette équation pour grossir davantage [*Rem.* 130], & cette racine étant trouvée, la solution est évidente. C. Q. F. T.

135. 2e. *Cas.* En reprenant l'analyse du premier cas par rapport à l'autre figure, les changements analogues paroîtront si clairs qu'il est inutile de les répéter. C. Q. F. T.

136. J'ai remarqué ci-devant que dans cette solution l'aire visible ne doit avoir le degré proposé de clarté que dans son centre seulement. Mais sa diminution à la circonference étant calculée par les corollaires des Lemmes, se trouve si petite que je n'y vois aucun inconvenient. J'y trouve au contraire quelques petits avantages. 1°. Le telescope peut grossir un peu plus qu'il ne feroit si la Zone dont on a parlé (*Rem.* 95) étoit ajoutée à l'aire du petit miroir, parce qu'il y reste plus de lumière. 2° Cette zone interceptoit un anneau des rayons les plus intérieurs qui sont reflechis le plus exactement vers chaque partie de l'image; & nous avons à la place cette figure lunaire (*Rem.* 95, 96), des rayons exterieurs qui sont reflechis le moins exactement & seulement aux parties extérieures de la dernière image. 3° Les parties intérieures de l'image, étant plus distinctes que le reste, peuvent supporter, & par conséquent reçoivent une plus forte lumiere que les parties moins distinctes & delavées des extrémités, & elles ne peuvent être nuisibles que dans une lumière trop forte.

137. Tel est le résultat de la théorie, mais dans la pratique il faut faire quelque petite addition à la largeur ea de ce petit miroir, à cause de la difficulté qu'on trouve à le placer & à le mouvoir le long de l'axe du telescope, enforte qu'il reçoive tous les rayons reflechis, dont aucun ne pourroit passer par le petit miroir, comme ayant été beaucoup condensés par leur première reflexion. Mais il ne faut rien ajouter à la largeur du grand miroir.

138. En multipliant les facteurs dans l'equation ci-devant trouvée, & rangeant les termes du produit selon l'ordre des dimensions de r, il en résultera une équation complète de douze dimensions, dont la résolution seroit si

pénible par les regles communes, que j'ai pris le parti de la réſoudre en cette manière. L'équation du premier cas étant miſe ſous cette forme $\frac{rr(r+n-\frac{n}{rr})^4.(r-1)^4.}{c(1-\frac{nn}{(r-1)^2.})} = 1$, je rejette d'abord les petites fractions $\frac{n}{rr}$ & $\frac{nn}{(r-1)^2.}$, & je cherche la racine de cette équation plus ſimple $\frac{rr(r+n)^4.(r-1)^4.}{c} = 1$, en cette manière.

139. Ayant pris le logarithme du dénominateur c, j'en prends d'abord 1 pour le logarithme de r, & je m'en ſers pour calculer le logarithme du numérateur $rr(r+n)^4.(r-1)^4.$ Enſuite je prends la différence des logarithmes du numérateur & du denominateur, & ſi le premier ſurpaſſe le ſecond, je ſoustrais $\frac{1}{4}$ de cette différence du log de r, ſi c'eſt le ſecond qui excéde, j'ajoute ce $\frac{1}{4}$. Avec ce logarithme corrigé de r, je répéte la même operation deux ou trois fois, juſques à ce que je trouve un logarithme du numerateur qui s'accorde avec le logarithme du denominateur dans 3 ou 4 figures, ſans y comprendre la caractéristique, alors le logarithme corrigé de r me donne 3 ou 4 figures de la racine de cette dernière équation, & cette racine ſera la plus grande de toutes, ſi étant augmentée un peu, elle augmente conſidérablement la valeur du numérateur. Ce qui ſera communément aſſez évident, en examinant leurs variations dans les diverſes opérations.

140. Enfin avec la valeur de r ainſi trouvée, je calcule les logarithmes du numérateur & du dénominateur de l'équation primitive $\frac{rr(r+n-\frac{n}{rr})^4.(r-1)^4}{c(1+\frac{n}{r-1})(1-\frac{n}{r-1})} = 1$ & par $\frac{1}{4}$ de leur différence, je corrige le logarithme de r comme ci-devant, lequel après deux ou trois opérations me donne la racine r aſſez exacte. Un peu d'attention fera ſentir aiſément la raiſon de cette methode, dont le ſuccès dépend ſur tout de la grandeur de c & de la petiteſſe de n.

141. Pour donner quelques exemples de ce Problême, j'ai tiré de Mr. *Short* d'*Edimbourg* les dimenſions ſuivantes du meilleur de ſes téleſcopes de *Gregori*, pour ſervir de modèle au calcul des autres de toutes longueurs données.

	pouces
La diſtance du foyer du grand miroir.	9 , 6
Sa largeur ou ouverture.	2 , 3
Diſtance du foyer du petit miroir.	1 , 5
Sa largeur.	0 , 6
Largeur du trou dans le grand miroir.	0 , 5
Diſtance du petit miroir à l'oculaire le plus proche.	14 , 2
Diſtance entre les deux oculaires.	2 , 4
Diſtance du foyer de l'oculaire auprès des miroirs.	3 , 8
Diſtance du foyer de l'oculaire auprès de l'œil.	1 , 1

142. On a trouvé par expérience que ce téleſcope groſſiſſoit 60 fois en diamètre (*Rem. 3. ſur le chapitre 7.*) & par le tems du paſſage des étoiles par

faire viſible, qu'il formoit un angle de 19 minutes à l'œil, & que par conſéquent l'angle de viſion groſſi étoit 60 x 19′ = 19 degrés.

143. Avant que de pouvoir calculer les dimenſions des autres téleſcopes, il faut commencer par réduire celui-ci à la forme propoſée dans le problême, en trouvant un oculaire ſimple avec lequel il groſſiſſe preciſément autant qu'avec les deux oculaires donnés & en calculant l'ouverture mathématique aa du petit miroir, comme étant remplie par le pinceau principal, dont la largeur doit être tant ſoit peu moindre que celle de ce miroir. Delà on pourra tirer les logarithmes des nombres b, a, v, n dont on a parlé ci-devant, que l'on conſervera ſans aucun changement [excepté n] dans tous les autres téleſcopes de la table ſuivante.

144. Premierement donc, nous avons $mq = mn - nq = 1.3$, d'où ſuit [*Rem.* 103, &c.] $mx = \frac{mq \cdot mf}{mf - mq} = 1.9760$, & $cx = cm + mx = 16.1760$, & $tx = cx - ct = 14.6760$. Prenant maintenant la raiſon de $r : 1$ pour celle des quantités en proportion continue tx, tc, tT, nous avons $r = \frac{rc}{ct} = 9.7840$, $tT = \frac{tc}{r} = 0.15331$, $Tx = tx - tT = 14.5227$ & $n = \frac{Tx}{TC} = 1.51278$ dont le logarithme eſt 0.17977. 58. Fig. 450.

145. 1°. Nous avons $cT = ct + tT = 1.6533$ & $ca = \frac{cT}{TC} \cdot CA = 0.19805 = CB = ax$ ſelon la ſolution du problême, & puiſque $M = 60$, nous avons $xl = \frac{rCT}{M}$ [*Rem.* 130] $= 1.5654$, donc Log. $v = L. \frac{ax}{xl} = 1.10213\ 36$, & par conſéquent 9. 10213. 36 eſt le logarithme de la tangente de 7° 11′. 40″. Tel eſt le demi-angle de viſion dans le téleſcope réduit à la forme propoſée dans le problême, & nous devons le conſerver dans tous les autres téleſcopes de la table ſuivante, pour l'élever enſuite à 9° 30′ par les deux oculaires comme dans celui de Mr *Short*

146. 3°. Nous avons le logarith. de $a = L. \frac{CA^2}{8CT \cdot xl} \cdot [r + \frac{n}{rr}]$ [*Rem.* 116], $= 1.17217\ 14$, & par conſéquent 8. 17217. 14 eſt le logarithme de la tangente de 51′ 5″, lequel angle d'aberration étant deux ou trois fois plus grand que celui des téleſcopes de *Newton*, donneroit un degré de confuſion inſoutenable, ſi on ne le diminuoit pas en corrigeant la figure ſphérique du grand miroir en l'approchant de la figure parabolique, ce que Mr. *Short* fait conſtamment.

147. 4°. Nous avons le log. de $b = L. \frac{\overline{CA + ca} \cdot \overline{CA - ca}}{MM} = 4.55201\ 77.$

148. Sur ces quantités données, ſelon les ſolutions du 1ᵉʳ. & 2ᵈ. cas, j'ai calculé les tables ſuivantes, où j'ai auſſi inſeré les meſures du téleſcope donné & ajouté la valeur de la racine r pour chaque téleſcope afin de ſatisfaire ceux qui voudront examiner mes calculs.

Table des dimenſions & de la force de quelques teleſcopes ſelon la méthode de Gregori.

Fig. 448.

CT	Cχ	Tc	cf	CA	cA = CB	χ I.	Force pour groſſir	r
5. 61	1. 984	1. 151	1. 106	0. 775	0. 153	1. 223	89. 69	3. 5589
9. 60	4. 913	2. 655	1. 1	1. 15	0. 198	1. 564	60.	9. 7840
15. 50	7 946	2. 341	2. 148	1. 650	0. 330	1. 571	36. 46	11 0090
16.	4.	3. 784	3. 433	3. 332	0. 334	1. 161	165. 02	11. 7403
60.	6	5. 391	5. 021	4. 605	0. 414	3. 271	142. 94	13 1410

Table des dimenſions & de la force de quelques teleſcopes ſelon la méthode de Caſſegrain.

Fig. 449.

CT	Cχ	Tc	cf	CA	cA = CB	χ I	Force pour groſſir	r
15. 1	7. 944	1. 991	2. 196	1. 769	0. 217	1. 797	91. 81	19. 7740
15. 1	4.	1. 706	1. 974	1. 761	0. 201	2. 581	92. 65	9. 477
16.	4.	3. 453	3. 369	3. 186	0. 197	2. 347	173. 28	11. 1968
60.	6.	3. 786	3. 721	3. 604	0. 181	1 028	113. 44	11 7913

149. J'ai fait ces calculs pour les diſtances des foyers 5 65 & 15. 5 pouces qui conviennent aux moules de Mr *Short*, qui m'a dit que les teleſcopes conſtruits avec ces moules font à fort peu près l'effet que donne ce calcul. Je ne ſçai pas quelles expériences on a faites avec ceux de la méthode de Mr *Caſſegrain*. Mais il paroit par les tables, qu'ils ont quelque avantage ſur ceux de *Gregor* [au moins pour les uſages aſtronomiques où le renverſement de l'objet n'eſt d'aucune conſideration] étant plus courts de la double diſtance du foyer du petit miroir & groſſiſſant cependant plus que les autres. Les deux calculs pour le téleſcope de 15 ½ pouces ſont fondés ſur les différentes longueurs de Cχ, & font voir que la force pour groſſir en eſt à peine ſenſiblement altérée par là. La longueur du tuyau de l'oculaire, étant embarraſſante pour les hautes obſervations, ne doit pas par conſequent être plus grande qu'il n'eſt neceſſaire pour contenir les oculaires, à moins que, comme le penſe Mr *Short*, elle ne contribue à defendre les oculaires de la lumière étrangère qui paſſe à côté du petit miroir dans le trou du grand miroir, c'eſt auſſi pour cela qu'il aime mieux faire ce miroir un peu plus large que le trou. Mais on peut ſe raſſurer ſur ce point, ſi l'on fait attention à la grandeur & à la place du petit trou qui eſt auprès de l'œil.

Fig. 450. 150. Les tables ſuivantes donnent les poſitions & les diſtances des foyers *mf*, *ng* des deux oculaires *m*, *n*, avec la place & le demi-diamètre *pq* du trou de la platine qui limite l'aire viſible, & l'angle de viſion groſſi juſques à 19 degrés, comme dans le téleſcope de Mr. *Short*.

Pour

Pour les Teleſcopes de Gregori.

CT		Cm		mn		ml		nq		no		pq	
5.	65	1.	764	1.	631	1.	446	0.	815	0.	408	0.	136
9.	6	3.	358	2.	087	3.	130	1.	043	0.	521	0.	174
15.	5	5.	975	3.	631	5.	946	1.	315	0.	658	0.	220
36.		11.	439	5.	415	5.	122	1.	707	0.	854	0.	286
60.		21.	783	4.	289	6.	434	2	144	1.	072	0.	359

Pour les Téleſcopes de Caſſegrain.

CT		Cm		mn		ml		nq		no		pq	
13.	5	6.	15.	2.	396	5.	594	1.	198	0.	598	0.	200
15.	5	1	415	2.	213	3.	170	1.	057	0.	528	0.	177
36.		11.	653	3.	019	4.	694	1.	365	0.	782	0.	261
60.		21.	971	4.	017	6.	056	2	019	1.	010	0.	338

151. La largeur du trou en o dans la platine proche de l'œil doit être $\frac{1}{11}$ de pouce dans les teleſcopes de *Gregori*, & $\frac{1}{12}$ dans ceux de *Caſſegrain*.

152. Un téleſcope de 60 pouces ſelon la méthode de *Newton*, pouſſé à une perfection auſſi grande que l'exige le modèle de Mr. *Hauksbée*, doit groſſir 313 fois, & par conſéquent il ſurpaſſe celui de Mr. *Caſſegrain* de la même longueur en raiſon de 6 à 5 à fort peu près, & il eſt plus commode pour les hautes obſervations.

153. Si, ſelon le Lemme 2, nous voulions avoir l'aire viſible uniformément brillante, il faudroit ajouter à la demi-largeur ac du petit miroir de *Gregori*, la quantité $ad = \frac{dr}{m}\left(1 + \frac{n}{r-1}\right)$ qui eſt à peine 0. 022 d'un pouce, lorſque $d = 5$ 65 pouces, & qui n'eſt que 0. 034, lorſque $d = 60$ pouces. A celui de *Caſſegrain*, il faudroit ajouter $ad = \frac{dv}{m}\left[1 - \frac{n}{r+1}\right]$, qui n'eſt que 0. 032 d'un pouce, lorſque $d = 60$ pouces. Ces petites additions changent à peine ſenſiblement la clarté apparente, & nullement la diſtinction apparente.

154. Voici la raiſon de cette regle. Dans l'analyſe du Problême, nous avons $m = \frac{rd}{e}$ & $\ast x = ev = \frac{rdv}{m}$, & par les triangles ſemblables STe, $\ast ex$, nous avons $ST . \ast x :: Te : ex :: 1 : r$, donc $ST = \frac{dv}{m}$, & par les triangles ſemblables adA, STA, nous avons $ad . ST :: CT + Te : CT :: d + \frac{nd}{r-1} . d :: 1 + \frac{n}{r-1} . 1$, donc $ad = \frac{dv}{m}\left[1 + \frac{n}{r-1}\right]$ dans le Téleſcope de *Gregori*. Mais dans celui de *Caſſegrain*, ad $ST :: CT - Te : CT :: d - \frac{nd}{r+1} . d :: 1 - \frac{n}{r+1} . 1$, donc $ad = \frac{dv}{m}\left[1 - \frac{n}{r+1}\right.$. Fig. 44[illegible]. Fig. 44[illegible].

155. Si d, s, m, v & n ſont toutes données, on peut trouver les autres dimenſions du Téleſcope de *Gregori*, en prenant $r = 1 + \sqrt{n + \frac{nms}{dv}}$, $Tc = \frac{nd}{r-1}$, $ct = \frac{r}{r-1}$. Tc, $xl = \frac{rd}{m}$, $cd = CB = ox = v \cdot xl$. Car en faiſant $ox = cd = ca + ad$, c'eſt-à-dire, $\frac{rdv}{m} = \frac{ns}{r-1} + \frac{dv}{m}\left[1 + \frac{n}{r-1}\right]$, & par réduction algébrique la valeur de r viendra comme ci-devant.

156. Ces théorêmes, en ſubſtituant à r, ſa valeur, & faiſant $n = r$, reviennent à ceux de Mr. *Hadley* qui a donné quelques tables fort utiles des dimenſions des téleſcopes de *Gregori* de longueurs différentes de celles de mes tables [*voyez Appendix aux Eléments d'Oprique de* Gregori, *publiés par le Dr.* Deſaguliers *page* 186].

COURS COMPLET D'OPTIQUE.

LIVRE III.

TRAITÉ MÉCHANIQUE.

CHAPITRE PREMIER,

Manière de tailler & de polir les Verres pour les Téleſcopes, extraite de Mr. Hughens *& d'autres Auteurs, par Mr.* Samuel Molyneux, *Ecuyer.*

Avertiſſement.

CET Auteur ingénieux, dans la vue d'étendre les limites de l'Aſtronomie, en perfectionnant la méthode de faire des téleſcopes de réfraction & de réflexion, n'a pas ſeulement ramaſſé & examiné tout ce qui a été écrit & pratiqué par les autres, mais il a fait lui-même pluſieurs expériences de ſon invention, après s'être procuré la collection la plus complete de toutes ſortes d'inſtruments propres à cet uſage. Lorſqu'il étoit le plus occupé de cet objet, il fut nommé Lord Commiſſaire de l'Amirauté; ce qui le plongea tellement dans les affaires publiques, qu'il n'eut plus le loiſir de pouſſer plus loin ſes recherches ſur cette matière. C'eſt alors qu'il me remit les papiers ſuivants, & qu'il voulut bien m'inviter à faire uſage de ſa maiſon

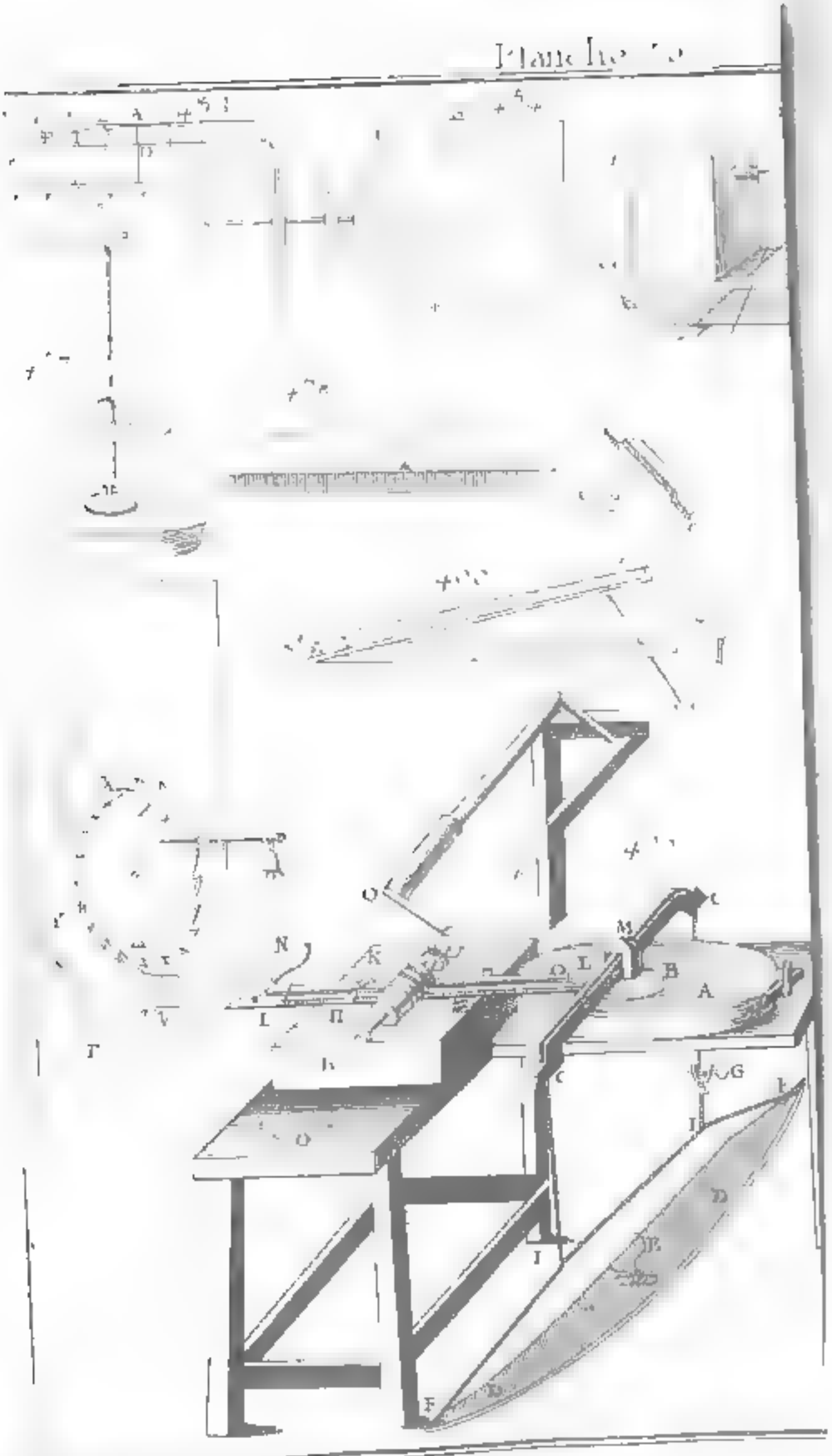
& de ſa collection d'inſtruments pour achever ce qu'il avoit laiſſé imparfait. Mais il mourut bientôt après, & je perdis ainſi cette occaſion favorable, & le meilleur de mes amis. N'ayant donc rien vu ſur la méthode de tailler les verres, je n'oſe pas m'avanturer d'ajouter rien de moi-même à cette matière; mais j'ai tiré de Mr *Hughens*, ce que notre reſpectable Auteur a laiſſé imparfait. Et comme le traité de Mr. *Hughens* eſt le meilleur de ceux qui ont paru juſqu'ici, j'ai été attentif à ne rien omettre de ce qu'il contient d'eſſentiel. Si je n'en ai pas bien pris le ſens en certains endroits, on doit me le pardonner en faiſant réflexion à la difficulté du ſujet, & voyant que c'eſt ici un traité poſthume traduit en latin par une autre main. Pour diſtinguer les écrits de Mr *Molyneux* de ce que j'ai traduit de Mr. *Hughens*, j'ai mis leurs noms à la marge au commencement de chaque article.

§. I.

Manière de faire & de polir les Baſſins:

Proportions dans les objectifs.

742. Il eſt plus-aiſé de faire un objectif de convexités égales que de toute autre figure, parce que le même moule ſert à tailler ſes deux ſurfaces; & qu'un verre de cette figure, forme dans ſon foyer une image auſſi parfaite que tout autre; à cauſe que les aberrations des rayons produites par la ſphéricité des figures de ces ſurfaces, quelle que ſoit la proportion de leurs demi-diamètres, eſt très-peu de choſe dans les grands téleſcopes, en comparaiſon des aberrations produites par la différente réfrangibilité des rayons (art. 340), & ces dernières aberrations ſont les mêmes, ſoit que les demi-diamètres des ſurfaces ſoient égaux ou inégaux, en ſuppoſant que l'ouverture & la diſtance du foyer ſoit la même (art. 678). Si l'on propoſe donc de faire un verre à convexités égales qui ait un foyer donné, on trouvera le rayon de la ſurface ſphérique, en le prenant à proportion de la diſtance donnée du foyer comme 12 à 11; ce qui eſt évident par l'art. 232, en ſuppoſant le ſinus d'incidence au ſinus de réfraction de l'air dans le verre comme 17 à 11, ainſi que *Newton* l'a déterminé exactement (*Opt. de Newt. p.* 86). La diſtance du foyer du verre étant donnée,


O
M
N
K
L
B
A
G
I
D
E

ſon ouverture eſt auſſi donnée par la table de l'art. 364 ; & parce que ſa figure ne ſçauroit ſe former exactement à ſes bords, on doit prendre la largeur du verre d'environ un demi-pouce plus grande que le diamètre de ſon ouverture, ou même 3 quarts de pouce, ou un pouce de plus, ſi la diſtance de ſon foyer eſt entre 50 & 200 pieds.

Proportions dans les baſſins.

743 Mr. *Hughens* donne pour regle générale de faire la largeur du moule concave ou du baſſin où l'on doit travailler un objectif au moins trois fois plus grande que celle du verre. Quoique dans un autre endroit il propoſe de tailler un verre de 200 pieds de foyer & 8 $\frac{1}{2}$ pouces de largeur dans un baſſin de 15 pouces de large ſeulement (*dioptr. p.* 280). Mais pour les oculaires & autres verres de moindres ſphéres, le baſſin doit être plus large à proportion de la largeur de ces verres, afin que le mouvement de la main ait tout l'eſpace néceſſaire pour les polir Mr. *Hughens* faiſoit ſes moules de cuivre ou de fonte & de peur qu'ils ne viennent à changer de figure en ſe plians, on ne ſçauroit les fondre trop épais, il a pourtant trouvé par expérience qu'un baſſin de 14 pouces de large & d'un demi-pouce d'épais, étoit aſſez fort pour y travailler des verres d'une ſphére de 36 pieds de diamètre ; ayant cimenté fortement ce baſſin ſur une pierre cylindrique d'un pouce d'épaiſſeur, avec un ciment très-dur compoſé de poix & de cendres.

Moules pour les baſſins.

744. Pour faire les moules propres à jetter en fonte les baſſins qui doivent être fort concaves, il veut qu'on les faſſe au tour un peu plus épais & plus larges que les baſſins mêmes Mais quant à ceux qui font partie d une ſphére de plus de 20 ou 30 pieds de diamètre, il dit qu'il ſuffit d'avoir des planches plates tournées circulairement de la largeur & de l'épaiſſeur requiſes. Lorſque les baſſins ſont fondus, il faut les mettre au tour & leur donner la concavité requiſe. Il faut pour cela faire un couple de gouges de bronze de la manière ſuivante.

Gouges pour les baſſins. M. *Molyneux*.

745 Prenez une barre de bois un peu plus longue que le rayon de la ſurface ſphérique du verre que vous voulez former, & frappez à ſes extrémités deux petites pointes d'acier à une diſtance l'une de l'autre égale au rayon de la ſphére propoſée. Suſpendez la barre par l'une de ces pointes à une muraille, de manière que cette pointe ſupérieure puiſſe ſe mouvoir circulaire-

ment dans un trou ou crapaudine de bronze ou de fer arrêtée fixe à la muraille. Prenez enſuite deux platines égales de bronze ou de cuivre bien battu & adouci, dont la longueur ſoit un peu plus grande que la largeur du baſſin de bronze fondu, & dont l'épaiſſeur ſoit d'environ un dixième ou un onzième d'un pouce, la largeur de deux ou trois pouces. Enſuite ayant arrêté ces platines par leur côté plat contre la muraille dans une poſition horizontale, décrivez ſur chacune avec la pointe mobile de la barre de bois un vrai arc de cercle. Limez enſuite le cercle exactement d'un côté ſelon l'arc de cercle tracé, de manière que vous rendiez l'un des bords du bronze convexe & l'autre, concave; & pour faire enſorte que ces arcs ſe correſpondent plus exactement; arrêtez à plat ſur une table l'une des platines, & travaillez l'autre contre celle là avec de l'émeri. Ce ſeront les gouges dont il faudra faire uſage pour donner exactement avec le tour, la figure ſphérique requiſe aux baſſins de bronze.

M. *Hughens.* Fig. 411

Mais ſi le rayon de la ſphére eſt trop grand, il faudra faire les gouges en cette manière. Soit la ligne AE tracée ſur la platine de bronze & tangente de l'arc requis AFB, dont le rayon eſt, par exemple, de 36 pieds & le diamètre 72. Du point A, coupez les parties AE, EE, &c. chacune d'un pouce, & continuez cette diviſion un peu au-delà de la demi-largeur du baſſin requis. Dites enſuite, comme 72 pieds ou 864 pouces ſont à un pouce, ainſi un pouce eſt à un quatrième nombre, qui ſera celui des parties décimales d'un pouce contenues dans la première ligne EF en comptant depuis A. Multipliez ce quatrième nombre ſucceſſivement par les nombres 4, 9, 16, 25, &c. qui ſont les quarrés de 2, 3, 4, 5, &c. & leurs divers produits ſeront les nombres des parties contenues dans la 2e, 3e, 4e, 5e, EF reſpectivement. Mais parce que ces nombres de parties ſont trop petits pour être pris ſur une échelle avec un compas, il faut les ſouſtraire chacun d'un pouce repréſenté par les lignes EG, & les reſtes étant pris ſur une échelle d'un pouce diviſé en parties décimales, & étant portés avec un compas de G en F, détermineront les points F, F, &c. de l'arc requis. Ayant fait la même choſe de l'autre côté de la ligne AD, on limera exactement la platine de bronze en ſuivant tous les points de cet arc, & on le polira comme ci-devant.

746. Pour appliquer au tour le baſſin de bronze & donner à ſa ſurface concave une figure exactement ſphérique, ſoit la figure 454 qui repréſente une partie du tour, vue d'un point directement au-deſſus ; & qu'ici *a b* repréſente un baſſin plat de bronze, épais au moins d'un demi pouce, avec une forte vis de fer ſolidement arrêtée à ſon centre, & exactement perpendiculaire à l'un de ſes côtés, par laquelle on l'arrêtera au bout *c* du mandrin ou aiſſieu du tour, repréſenté par *c d*. Ce baſſin plat eſt repréſenté ſéparément dans la figure 455, & il doit être bien ſoudé derrière le moule *e f*, qui par conſéquent doit être plan par derrière dans ſon milieu, & exactement parallele à la circonférence de ſon autre ſurface ; afin que cette circonférence puiſſe tourner circulairement ſur l'aiſſieu du tour dans un plan qui lui ſoit perpendiculaire. Le mandrin ou aiſſieu *c d* tourne ſur une pointe *d* dans la tête de la poupée du tour, & dans un collier repréſenté par *s s*, comme à l'ordinaire

Comment il faut appliquer au tour les baſſins de bronze.

M. Hughes.

Fig. 454 juſques à 456.

Soit *g h i k* une planche clouée fortement ſur la tête de l'autre poupée, & que la gouge concave *g h* ſoit placée ſur cette planche, de manière que ſon arc concave ſoit parallele à la concavité du moule *e f*, & qu'il ſoit arrêté ſur la planche avec des vis à tête perdue & noyée dans le bronze. *l m n o* repréſente une autre planche ſemblable au-deſſus de la première, avec la gouge convexe *l m* arrêtée à vis en-deſſous, de manière qu'en faiſant mouvoir cette planche ſupérieure, on puiſſe faire enſorte que la gouge convexe touche la concave & gliſſe contre elle. La piéce *p q* eſt attachée à cette planche mobile par une vis en *r*, dont la tête eſt fort large, pour pouvoir la tourner ou la retourner avec la main dans le beſoin. Pour ſçavoir ſi la gouge concave eſt exactement parallele à la concavité du baſſin *e f* fortement arrêté au mandrin, il faut diriger la pointe *p* de la piéce *p q*, de manière qu'elle touche un point du baſſin *e f* auprès de ſa circonférence. Enſuite ayant arrêté la piéce *p q* avec la vis *r*, on fera faire un demi-tour au baſſin de bronze *e f*, & l'on fera mouvoir circulairement la planche ſupérieure, de manière que la pointe *p* de cet outil ſoit vis-à-vis de la même marque ſur le baſſin *e f*, & ſi elle touche préciſément le même point qu'elle touchoit lorſque les gouges ſe confondoient enſemble, tout eſt bien. Si elle ne le touche pas, il faut changer un

peu la poſition de la tête du tour en la frappant avec un maillet. Mais le meilleur moyen eſt de faire cet examen de la ſituation de cette gouge concave, lorſqu'il n'y a que l'un de ſes bouts qui ſoit arrêté à la tête du tour par un ſimple clou ou par une vis, autour de laquelle il puiſſe ſe mouvoir aiſément pour prendre ſa vraie poſition : & pendant qu'on fait tourner le baſſin *e f*, il faut répéter ſouvent le même examen de ſon paralleliſme avec la gouge, autrement ſa ſurface prendroit une fauſſe figure Il eſt à propos que la planche ſupérieure *l m n o* deborde ſur les deux gouges, & afin que ſes deux ſurfaces ſoient maintenues paralleles à celles de la planche inférieure, il faut arrêter à la ſurface inférieure vers le côté oppoſé *n o*, deux clous à tête ronde ou une platine de cuivre auſſi épaiſſe que les gouges Il faut prendre garde que les trous que l'on percera dans les gouges pour les arrêter à vis aux deux planches, ne ſoient pas trop proches des arcs qu'on a polis, afin que leur figure ne ſoit pas altérée, & que le cuivre ne plie pas Le baſſin & toutes les parties du tour doivent être arrêtées très-ſolidement, parce que le moindre tremouſſement peut faire enfoncer inégalement l'outil *p q* dans le bronze. Après que le baſſin aura été bien tourné, on le ſéparera de la platine de derrière *a b* en faiſant fondre la ſoudure avec des charbons vifs & ardents.

On comprend aiſément qu'en tranſpoſant les gouges, on tournera de la même manière un baſſin convexe.

Autre manière de faire de grands baſſins. M. *Molyneux.*

747. Mr. *Hughens* vouloit que l'on formât d'abord les baſſins au tour, & qu'enſuite on les polît l'un contre l'autre avec l'émeri, c'eſt-à-dire, le baſſin concave dans le convexe de la même ſphére. Mais quant aux baſſins des grandes ſphéres, il vouloit que d'abord on les rendit parfaitement plans avec la meule dont on ſe ſert pour applanir le marbre, & qu'enſuite on les creuſât avec une pierre ronde & plate & avec l'émeri, juſques à ce qu'ils euſſent la forme de la gouge. Il veut qu'on employe pour cela d'abord une pierre de la largeur de la moitié du baſſin ; & enſuite une autre pierre à fort peu près auſſi large que le baſſin, & dans cette manière de former les baſſins, il eſt à propos d'attacher une petite bande de papier épais, ou plûtôt de carton fin, de la hauteur environ d'un pouce tout autour du baſſin, pour y contenir l'emeri ; & en le travaillant, il faut que le tout

ſoit

ſoit extrêmement ferme & inébranlable. Lorſqu'on veut polir le baſſin, il faut le laiſſer ſur ſon piedeſtal de pierre, autrement il ſeroit en danger de plier un peu dans l'opération.

748. Pour polir ces baſſins ainſi dégroſſis, *Mr. Hughens* prend un peu de ſavon & en enduit le baſſin concave; enſuite il prend la pierre ronde dont on vient de parler, un peu moindre que le baſſin (ou même l'autre baſſin convexe), & l'ayant fait chauffer, il verſe deſſus un peu de ciment fondu (qui eſt compoſé de poix & de cendres fines bien pulvériſées & criblées, autant que la poix en peut prendre). Enſuite il tourne la pierre & le ciment ſur le baſſin concave, ſur lequel il a auſſi verſé une bonne quantité du même ciment, ayant auparavant placé ſur ſa circonférence trois petites piéces de cuivre d'épaiſſeurs égales, pour contenir & preſſer cette croute de ciment, afin qu'elle ait exactement la même épaiſſeur dans toutes ſes parties; après quoi il laiſſe réfroidir le tout enſemble. Lorſque tout eſt froid, il ôte la pierre du baſſin & le tourne en haut, il crible ſur le ciment dont le baſſin eſt enduit, une croute d'émeri très-fin, & avec une ſpatule plate de fer d'environ un tiers de pouce d'épaiſſeur, qu'il a fait un peu chauffer, il preſſe légèrement l'émeri pour l'incruſter dans le ciment; enſuite il fait chauffer de nouveau légèrement toute la pierre (ou le baſſin convexe) le ciment & l'emeri, & il la place encore une fois ſur le baſſin concave, pour le laiſſer encore refroidir; de ſorte qu'il a par ce moyen une croute d'émeri qui a exactement la figure de ſon baſſin. Il polit avec cette croute le baſſin à ſec, ſans y ajouter aucune humidité, en la preſſant fortement ſur toute la ſurface du baſſin: & pour la preſſer plus fortement, il place en deſſus un long bâton un peu bandé en reſſort, & dont le bout ſupérieur eſt arrêté au plancher de la chambre ou même preſſé en bas par un bon reſſort de fer; & il dit qu'il eſt néceſſaire d'avoir deux perſonnes pour frotter la pierre ſur le baſſin. On doit bien prendre garde ici & dans tous les cas où l'on ſe ſert d'un bâton pour polir de cette manière, que le point de preſſion doit être placé très-exactement au milieu, comme on l'expliquera plus en détail dans la ſuite, lorſqu'il ſera queſtion de polir les verres dans ce baſſin.

Polir les baſſins par une incruſtation de poix & d'émeri.

Différentes ſortes de ciment.

749. Il eſt à remarquer que ce ciment & même tous les maſtics dont on ſe ſert pour attacher les verres ſe font de différentes manières par différentes perſonnes. Le P. *Cherubin* (*Dioptrique oculaire p.* 352), dit qu'on le fait ordinairement de poix noire & de cendre de ſarment tamiſée ; mais lui y mêloit de la réſine & de l'ocre ou de la réſine & du blanc d'Eſpagne ; en faiſant fondre d'abord la réſine & la mêlant avec une quantité ſuffiſante de cette poudre, & enſuite tamiſant ce mêlange ſur la poix fondue, mêlant & incorporant bien le tout Le maſtic de Mr. *Scarlet* eſt compoſé de poix commune & de cendres de charbons tamiſées bien fin. Dans tous ces cas il eſt plus dur ou plus mou ſelon qu'on y mêle plus ou moins de cendres ou d'autre poudre, & dans le cas préſent où il s'agit de polir les baſſins, il faut le faire auſſi dur qu'il ſera poſſible, en y mêlant autant de cendres qu'on pourra ; car autrement ſi le maſtic n'eſt pas aſſez dur, les particules de l'émeri ſe détacheront par la chaleur en poliſſant, & ne feront que rouler ſur le baſſin ſans pouvoir en détacher les parties inégales. Si l'émeri vient à s'émouſſer, on en répandra une fort petite quantité à ſec ſur le baſſin, ce qui lui rèndra ſa dureté & ſon action pour couper ; mais ſi le maſtic eſt aſſez dur au commencement, comme on l'a preſcrit, l'émeri reſtera toujours aſſez dur & tranchant.

Perfectionner le poli des baſſins avec la pierre bleue.

750 Pour donner au baſſin concave ſa plus grande perfection, & encore pour conſerver ſa véritable figure, il faut prendre des morceaux égaux, d'environ un pouce en quarré, de la pierre bleue à aiguiſer, dont ſe ſervent les graveurs pour polir leur cuivre, & en placer autant que l'on pourra par ordre, les uns d'un côté, les autres de l'autre ſur la ſurface du baſſin que l'on veut polir, en les liant enſemble & les arrêtant auſſi proches qu'il ſera poſſible avec du ſavon ou de l'empois ordinaire. Enſuite on remplira tous les interſtices entre ces morceaux de pierres avec du ſable bien pur & bien ſec à deux tiers environ de leur épaiſſeur On entourera le baſſin d'une bande de papier ou de carton, & l'on ſecouera doucement le tout afin que le ſable puiſſe ſe diſtribuer également par-tout. On lui donnera même une profondeur égale avec des ſoufflets Après cela on aura un maſtic bien dur que l'on fera chauffer extrêmement pour le verſer ſur ces pierres, & ayant bien lavé le baſſin de pierre

(ou l'autre baſſin convexe) qu'on avoit auparavant incruſté de poix & d'émeri, on le chauffera pour le placer ſur le maſtic & on laiſſera refroidir le tout. Alors on travaillera le baſſin avec ce poliſſoir de pierres bleues, en appliquant la longue perche au haut de la pierre comme ci-devant, & l'on verra que le baſſin eſt dans ſa perfection, lorſque l'ayant netoyé, & le regardant obliquement contre la lumière, on trouvera qu'il eſt par-tout également fort & brillant dans toutes ſes parties. Si vous voulez vous ſervir encore de ce poliſſoir, il faut le garder dans un cellier bien frais en faiſant tourner les pierres en deſſus; autrement elles changeroient de ſituation en été dans le ciment, même par leur propre poids.

751. On doit remarquer ici que cette méthode de travailler les baſſins avec une incruſtation d'émeri & de maſtic bien dur, faite ſur la convexité d'un baſſin, auſſi bien que la méthode de le polir par les pierres bleues arrêtées dans un maſtic dur, eſt probablement auſſi bonne pour travailler & polir le métal de réflexion d'un téleſcope. Mais je crois que dans ce cas il vaut mieux ne pas ſe ſervir de la perche à reſſort, mais ſeulement d'une perche qui tourne ſur un point au-deſſus, & qui ſoit à fort peu près égale en longueur au rayon de la ſphére propoſée.

On s'en ſert auſſi pour polir le métal objectif d'un téleſcope.

§. II.

Du choix des Verres.

752. La meilleure eſpèce de verres eſt communément d'une couleur tirant ſur le jaune, le rouge ou le verd, lorſqu'on le regarde contre la lumière du jour ou qu'on place le verre ſur une feuille de papier blanc. Celui qui eſt parfaitement blanc, tranſmet à la vérité beaucoup plus de lumière, mais il eſt communément plein de veines, & il eſt ſouvent expoſé à s'humecter dans l'air, ce qui avec le tems détruit ſon poli. Dans ce pays-ci les meilleurs verres ſont les fragments des miroirs rompus. Mais depuis quelque tems j'ai trouvé de fort bons verres dans une verrerie, en me ſervant de la même matière qu'on y employe à faire des verres à boire; car j'ai trouvé que c'étoit la meilleure lorſqu'elle avoit reſté deux ou trois jours immobile les jours de fête. J'y ai fait faire pour mon uſage des morceaux de glace, de

Différentes ſortes de verre. M. *Hughens.*

la même manière que l'on fait les glaces de miroir ; c'eſt-à-dire ; en coupant le haut & le bas du globe que les verriers ſouffient & en les applatiſſant ſur le fourneau. J'ai fait polir ces morceaux qui avoient environ un pouce & demi ou trois quarts d'épaiſſeur, ſur la meule à aiguiſer & à polir le marbre, faiſant enſorte qu'ils fuſſent par tout d'une épaiſſeur égale.

Comment on découvre les veines du verre.

753 Pour découvrir les veines du verre, il faut le regarder très-obliquement contre une petite lumière introduite dans une chambre obſcure. C'eſt ainſi qu'on examine les fragments des miroirs. Mais parce qu'il eſt rare qu'ils ſoient aſſez épais pour en faire des objectifs, il faut prendre quelques morceaux de la même eſpèce de verre avant qu'ils ſoient polis, & les faire travailler & polir par ceux qui poliſſent les miroirs pour leur donner une épaiſſeur égale par-tout, & pour choiſir les morceaux les plus propres à notre uſage. On voit ſouvent de petites veines dans le verre, qui reſſemblent à des cheveux ou à des filtres fins, & qui rarement ſont nuiſibles. J'ai pluſieurs verres de cette eſpèce qui ſont très-bons. Souvent on ne peut pas découvrir les défauts des verres par la méthode précédente, mais après que le verre a été bien formé & poli, on les trouve par réflexion en cette manière. Placez dans une chambre obſcure le verre tout droit ſur une table, en tournant vers vous la ſurface qui vous eſt ſuſpecte ; enſuite tenant à la main une chandelle allumée, enſorte que le milieu de la lumière réfléchie par la première ſurface tombe ſur votre œil, vous vous éloignerez peu à peu du verre, juſques à ce que les rayons réfléchis par la ſurface poſtérieure commencent à renverſer la chandelle, alors tout le verre paroîtra couvert de lumière & vous en découvrirez les défauts, & les imperfections du poli.

Lorſque le verre eſt une portion d'une grande ſphére, on prend un petit téleſcope de 3 ou 4 pouces pour en groſſir les défauts.

§. III.

De la préparation des Verres avant que de les polir.

Arrondir les verres. M. Huygens.

754. Les morceaux de verre dont on a parlé, que l'on deſtine à être applanis avec une épaiſſeur égale & à être un peu polis

par ceux qui font les verres de lunette, doivent être beaucoup plus larges que l'objectif propoſé, afin que l'on puiſſe choiſir la meilleure partie du verre. Pour applanir & adoucir ces grands morceaux de verre, j'engageois les ouvriers à ſe ſervir de platines de fer fondu, telles qu'on les trouve dans les boutiques des marchands de fer, après les avoir bien applanies & travaillées dans la meule de ceux qui poliſſent le marbre Décrivez enſuite avec un compas armé d'une pointe de diamant, ſur le verre, une circonférence égale à celle de l'objectif, & une autre concentrique, dont le rayon ſoit environ la dixième ou la douzième partie d'un pouce plus grand. Décrivez auſſi deux autres cercles ſemblables de l'autre côté du verre, qui ſoient directement oppoſés aux premiers : ce que l'on peut faire par le moyen d'un verre circulaire dont nous parlerons bientôt On peut ſéparer du cercle extérieur les plus grandes parties du verre avec un fer rougi au feu, ou avec un étau à main fort large & ouvert exactement ſelon l'épaiſſeur du verre. Les autres inégalités qui reſtent, peuvent s'enlever avec une meule à aiguiſer, en commençant par les plus grandes & prenant garde que le verre ne ſe fende pas. Enſuite l'ayant fait chauffer, on le maſtiquera à une manivelle de bois & on le travaillera dans un baſſin commun aſſez profond pour les oculaires, en ſe ſervant de ſable blanc bien pur délayé dans l'eau, pour uſer la circonférence & la rendre égale au cercle intérieur de chaque côté.

755 Ayant enſuite fait une grande quantité de petites cavités, avec un poinçon ſur un côté d'une piéce ronde de cuivre, & en ayant arrêté l'autre côté ſur le milieu de la piéce ronde de verre, avec un maſtic compoſé de deux parties de colophone ou réſine & d'une partie de cire, on placera la pointe d'acier du bâton à reſſort décrit ci-devant de 14 ou 15 pieds de long, dans la cavité de cette piéce de cuivre la plus proche de la partie du verre la plus épaiſſe. On travaillera le verre par le moyen de ce bâton avec du ſable & de l'eau ſur une platine ronde de fer fondu, après l'avoir bien applanie avec du ſable & de l'eau ſur la machine des marbriers. Enſuite ayant examiné l'épaiſſeur du verre en différents points avec un étau à main, qui vaut mieux qu'un compas recourbé, & répétant la même opération, on

Leur donner une épaiſſeur égale.

réduira bientôt le verre à une épaiſſeur égale dans toutes ſes parties.

Vers la fin de cette opération, il eſt à propos d'y employer de l'émeri bien criblé, parce que le ſable fait des creux trop profonds, & alors il faut néceſſairement placer la pointe d'acier du bâton exactement ſur le centre de la ſurface inférieure du verre; autrement cette ſurface prendroit une figure cylindrique ou un peu convexe au lieu de devenir plane; quand même elle auroit été exactement plane avant que de commencer le travail. La raiſon de cela mérite d'être bien examinée. Et lorſqu'on veut polir des verres convexes, il eſt abſolument néceſſaire de placer le point de preſſion exactement au-deſſus du centre de la ſurface inférieure du verre.

Verre circulaire. 756. Ainſi pour placer l'une de ces petites cavités dans la platine de cuivre exactement au-deſſus de ce centre, on ſe ſert d'un verre circulaire que l'on tire d'une glace de miroir rompue, en ayant ôté l'argent vif. On décrit ſur cette glace, avec un compas à pointe de diamant, 8 ou 10 cercles concentriques éloignés les uns des autres d'environ un quart de pouce; de manière que les plus grands cercles ſoient un peu plus grands que la circonférence du verre que l'on veut polir. On place cette glace circulaire ſur la ſurface de ce verre, & on la fait mouvoir à droite & à gauche, juſques à ce que l'on s'apperçoive que la circonférence du verre eſt exactement parallele au cercle le plus voiſin de la glace circulaire. Enſuite ayant renverſé les deux verres, on place la glace circulaire ſur une table, & ayant mis un petit charbon ardent ſur la platine de cuivre, pour la rendre mobile ſur le maſtic, on placera une pointe d'un compas dans l'une des petites cavités, & l'on fera mouvoir le cuivre, de manière que la circonférence décrite par l'autre pointe ſe confonde exactement avec un cercle décrit ſur la glace circulaire; & alors tout eſt fait. On attache à la lame circulaire trois petits morceaux de linge, qui ſont dirigés vers le centre de la glace circulaire, afin que l'autre verre ne puiſſe pas gliſſer trop aiſément ſur cette glace, & afin qu'ils ne ſe nuiſent pas mutuellement.

L'objectif doit être exactement circulaire. 757. Les cavités gravées ſur la lame de cuivre, auſſi bien que la pointe du bâton doivent être triangulaires, pour empêcher la rotation du verre; ce qui eſt encore plus néceſſaire lorſqu'on

veut achever de polir le verre. Il faut encore prendre garde lorſque le verre eſt devenu plan, ſi ſa circonférence intérieure reſte exactement circulaire des deux côtés, c'eſt-à-dire, ſi tous ſes diamètres ſont égaux; ce que l'on peut éprouver avec un compas, mais ſi elle ne l'eſt pas, on doit la corriger en poliſſant de nouveau ſes bords dans un baſſin commun pour les oculaires; cette précaution contribue beaucoup à faire prendre au verre une figure ſphérique exacte, lorſqu'on le travaille dans ſon propre baſſin. Car s'il déborde en quelque endroit de ſa circonférence, les parties voiſines ne porteront pas autant qu'il le faudroit, & par conſéquent ſa ſurface n'aura pas la figure ſphérique exacte.

§ IV.

Du travail des Verres.

758. Le verre étant applani & arrondi comme ci-devant, l'on ôtera la platine avec ſes cavités, & avec une partie du même maſtic, on arrêtera ſur le verre une piéce ronde de cuivre ou plutôt d'acier, bien applanie & arrondie d'environ la grandeur d'un denier, mais plus épaiſſe; après avoir fait auparavant dans ſon centre avec un poinçon triangulaire d'acier, un trou d'environ la groſſeur d'une plume d'oye & d'environ une ligne de profondeur. Au fond de ce trou triangulaire, on percera un petit trou un peu plus profond avec une petite pointe d'acier très-fine. On placera exactement une petite pointe d'acier de la longueur d'environ un pouce dans ce trou triangulaire, & ſa pointe même dans le petit trou rond qui eſt plus profond. Il ne faut pourtant pas l'arrêter ſi exactement qu'elle n'ait la liberté de ſe mouvoir un peu à droite & à gauche, tandis que ſa pointe continuera toujours de toucher & de preſſer la ſurface du point rond en deſſous. Cette pointe d'acier triangulaire doit être arrêtée à l'extrêmité d'un bâton, dont l'autre bout porte une autre pointe ronde de fer d'environ cinq ou ſix pouces de long, afin qu'elle puiſſe jouer librement en montant & en deſcendant dans un trou rond d'une piéce de cuivre arrêtée dans une planche que l'on fixe contre le plancher perpendiculairement au-deſſus du banc où l'on travaille, & au-

M. Molyneux.

Fig. 417.

deſſus du centre du baſſin qui y doit être placé fortement & exactement dans une ſituation horizontale

759 On doit ici remarquer que Mr. *Hughens* veut que l'on attache au verre ſa platine de cuivre par le moyen du maſtic, & qu'il ne fait mention d'aucune autre méthode ; mais un peu d'expérience fait voir aiſément qu'il n'eſt gueres poſſible dans ce cas ou dans tout autre de donner au maſtic la fluidité requiſe pour lier enſemble deux ſurfaces planes exactement paralleles, ſans faire beaucoup chauffer le verre & même le cuivre, & ſans riſquer par conſéquent de changer conſidérablement la figure du verre. Pour éviter cet inconvénient, en arrêtant les verres au cuivre ou au bois ou à quelqu'autre choſe, quelques-uns ſe ſervent de ſtuc : Mr *Scarlet* cimente un autre verre intermédiaire au cuivre (ou au bois), & enſuite il arrête le verre qu'il veut travailler ſur la ſurface extérieure de celui-ci avec de la cole forte commune. Sans prendre cette peine, je l'ai fait ſeulement avec de la cole de poiſſon ordinaire, laquelle devient très-fluide & attache fortement le verre avec le cuivre même. J'environne tout le cuivre d'un peu de cire rouge à cacheter, pour empêcher que l'humidité ne ſe communique à la cole.

760. Pour rendre les verres exactement plans ſur un baſſin p'an par cette méthode, Mr. *Hughens* veut que ce bâton ait environ quinze pieds de longueur ; mais pour les travailler dans un baſſin concave, le bâton doit être égal au rayon de la ſphére du baſſin, quoique je ne crois pas qu'il y eut un grand inconvénient s'il étoit beaucoup plus court ſuivant la hauteur du plancher.

Il eſt à propos d'avoir un autre verre groſſier travaillé dans le même baſſin, pour s'en ſervir lorſqu'on change d'émeri. Ce verre fait que l'on s'apperçoit des particules d'émeri trop groſſiéres & capables de faire des ſillons dans le verre.

761. Tout cela étant préparé avec quelques pots d'émeri de differentes fineſſes, on prendra une demi-pincée du plus groſſier, que l'on detrempera dans l'eau en le répandant uniformément ſur le baſſin ; enſuite on y poſera le verre, & l'on arrêtera le bâton au-deſſus pour travailler ce verre pendant un quart d'heure ſans appuyer ſur le bâton, mais ſimplement en le promenant tout autour du baſſin. Prenez enſuite une pareille quan-

tité d'émeri plus fin, & travaillez votre verre avec cet émeri un autre quart d'heure. Prenez encore la même quantité d'émeri encore plus fin, & travaillez de même un quart d'heure. Prenez enfin une moindre quantité d'émeri le plus fin que vous ayez, qui ſuffira pour un verre de cinq pouces de diamètre, & travaillez avec cet émeri une heure & demie en ôtant peu à peu l'émeri avec une éponge mouillée Il ne faut pas que l'émeri ſoit trop humide ni trop ſec, mais qu'il ait la conſiſtance de la bouillie; tout dépend preſque de là. S'il eſt trop ſec, il s'embarraſſera, ſe roidira & s'incorporera de manière que la plus grande partie coupera peu, ou ne taillera point du tout, excepté en certains endroits où ce corps ſera rompu, & là il fera des ſillons, & il taillera votre verre d'une façon irrégulière, s'il eſt trop humide & trop détrempé, la ſéparation irrégulière de ſes parties le fera plus couper dans un endroit que dans l'autre, comme dans le premier cas.

762 Mais Mr. *Hughens* nous dit que cette méthode d'employer différentes ſortes d'émeri nouveau n'eſt pas bonne, & qu'il a trouvé par expérience que les ſurfaces des grands verres en ſont ſouvent ſillonées. Il dit donc qu'il vaut mieux prendre une grande quantité de la première ou ſeconde ſorte d'émeri, & travailler avec le même émeri depuis le commencement juſqu'à la fin, en ôtant peu à peu chaque demi-heure ou chaque quart d'heure avec une éponge mouillée une partie de l'émeri. Par ce moyen on peut adoucir extrêmement le verre & le rendre très-fin, de manière qu'on y verra diſtinctement une chandelle ou les chaſſis d'une fenêtre bien terminés, ce qui eſt une marque qu'il eſt aſſez travaillé pour être en état d'être bien poli Mais ſi le verre n'a pas acquis ce degré de tranſparence, il eſt certain, dit Mr *Hughens*, qu'on y a employé trop d'émeri; & que par conſéquent il le faut encore diminuer & continuer le travail. Il trouve que l'eau de puits eſt la meilleure pour ce travail, & qu'il faut mouvoir le verre circulairement, en prenant un pouce en delà du centre du baſſin & un peu au-delà de ſes bords, & que dans un verre de deux cents pieds dont le diamètre étoit de 8 pouces $\frac{1}{4}$, l'ayant travaillé dans un baſſin de 15 pouces de diamètre, la figure du baſſin s'altéroit notablement, ſi l'on ne portoit pas le verre un pouce au-delà du

centre en le faiſant circuler, & 3 pouces ½ au-delà des bords du baſſin ; mais lorſqu'on n'alloit que de l'épaiſſeur d'une paille au-delà des bords du baſſin, & de même au-delà du centre ; le verre étoit toujours faux, parce qu'on avoit trop pris dans ſes bords, de ſorte qu'on ne pouvoit jamais leur donner un poli parfait.

763. Lorſqu'on commence à tailler le verre & que l'émeri commence à s'adoucir, le verre s'attache un peu au baſſin & ſe roidit, il faut alors y ajouter un peu d'émeri. Lorſqu'il commence dans la ſuite à être poli, il faut beaucoup de force, ſi le verre eſt grand, pour le mouvoir ; mais cet inconvénient eſt moindre lorſqu'on polit avec le biton, que lorſqu'on le fait à la main. Car la chaleur de la main fait enfler la matière du verre, & non-ſeulement elle eſt cauſe que le verre s'attache plus fortement au baſſin, mais elle peut encore changer la figure du verre, & même du baſſin. Lorſqu'on le travaille avec le bâton, il ne s'attache pas trop fortement au baſſin, à moins qu'après l'en avoir tiré, on ne le garde pendant quelque tems avant que de le remettre ſur le baſſin, & ſur-tout dans les grands verres ; car par ce moyen, dit *Mr Hughens*, le verre prend dans l'air une plus grande chaleur que celle qu'il avoit ſur le baſſin, & y étant appliqué de nouveau, ſa ſurface inférieure eſt tout à coup reſſerrée par le froid du baſſin, & ainſi elle s'y attache. Il faut donc dans ce cas attendre que le verre & le baſſin ayent acquis la même température On obſerve le même effet en poliſſant les grands verres lorſqu'il y a du feu dans la chambre Peut-être que les qualités attractives du verre lorſqu'il eſt chaud, ſont la vraie cauſe de ces effets, mais quelle que ſoit cette cauſe, on peut s'appercevoir par là de la grande délicateſſe des grands verres que l'on polit, & combien il eſt néceſſaire de les travailler lentement, & avec les plus grandes précautions dans les moindres circonſtances.

764. La méthode décrite juſqu'ici de polir avec l'émeri eſt celle que Mr. *Hughens* recommande. Le P. *Cherubin* preſente une autre matière. C'eſt la pouſſière d'une forte meule à aiguiſer bien battue, bien criblée & réduite à une poudre très-fine. Ici, en *Angleterre*, Mr. *Cox* fait la même choſe avec du ſable blanc très-fin & bien lavé, en ôtant peu à peu cette pouſſière & ce

ſable à meſure qu'il devient toujours plus fin. Et même Mr. *Cox* étoit en uſage de continuer à travailler ſes verres juſques à ce que la matière du ſable devint ſi fine, & qu'il en reſtât ſi peu dans le baſſin, qu'il pouvoit, comme il l'a fait ſouvent, achever de polir ſes verres avec cette matière ſans en employer aucune autre. J'ai été moi-même préſent, lorſque Mr *Scarlet* travailloit & poliſſoit ou ſéchoit un verre de 16 pieds de cette manière. Ils appellent cela ſécher au ſable, parce qu'à meſure que la matière devient toujours plus fine, ils la mouillent moins; juſques à ce qu'au dernier quart d'heure (tout le travail durant près de deux heures) ils ne la mouillent qu'en ſoufflant deſſus, & qu'à la fin ils ne la mouillent du tout point.

765 Il paroît que cette méthode n'eſt plus en uſage: peut-être que le travail violent qu'elle exige l'a fait enfin abandonner La meilleure raiſon eſt peut-être qu'il n'eſt gueres probable qu'on puiſſe travailler ou polir exactement par cette méthode, à cauſe de la force incertaine & inégale de la main; & ſi c'eſt là la véritable raiſon qui l'a miſe hors d'uſage, j'ai lieu de croire qu'on y reviendra, en y ajoutant l'ancienne méthode de travailler & de polir, comme Mr. *Hughens*, avec un bâton & un reſſort pour le preſſer en bas, ou quelqu'autre invention analogue. Et rélativement au travail par toutes ces méthodes ou par quelqu'une des méthodes décrites juſqu'ici, on doit remarquer en général, que l'artiſte ne doit pas épargner le tems & la patience pour donner à ſon verre, en le travaillant, la ſurface la plus douce & la plus fine qu'il pourra lui donner, avant que d'entreprendre de le polir. Car c'eſt là uniquement ce qui prépare le verre à être parfaitement & aiſément poli: & plus on l'adoucit en le travaillant, moins on a de peine à le polir, & c'eſt en quoi conſiſte non-ſeulement la plus grande difficulté, mais le plus grand danger de perdre tout ſon travail.

§. V.

Donner aux Verres le dernier & le plus fin poli.

Fig. 418. M. Molyneux. 766. Après avoir tiré le verre de la petite platine de cuivre, il faut, dit Mr. *Hughens*, prendre une ardoiſe fort épaiſſe, ou plutôt un morceau de pierre bleue ou griſe pour en faire un baſſin, & l'arrondir à la meule, ſon diamètre doit être un peu moindre que celui du verre On y laiſſe un trou au milieu d'environ un pouce de diamètre. On fait enſuite un maſtic avec deux parties de réſine ou de colophone & une partie de cire, & ayant pris un morceau de drap groſſier d'une épaiſſeur égale & uniforme, on le coupera en rond, & on lui fera au milieu un trou ſemblable d'un pouce de diamètre On fera chauffer la pierre & le verre, & ayant répandu également ſur l'une & ſur l'autre un peu de ce maſtic fort mince, on placera le drap ſur la pierre, & le verre ſur le drap, laiſſant au milieu un eſpace de la largeur d'un denier ſans ciment, & cette partie du verre ſera noircie avec la flamme de la chandelle. Ayez encore une platine de fer ou d'acier creuſée coniquement (comme un chapeau pointu); que la baſe de ce cone ait un pouce de diamètre, & qu'elle ſoit entourée d'une bordure plate d'environ 2 ½ pouces de diamètre; la profondeur ou hauteur du cone doit être exactement de l'épaiſſeur de l'ardoiſe, du drap & du maſtic, où le verre eſt arrêté Le ſommet de ce cone doit entrer dans l'ardoiſe & le drap; de manière qu'étant cimenté ſur l'ardoiſe, il ne ſoit éloigné du verre que de l'épaiſſeur d'un cheveu, & qu'il réponde perpendiculairement au centre de la ſurface inférieure du verre; ce qui doit être ajuſté par le moyen du verre circulaire dont on a parlé ci-devant. En dedans de la pointe de ce cone creux, on applique la pointe inférieure du bâton deſtiné à polir; mais il eſt bon d'obſerver que peut-être la cole de poiſſon & une platine de cuivre, au lieu de celle d'ardoiſe, & avec les mêmes dimenſions, ſeroit plus utile. Mr. *Hughens* obſerve auſſi que l'angle du cone doit être de 70 ou 90 degrés, & que ſon ſommet creux doit être aſſez ſolide pour ſoutenir une petite impreſſion d'un poinçon rond d'acier pour y mettre la pointe du bâton,

qui autrement auroit trop de liberté, & s'échapperoit du ſommet du cone en gliſſant. On noircit le milieu du verre, pour pouvoir découvrir par le moyen de la chandelle réfléchie obliquement ſur le verre après qu'il a été poli quelque tems, s'il eſt parfaitement clair & exempt de l'apparence de toute couleur bleue ou cendrée.

767. Avant que de commencer à polir, il eſt à propos d'étendre ſur le baſſin un morceau de linge uni, bien travaillé, & d'y répandre un peu de tripoli bien fin. Enſuite on prendra le verre, & on le fera rou'er ſur le baſſin 40 ou 50 fois, pour détruire ſur-tout l'âpreté du verre dans ſes bords, qui ſans cela uſeroit trop les parties inférieures du baſſin, qui doivent donner au verre ſon dernier poli. Si je comprends bien ce que dit Mr. *Hughens*, il faut alors ôter le linge, & commencer à polir le verre ſur le baſſin même nud. Mais on doit pour cela préparer un peu de tripoli très-fin, & même un peu de vitriol bleu, qu'on appelle autrement vitriol de Chypre, & du vitriol d'Angleterre ou de Hongrie bien pulveriſé, mêlez quatre parties de tripoli avec une de vitriol. 6 ou 8 grains de ce mélange (qui ſont environ la quantité de deux gros pois), ſuffiſent pour un verre de 5 pouces de large. Cette compoſition doit être humectée avec environ 8 ou 10 gouttes de vinaigre bien clair au milieu du baſſin, & il faut la mêler & l'adoucir avec un petit porphire très-fin. Enſuite avec un pinceau groſſier, on aura grand ſoin de la répandre fort mince & uniformément ſur le baſſin, ou au moins ſur un eſpace au milieu du baſſin beaucoup plus grand que celui où le verre doit rouler en ſe poliſſant. Cette croute doit être fort mince, (mais non pas trop mince), autrement elle s'uſeroit trop, & le baſſin en étant rongé perdroit ſa figure; de manière qu'il faudroit de tems en tems en ajouter un peu, ce qu'il n'eſt pas auſſi aiſé de faire uniformément que dans les commencements. On ſeche parfaitement cette compoſition en y faiſant paſſer au-deſſus une poele à frire bien chaude, ou une poele mince de fer avec des charbons ardents, & on laiſſe parfaitement refroidir le baſſin. On prend enſuite un peu d'autre tripoli bien lavé & porphirité, que l'on fait ſécher & que l'on réduit à une poudre très-fine, & on le répand uniformément & fort mince ſur le baſſin ainſi préparé;

après quoi on prend le verre groſſier pour adoucir tout ce tripoli uniformément & pour le rendre encore plus fin, & l'on prend alors le verre que l'on veut polir après l'avoir bien nétoyé & en avoir ôté tout le maſtic, le grès ou autre ordure qui pourroit s'y être attachée, en le frottant avec un linge propre, trempé dans une eau un peu teinte de tripoli & de vitriol, & l'on applique le verre au baſſin en le mouvant doucement deux ou trois fois en ligne droite en avant & en arrière, après quoi on tire le verre, & l'on obſerve ſi les marques du tripoli qui y reſte attaché, paroiſſent également répandues ſur toute ſa ſurface; ſi cela n'eſt pas, il faut que le baſſin ou le verre ſoient trop chauds, & il faut un peu attendre & éprouver de nouveau ſi le tripoli ſe répandra par-tout uniformément. Alors on peut hardiment commencer à polir le verre, & il n'y a pas grand danger qu'il perde ſa figure, ce qui ſeroit arrivé infailliblement ſans cette précaution. Si le baſſin eſt plus chaud que le verre, il le touchera plus fortement au milieu que vers ſa circonférence; parce que la ſurface du baſſin étant dilatée par la chaleur, devient trop plate. Au contraire ſi le verre eſt plus chaud que le baſſin, il le touche plus fortement vers ſa circonférence qu'au centre; parce que la ſurface inférieure du verre eſt plus reſſerrée par le froid du baſſin que la ſurface ſupérieure.

768. Mr. *Hughens* dit, que ſi l'on poliſſoit les verres par la ſeule force de la main, ce ſeroit un très-grand travail, & que même l'on ne pourroit pas en venir à bout dans les verres de 5 à 6 pieds de foyer, & il paroît que ſon ſentiment eſt, qu'il eſt abſolument néceſſaire d'employer une force ou preſſion extraordinaire ſur le verre C'eſt pour cela qu'il a inventé & donné deux méthodes pour augmenter ſuffiſamment cette preſſion. On peut avoir recours au livre & à ſes figures pour le bien comprendre; (*voyez ci-après l'art.* 774); il ſuffit de dire ici que ces méthodes conſiſtent principalement à appliquer la force d'un bon reſſort pour preſſer en bas ſur le poliſſoir le centre du verre.

769. Cette opération de polir étant l'un des points les plus difficiles & les plus délicats de l'art que nous décrivons; différents Auteurs l'ont entrepriſe & décrite différemment. Le Che-

valier *Newton*, le P. *Cherubin*, Mr. *Hughens* & les ouvriers ordinaires ont chacun leur méthode. *Newton* eſt le ſeul qui paroît ne pas inſiſter ſur la néceſſité d'une preſſion très-forte & très-violente. Dans l'Edition Angloiſe in 8°. de ſon Optique page 95, il dit: » Je fis une fois un amélioremeut conſiderable » dans un objectif d'un téleſcope de 14 pieds, qui avoit été » fait par un ouvrier de *Londres*, en le travaillant dans la » poix avec de la potée, & appuyant fort doucement ſur le » verre en le poliſſant, afin que la potée ne le rayât pas. » Je n'ai pas encore éprouvé ſi cette méthode ne ſeroit pas » aſſez bonne pour polir les objectifs de réflexion: mais ceux » qui voudront l'éprouver ou prendre quelqu'autre methode » de polir qui leur paroîtra meilleure, doivent mettre leurs » verres en état d'être polis, ſans y employer cette violence » avec quoi nos ouvriers de *Londres* les preſſent en les poliſſant. » Car par une preſſion auſſi violente, les verres ſont en danger » de ſe plier un peu lorſqu'on les polit, & cette courbure ne » peut pas manquer de changer leur figure.

770. Quant à ſa méthode de polir les verres, je ne ſçache pas qu'il l'ait décrite expreſſément dans aucun de ſes livres; mais il nous a donné celle de polir les métaux objectifs en cette manière p. 92. » J'ai deux platines rondes de cuivre chacune » de 6 pouces de diamètre, l'une convexe & l'autre concave, » travaillées exactement l'une ſur l'autre. Je travaille ſur la » convexe le métal objectif ou concave qui doit être poli, » juſques à ce qu'il ait pris la figure du baſſin convexe, & » qu'il ſoit prêt à être poli Enſuite je mets une couche de » poix fort mince ſur le baſſin convexe, en y faiſant tomber » goutte à goutte la poix fondue, & le faiſant chauffer afin » que la poix reſte molle, pendant que je la preſſe avec le » baſſin concave humecté, pour la répandre uniformément ſur » tout le baſſin convexe Ainſi en la bien travaillant, je la » rends auſſi mince qu'une piéce de 4 ſols, & après que le » baſſin s'eſt refroidi, je la travaille encore pour lui donner » la figure ſphérique la plus parfaite qu'il me ſoit poſſible. » Je prends enſuite de la potée que j'ai rendue tres-fine, en » la purifiant de toutes ſes particules groſſieres, & j'en répands » un peu ſur la poix, je la travaille avec le baſſin concave

„ juſques à ce qu'elle ne craquette plus ; alors je travaille ſur la
„ poix le métal objectif avec un mouvement vif pendant en-
„ viron deux ou trois minutes, en bien appuyant deſſus. Après
„ cela je mets de nouvelle potée ſur la poix, & je la travaille
„ de nouveau juſques à ce qu'elle ne craquette plus, & j'y
„ applique enſuite, comme ci-devant, le métal objectif. Je répéte
„ cette opération juſques à ce que le métal ſoit bien poli, &
„ la dernière fois je le travaille de toutes mes forces pendant
„ un tems aſſez conſidérable, en ſoufflant fréquemment ſur la
„ poix pour la tenir humide, ſans y répandre aucune nouvelle
„ potée Le métal objectif avoit deux pouces de largeur, &
„ environ le tiers d'un pouce d'épaiſſeur, afin qu'il ne ſe
„ courbât pas J'ai deux de ces métaux, & lorſque je les eus
„ polis tous deux, je cherchai par expérience quel étoit le
„ meilleur, & je travaillai l'autre de nouveau pour voir
„ ſi je pourrois le rendre meilleur que le premier. C'eſt ainſi
„ que j'ai appris, par différentes expériences, la manière de
„ bien polir les miroirs, avant que de faire les deux téleſ-
„ copes de réflexion dont j'ai parlé ci-devant. Car on appren-
„ dra mieux cet art de polir par une longue pratique que
„ par la deſcription que j'en fais ici. Avant que de travailler
„ le métal objectif ſur la poix, j'y travaille toujours la potée
„ avec le baſſin concave, juſques à ce qu'elle ne craquette
„ plus ; parce que ſi les particules de la potée ne ſe fixoient
„ pas par ce moyen dans la poix, elles grateroient & ſillonne-
„ roient le métal objectif en roulant çà & là, & elles le
„ rempliroient de petits trous. Il eſt très probable qu'on
„ peut polir les verres de la même manière en prenant cer-
„ taines précautions.

771. La manière de polir, décrite par le P. *Cherubin* paroît être celle-ci : Il poliſſoit avec le tripoli ou la potée, ou premierement avec le tripoli, & enſuite avec la potée ; mais il paroît qu'il préféroit la potée. Il poliſſoit dans le même baſſin où il avoit travaillé ſon verre, & il décrit fort au long les différentes méthodes qu'il y employoit. Il veut qu'on étende fortement ſur le baſſin un cuir très doux & très mince, ou de la futaine fine d'*Angleterre*, ou du drap fin de *Hollande*, ou de la toile de lin, ou de la toile de ſoye, du taffetas ou du ſatin

du ſatin, d'une égale épaiſſeur par tout autant qu'il eſt poſſible. Enſuite il répand ſur cette ſurface ainſi tendue un peu de potée humectée à la conſiſtance d'un ſirop épais, environ de la largeur du verre ou un peu plus, de chaque côté du centre du baſſin directement Enſuite il adoucit la potée avec le verre groſſier en le preſſant fortement deſſus en avant & en arrière, & à la fin il y travaille ſon verre maſtiqué ſur la molette, & lui donnant toujours le même mouvement, le preſſant fortement & vivement, & conduiſant en droiture ſa molette d'un bord à l'autre ſur la potée; il force par cette preſſion la ſurface de la ſoye déja un peu tendue, à ſe coler ſur la ſurface du baſſin qui a donné la figure au verre, & il dit que par ce moyen il peut donner un excellent poli à ſes verres avec l'une des matières précédentes. Avant chaque coup il fait tourner un peu le verre ſur ſon axe, & ſa molette en devient notablement plus peſante que dans la manière ordinaire de polir; c'eſt ce qu'il recommande comme très utile dans ce travail. Si la potée manque, il ne fait pas difficulté d'en mettre de la nouvelle auſſi ſouvent qu'il eſt néceſſaire, en l'adouciſſant avec ſoin chaque fois avec le verre d'épreuve, avant que d'y appliquer celui qu'il veut polir.

772. Je crois qu'on peut perfectionner cette méthode en faiſant mouvoir le verre, non pas avec la main immédiatement, mais avec le bâton & le reſſort, d'après la méthode de M *Hughens*, ſur-tout, ſi l'on trouve le moyen de ne pas faire mouvoir le bâton dans un trou rond de cuivre comme ci-devant, mais ſur une forte pointe pouſſée en bas par quelque reſſort; la longueur du bâton doit être égale au rayon du baſſin; & la pointe ſupérieure qui eſt preſſée par le reſſort, doit répondre perpendiculairement au centre du baſſin, & être exactement au centre de ſa ſphére.

773. Voici une autre méthode que le même Auteur nous donne pour polir dans le baſſin. Il prend une feuille de papier très fin, & il l'examine avec un très grand ſoin, en regardant au deſſus & au travers. Il ôte avec un couteau bien tranchant tous les petits graviers, parties groſſières, rides & inégalités qu'il peut y trouver; enſuite il le détrempe dans de

l'eau pure, & il le fait ſécher entre deux linges bien propres ; mais non pas aſſez pour qu'il ſoit entièrement ſec, le laiſſant un peu humide. On paſſera par un linge double bien net un peu de cole de fleur de farine, que l'on aura fort éclaircie avec de l'eau, afin qu'elle faſſe moins de corps, & l'on s'en ſervira pour enduire délicatement & également la ſurface du baſſin, & le moins qu'il y en aura (pourvû qu'il y en ait par tout) ſera le meilleur. Alors on y appliquera le papier humecté, l'y laiſſant peu à peu par le devant du baſſin, afin que l'air ne s'y renferme point. Enſuite on preſſera doucement le papier avec la paume de la main, commençant par le milieu & tirant tout autour du centre, juſques à la circonférence, pour y bien attacher le papier, & en faire doucement écouler l'air qui auroit pu s'y enfermer : ce qui doit être réitéré trois ou quatre fois pendant que le papier ſe ſéche. On le laiſſe ainſi ſécher doucement, & lor qu'il eſt bien ſec, l'on y repaſſe légérement par tout le tranchant du couteau, pour reconnoître s'il n'a point contracté quelque grain ou ſaleté nuiſible. Après quoi il paſſe un verre d'épreuve bizelé fort droit & travaillé ſphériquement, mais groſſiérement avec du premier grès dans le même baſſin ; avec ce verre & une molette fort peſante, il adoucit & enléve toutes les inégalités qui reſtent du papier ; ce qui étant fait il racle doucement du tripoli ſur ce papier, & polit ſon verre comme dans ſon autre méthode.

Deſcription des machines de M. *Hugheus* pour polir.

774. CC repréſente une poutre quarrée de bois un peu plus longue que le diamétre du baſſin, & d'environ 1 ½ pouce d'épaiſſeur ; ſes deux extrémités C & C ſont plices en bas, & ſont encore coupées parallélement à toute leur longueur. Elles ſervent de manivelles à l'ouvrier pour s'y appuyer. Au milieu de cette poutre on arrête une pointe de fer, aſſez longue pour qu'elle touche préciſément le plan ſur lequel les ſurfaces inférieures des manivelles C & C ſont placées. Cette pointe preſſe le ſommet du cône creux qui deſcend par le trou dans l'ardoiſe, laquelle par l'interpoſition d'un drap a été maſtiquée au verre B qui eſt ſur le baſſin A. Pour augmenter cette preſſion, on a formé une eſpéce d'arc D E D avec du ſapin, d'un demi-pouce d'épaiſſeur, de 5 pieds de longueur,

Fig. 419.

& large de 7 pouces au milieu ; il devient toujours plus étroit vers les extrêmités, de manière qu'il ſe termine preſque tout-à-fait en pointe. Le milieu de l'arc eſt arrêté au pavé par une gache de fer qui le traverſe, & il eſt bandé par une corde F I I F, à laquelle ſont attachées deux autres cordes en I & I. Leur intervalle I I eſt égal à la longueur de la poutre C C. L'une des cordes I C C G paſſe par deſſus la poutre C C par un trou pratiqué dans chaque manivelle en C & C, & enſuite elle ſe roule autour d'une cheville cylindrique en G, laquelle traverſe deux chapes de bois, & au bas de ces chapes on attache une autre corde qui vient de l'autre point I ; de ſorte qu'en tournant la cheville G pour y faire rouler la corde, on peut bander autant que l'on veut l'arc D D. Le baſſin A ſe place ſur une forte planche quarrée, arrêtée à la table O d'un côté, & ſupportée de l'autre côté par un pied droit P. L'ouvrier étant aſſis prend les manivelles C, C, & tire à lui le verre & le retire ſur le baſſin A par un mouvement modéré. Après 20 ou 24 coups, il fait tourner un peu le verre ſur ſon axe. Cette manière de polir tient un ouvrier deux ou trois heures, eſt très penible & très ennuyeuſe, parce que le verre étant beaucoup preſſé en bas ne ſe meut que fort lentement.

775. Au lieu de l'arc D D, j'inventai dans la ſuite un autre reſſort en joignant les extrêmités plates de deux planches de ſapin $\alpha\beta$, $\alpha\gamma$, & clouant fortement enſemble leurs échancrures plates, de manière que les planches formoient un angle aigu $\beta\alpha\gamma$. L'une de ces planches ainſi jointes étoit poſée ſur le plancher ſous la table à polir, leurs extrêmités β, γ étant ſous le milieu du baſſin A ; de manière qu'elles étoient tout-à-fait hors de la portée de l'ouvrier, qui étoit auparavant un peu incommodé par les extrêmités de l'arc D D. Ces planches au bout α avoient 8 ou 10 pouces de large, & de là elles venoient en diminuant, & ſe terminoient preſque en pointe en β & γ. La planche $\alpha\gamma$ étant poſée ſur le plancher, le bout β de l'autre planche étoit tiré en bas par une corde $\beta\varepsilon\zeta$ qui paſſoit ſous une poulie ε, arrêtée au plancher, & rouloit enſuite autour d'une forte cheville ζ, qui étoit auſſi fortement attachée au plancher. Sous le bout γ étoit attaché le milieu Fig. 461

d'un bâton très-fort à angles droits avec la planche $a\,\gamma$. On noit aux extrêmités δ, δ de ce bâton des cordes qui tenoient au poliſſoir CC, comme dans la première machine. Ce bâton s'élevoit fort peu au-deſſus du plancher, pendant que l'on poliſſoit, & par conſéquent les cordes δC, δC étoient aſſez longues pour donner la liberté du mouvement au poliſſoir CC. Deux clous de fer ε, ε paſſant par les extrêmités des deux planches en α, étoient arrêtés à vis dans le plancher, mais les têtes des clous reſtoient au-deſſus des planches pour leur donner la liberté de s'élever lorſque la corde $\beta\varepsilon\beta$ étoit tendue.

Fig. 419. 776. Pour faciliter le travail du mouvement du verre en avant & en arrière dans le baſſin, je fis l'addition ſuivante à la première machine. M repréſente une forte manivelle de bois ou de fer, qui a par le bas un trou quarré pour y faire paſſer librement le poliſſoir CC. A l'un des côtés de cette manivelle M, eſt attachée une longue planche LL par le moyen d'un verrou de fer. La largeur de la ſurface inférieure de cette planche LL, eſt égale à la largeur de la manivelle M de deux pouces & demi, ſon épaiſſeur d'un demi-pouce, & ſa longueur de trois demi-diamètres du baſſin. Cette planche LL peut ſe mouvoir, ſelon ſa longueur, en avant & en arrière ſur un bloc H, arrêté fortement à une table O. L'épaiſſeur du bloc eſt tellement ménagée, que la planche LL ſe trouve plus élevée d'un pouce que n'eſt la ſurface du baſſin A. Les crochets de bois en π & les chevilles en ε tiennent le mouvement de la planche dans la même direction, en l'empêchant de gliſſer par le haut ou par les côtés. A angles droits ſur cette planche & ſur le milieu du bloc H, il y a un rouleau de bois avec un fort aiſſieu de fer qui tourne dans les trous de deux platines de fer arrêtées aux deux extrêmités du bloc. L'épaiſſeur du rouleau eſt d'environ un pouce & demi. On fait paſſer deux cordes fortes dans deux trous percés en travers de ce rouleau & plus grands d'un côté que de l'autre. Ces cordes ont des nœuds à un de leurs bouts pour boucher ces trous ſans s'élever au-deſſus du rouleau. Chaque corde fait pluſieurs tours ſur le cylindre, & l'un de leurs bouts eſt attaché fortement à la planche LL à ſon extrêmité vers M, & les autres bouts

ſont roulés autour d'une cheville en N, laquelle étant tournée circulairement, rend les cordes auſſi tendues que l'on veut. A l'un des bouts de l'auſſieu de ce rouleau, il y a une manivelle Q qui, en tournant à droite & à gauche alternativement, fait mouvoir la planche L L avec le verre qui lui eſt attaché, de manière qu'elle s'éleve d'environ le tiers de ſon diamètre au-deſſus des bords du baſſin. La pointe qui eſt au milieu de la poutre C C preſſe le verre un peu obliquement, parce que la manivelle M ne tient pas cette poutre ſerrée, mais un peu lâche, afin que le verre puiſſe paſſer au-deſſus du baſſin ſans trémouſſer. Cependant cette inclinaiſon de la pointe doit être fort petite, & l'on peut aiſément l'augmenter ou la diminuer en différentes manières. Il faut placer deux pointes ou arrêts à la ſurface inférieure de la planche L L, pour déterminer la longueur du coup. Le baſſin A, ou plutôt la pierre à laquelle il eſt maſtiqué, eſt preſſé entre le bloc H & un ſtile fort au côté oppoſé de la pierre, par l'interpoſition d'un coin. L'ouvrier s'aſſeoit ſur un tabouret rond, & lorſqu'une main s'eſt fatiguée en tournant le rouleau, il y applique l'autre; par conſéquent il ne ſe laſſe pas auſſitôt qu'avec l'autre machine qui demande l'application des deux mains, & même un mouvement réciproque de tout ſon corps. Quelque tems après, je rendis cette manivelle Q plus longue, pour pouvoir la faire tourner des deux bouts, & y appliquer les deux mains à la fois.

777 Chaque fois après 20 ou 24 coups, il eſt néceſſaire de donner un petit tour au verre, autour de ſon axe; ce qui ſe fait aiſément en retenant d'une main la circonférence extérieure de l'ardoiſe, pendant qu'avec l'autre main on continue le mouvement pour polir le verre. Il faut auſſi faire un peu mouvoir le baſſin après 25 ou 50 coups, en le retirant de la largeur de la moitié d'une paille vers l'endroit où le verre n'a pas touché; & enſuite après 25 ou 50 coups, il faut encore le ramener. Au commencement de l'ouvrage, le tripoli s'accumule en petits morceaux en certains endroits du baſſin, mais dans peu il ſe diſperſe, & l'aire du baſſin devient parfaitement unie.

778. Si le tripoli ne paroît pas s'attacher également au verre dans toutes ſes parties, & s'il n'eſt pas par-tout répandu

par des ſillons droits & déliés, il faut appliquer de nouveau la poële avec des charbons allumés ſur le baſſin, juſques à ce qu'on s'apperçoive que l'aire ou croute de tripoli n'eſt pas tout-à-fait auſſi froide que les autres parties du baſſin. Alors on briſera de nouveau le tripoli ſur le baſſin, & l'on preſſera le verre au-deſſus avec la main, pour voir s'il s'attache par-tout également au verre: après cela on ſe remet à polir. Mais depuis que j'ai commencé à uſer de vitriol au lieu de verd de gris, tout ce que j'ai dit ſur la chaleur qu'il falloit donner au baſſin eſt inutile, parce que toutes ces croutes touchent toujours le verre autant qu'il le faut, & s'y attachent mieux qu'auparavant. On briſe auſſi le tripoli ſur le baſſin & ſur la croute ſans chauffer le baſſin, afin que cette croute puiſſe ſe conſerver plus entière, & que le verre puiſſe mieux la toucher, ce qui doit ſe répéter après 200 ou 400 coups de poliſſoir. Il faut auſſi ôter le verre du baſſin après 200 coups en lâchant le verrou L qui lie la manivelle M à la planche LL, & en tirant la poutre CC: enſuite on frotte le verre avec le doigt ou avec un linge propre ou un peu de cuir, pour voir combien on a avancé.

779. Pour s'épargner la peine de compter les coups, on a placé à plat contre une planche arrêtée à la muraille une roue de bois ∘X, de 7 ou 8 pouces de large; elle tourne aiſément autour d'un aiſſieu, & elle a 24 dents ſemblables à celles d'une ſcie; ces dents ſont pouſſées par un fil de laiton recourbé TYX en cette manière. Le fil tourne autour d'un centre Y, & pendant que l'un de ſes bouts eſt tiré par le fil TV, attaché au bout de la planche LL, ſon extrêmité oppoſée YX tire en arrière un long reſſort RS, attaché à la planche fixe en R; ce reſſort en preſſant ſur le fil de laiton en S fait un peu plier la partie YX, & ainſi le point X en revenant à la roue (lorſque le reſſort ſe relâche) tombe un peu plus bas ſous la dent ſuivante, & la pouſſe en avant dans la poſition repréſentée par la figure. Il y a un reſſort en ∘ qui arrête la roue après chaque coup en X. Enfin il y a une cheville dans la circonférence de la roue en Z qui, en preſſant la queue d'un marteau & la laiſſant enſuite tomber, fait ſonner une cloche après chaque révolution de la roue, & avertit qu'il faut

tourner un peu le verre autour de ſon centre. On comprend aiſément qu'un autre rouage, qui contiendroit trois ou quatre *index* dont les révolutions ſeroient en progreſſion décimale, étant arrêté au bloc H & pouſſé par les coups de la planche L, avertiroit, ſans qu'on eût la peine de compter, combien on auroit donné de coups pour polir un verre.

780. Un verre de 5 ou 6 pouces de diamétre exige environ 3000 coups ſur chaque ſurface, pour être conduit à ſa perfection, & l'on doit examiner avec attention le milieu du verre oppoſé à la partie qui a été noircie, pour voir s'il n'y paroît rien de trop opaque ou de couleur cendrée, ou ſi l'on n'y voit pas de petites taches par la réflexion oblique de la lumière d'une chandelle, ou d'un petit rayon de lumière introduit dans une chambre obſcure; car les autres parties du verre paroîtront parfaitement polies beaucoup plutôt que le milieu.

781. Après que le verre a été ſuffiſamment poli, on fera chauffer la pierre, le drap & le maſtic avec une poële couverte de charbons ardents, juſques à ce que le maſtic ſoit tellement amolli qu'on puiſſe en ſéparer le verre en le pouſſant à côté. Alors il faut nettoyer avec un drap bien chaud trempé dans l'huile ou dans le ſuif tout ce qui reſte de maſtic ſur le verre, & enſuite avec des linges plus purs. Si alors le verre ne paroît pas parfaitement poli (car on y eſt ſouvent trompé) il faut reprendre ce travail en colant le verre à l'ardoiſe, comme ci-devant; enſuite on le nettoyera parfaitement, & on le rendra un peu raboteux, comme on a dit ci-devant. On peut auſſi mettre une nouvelle croute ſur le baſſin, ſi la première ne paroît pas ſuffiſante, pourvû qu'on n'ait pas poli d'autre verre dans le baſſin en même-tems. On peut ôter l'ancienne croute du baſſin avec un peu de vinaigre. Enfin on aura toujours ſoin de choiſir les morceaux de glace les plus épais & les plus clairs, pour éviter un grand nombre de difficultés qui viennent de la preſſion inégale en poliſſant.

CHAPITRE II.

Manière de jetter en fonte, de travailler & de polir les métaux pour les téleſcopes de réflexion, commencée par Samuel Molyneux *Ecuyer, & continuée par* Jean Hadley *Ecuyer, Vice-Préſident de la Société Royale.*

Préface hiſtorique.

C'Est principalement à l'invention des téleſcopes que l'on eſt redevable de toutes les découvertes faites en dernier lieu, & de toute l'exactitude des obſervations Aſtronomiques; invention qui certainement, dans ſa première origine, avoit été miſe en pratique par le Frere *Bacon*, Anglois; quoiqu'on doive rendre juſtice à *Galilée*, qui le premier en a fait uſage en Aſtronomie. On doit auſſi reconnoître que c'eſt le Chevalier *Newton* qui a porté cette invention au plus haut point. C'eſt à ſa grande ſagacité & à ſes expériences que l'on eſt redevable de la découverte des réfrangibilités différentes des rayons de lumière & des difficultés inſurmontables qui en réſultent pour la perfection des téleſcopes de réfraction, c'eſt ce qui l'engagea à travailler aux téleſcopes de réflexion: il en fit un lui-même de 6 pouces de longueur vers l'an 1670. Ceux donc qui veulent bien comprendre la méthode de ces téleſcopes, doivent examiner avec attention le compte que ce célébre Auteur nous a donné lui-même de cette invention dans ſes écrits, & que l'on trouve dans les Tranſactions Philoſophiques, n°. 80, 81, 82, 83, 88, 96, 97, on le trouve auſſi dans ſon Traité de la Lumière & des Couleurs, depuis la page 89 de l'Edition Angloiſe *in*-8°. Il eſt à propos de relever ici une erreur de l'Imprimeur dans cette page 89, où il eſt dit: que les ouvertures des objectifs & les forces ou amplifications des téleſcopes doivent être comme les cubes des racines quarrées de leurs longueurs, on doit lire: comme les cubes des racines quarré-quarrées de ces longueurs.

782. Quoique ce fût-là une grande perfection pour les téleſcopes, je ne vois pas qu'on y ait mis la main ſérieuſement depuis ce tems-là juſques à environ l'an 1719 ou 1720; lorſque

lorſque M. *Hadley*, Gentilhomme très-ingénieux de la Comté d'*Eſſex*, s'y attacha, & réuſſit parfaitement à faire deux inſtrumens de cette eſpèce d'environ 5 pieds 3 pouces de longueur, dont il a bien voulu en préſenter un à la Société Royale.. M. *Hadley* a donné lui-même dans les Tranſactions pour les mois de Mars & d'Avril 1723, n°. 376, une deſcription très-curieuſe & très détaillée de cet inſtrument, & des machines qu'il a imaginées pour en faire uſage. Quiconque veut entreprendre de faire un inſtrument ſemblable, doit lire avec attention ce qu'en dit M. *Hadley*; car quoiqu'il ne donne pas dans ce Mémoire la manière de jetter en fonte, de travailler & de polir les miroirs, le Lecteur ne laiſſera pas d'y trouver beaucoup d'inſtructions utiles ſur la proportion & la compoſition des différentes parties de l'inſtrument & des machines pour s'en ſervir. Ce que je joins ici nous vient principalement du génie bienfaiſant de ce Gentilhomme, & s'il avoit pris la peine de mettre par écrit ce qu'il ſçait & ce qu'il a pratiqué en cette matière, comme il l'a fait pour la conſtruction même de l'inſtrument, les réflexions ſuivantes ſeroient inutiles. C'eſt par ſon conſeil & ſur ces inſtructions que M. *Jacques Bradley*, Profeſſeur d'Aſtronomie à *Oxford*, a entrepris il y a environ 3 ans de conſtruire un téleſcope de réflexion; & ayant très-bien réuſſi, il y auroit mis la dernière main, s'il n'avoit pas été obligé de quitter ſubitement le pays où il habitoit, & s'il n'avoit pas été enſuite détourné par d'autres occupations. Bientôt après, je me joignis à M *Bradley* à *Kevo* pour entreprendre le même ouvrage, & notre premier eſſai fut de faire un téleſcope de 16 pouces de long Malgré les premières épreuves de M. *Bradley* & les inſtructions fréquentes de M. *Hadley*, nous fumes long-tems ſans pouvoir réuſſir paſſablement. Le premier que nous achevâmes en Mai 1724, & qui étoit bon, étoit de la longueur dont on vient de parler, de 16 pouces. J'en ai depuis lors fait un fort bon d'environ 7 pouces, & nous ſommes après à en faire un de 8 pieds.

783. Le principal but de toutes nos expériences étoit de réduire, s'il étoit poſſible, la manière de conſtruire ces inſtrumens à quelque degré de certitude & de facilité, afin que la difficulté que l'on trouve à les faire, & le danger de s'y tromper, Deſſein.

ne ſuſſent plus capables de décourager les ouvriers, & de les empêcher d'y travailler pour les vendre au Public ; ce que le ſeul M. *Hauksbée* a eu le courage d'entreprendre. Il en a fait un bon d'environ 3 ½ pieds, & il travaille maintenant à en faire un de 6 pieds & un autre de 12 pieds. Il mérite bien d'être encouragé, étant le premier qui ait entrepris cet ouvrage ſans le ſecours de la fortune, qui auroit pû lui rendre tolérable le peu de ſuccès. Vers le commencement de l'hiver paſſé, étant fort ſatisfaits de nos ouvrages, quant aux principales circonſtances, & ſouhaitant que ces inſtrumens ſe fiſſent à bon marché pour le Public, nous inſtruiſimes M. *Scarlet*, auprès de l'Egliſe de Sainte Anne, & M. *Hearne*, Conſtructeur d'Inſtrumens de Mathématiques, de tout le procédé de nos opérations, & ils ont depuis lors réuſſi à faire de bons téleſcopes ; mais comme ils ne ſont pas encore devenus auſſi communs & auſſi peu couteux qu'il ſeroit à ſouhaiter que de pareils inſtruments le fuſſent, nous nous ſommes déterminés à donner le Mémoire ſuivant pour mettre au fait tous ceux qui voudront en faire pour leur propre uſage ou pour les vendre.

Faire les grands. 784. On examinera d'abord la longueur que l'on veut donner à l'inſtrument, & par conſéquent le diamétre qu'il faudra donner au grand miroir ; ſur quoi la Table de *Newton*, dans les Tranſactions Philoſophiques, fournira de grandes inſtructions (*Voyez une autre Table*, *art.* 362 & 364), en donnant environ un pouce de plus que l'ouverture marquée dans la Table, à cauſe de la fauſſe figure des bords, qui arrive fort ſouvent Tout cela étant déterminé, on prendra un long bâton de ſapin ou de quelque autre bois, un peu plus long que la double longueur de l'inſtrument propoſé, & l'on fera paſſer par chacun de ſes bouts deux petites pointes d'acier, dont l'une ſervira à le ſuſpendre perpendiculairement contre une muraille ; enſuite on prendra deux platines minces de cuivre bien battu, un peu plus épaiſſes qu'une piéce de 6 ſols, larges d'environ un pouce & demi, & leur longueur ſera au diamétre du miroir comme 3 à 2, c'eſt-à-dire que ſi le miroir a 8 pouces de diamétre, elles doivent avoir environ 12 pouces de long Arrêtez-les fortement avec de petits clous rivés chacune entre deux piéces minces de menuiſerie, de maniére qu'il en ſorte entre

les deux planches un peu plus qu'un quart de pouce en largeur. Arrêtez enſuite ces piéces horizontalement contre la muraille ſous votre bâton, avec lequel, comme avec un compas à verge, vous décrirez un arc ſur chacune ; vous les limerez enſuite avec une lime douce ſelon le contour de l'arc, de manière que l'une forme l'arc convexe & l'autre l'arc concave du même cercle. Ces cuivres ſeront les gouges néceſſaires pour conſerver le miroir & les moules où il doit être travaillé, dans la même figure ſphérique ; & afin que ces gouges ſoient parfaitement ſemblables l'une à l'autre, il faut les polir l'une contre l'autre avec de l'émeri fin, en les plaçant à ce deſſein ſur une table plane, & en arrêtant l'une des deux ſur la table.

Moules pour les miroirs.

785. Lorſque ces gouges ſeront parfaitement circulaires, on mettra autour une piéce de bois d'environ deux dixiémes d'un pouce plus large que le miroir propoſé & un peu plus épaiſſe ; ce miroir étant fondu doit avoir au moins deux dixiémes d'un pouce d'épaiſſeur, & quant aux miroirs de 6, 8 ou 10 pouces de large, ils doivent avoir au moins trois ou quatre dixiémes d'un pouce d'épaiſſeur lorſqu'ils ſont achevés. (Le métal de mon téleſcope de réflexion, qui a été fait par cet excellent ouvrier, *M. Hearne*, a 6 pouces de largeur & entre 6 & 7 dixiémes d'épaiſſeur : outre cela on y a ſoudé par derrière une platine de cuivre d'un pouce & demi d'épaiſſeur, avec quatre trous pour l'arrêter à un petit manche dont nous parlerons dans l'art. 798 ; il y a auſſi une douille au milieu pour le faire entrer à vis dans un autre manche lorſqu'il eſt achevé. La diſtance de ſon foyer eſt de 5 pieds). Cette piéce de bois étant achevée au tour, on prendra un peu d'étain commun, & on le mêlera avec environ $\frac{1}{10}$ de régule d'antimoine ; enſuite avec ce moule de bois on fondra cet étain qui ſera beaucoup plus dur que l'étain ordinaire. Il faut mettre au tour ce moule d'étain & l'examiner par le moyen des gouges, parce qu'il doit ſervir à jetter en fonte les miroirs. Il faut faire enſorte en le travaillant au tour, qu'il ſoit au moins $\frac{1}{10}$ de pouce plus épais, & environ $\frac{1}{10}$ plus large que le miroir que l'on projette de jetter en fonte par ſon moyen.

Faire les moules pour jetter en fonte les baſſins & les miroirs.

786. Il faut maintenant expliquer la manière de faire les moules pour la fonte, elle ſervira également pour faire les

moules d'étain, & pour y fondre enſuite les miroirs. Les chaſſis doivent être de fer plutôt que de bois, & avoir au moins deux pouces de largeur tout autour plus que le miroir propoſé. Chaque chaſſis doit contenir l'épaiſſeur au moins d'un pouce de ſable. Le ſable dont les fondeurs ordinaires ſe ſervent & qu'ils tirent de *Highgate*, eſt auſſi bon qu'aucun autre, & tout ſable eſt bon, lorſqu'il ſe trouve naturellement mêlé d'une petite proportion d'argille qui le rend un peu ferme. Le ſable doit être humecté auſſi peu qu'il eſt poſſible, bien battu, mais non pas trop dur. Les jets doivent être coupés de manière que le métal y coule par quatre ou cinq ruiſſeaux au-deſſus de la partie ſupérieure du moule, autrement les pores qui ſe trouveroient dans le métal ne ſeroient pas également répandus comme ils devroient l'être au-deſſus de toute la ſurface de métal, ces pores tombant communément auprès des jets. Il faut faire ſécher les moules dans leurs chaſſis au Soleil pendant quelques heures, ou auprès d'un très-petit feu, autrement ils ſe déjetteroient & donneroient au miroir, lorſqu'il ſeroit fondu, une figure fauſſe; car, outre la peine qu'on s'épargne en les travaillant, il eſt très-bon, à pluſieurs égards, que le miroir prenne dans la fonte ſa vraie figure, & c'eſt pour cette raiſon qu'il vaut mieux le fondre avec un modéle d'étain durci qu'avec un modéle de bois, comme font les fondeurs ordinaires.

Compoſition du métal, & manière de le fondre.

787 Ce qui reſte à examiner, c'eſt la compoſition ou les ingrédients du métal dont on doit faire les miroirs: on peut dire en général que tout métal blanc, bien dur, que l'on peut polir, réuſſit plus ou moins. Nous avons éprouvé plus de 150 mélanges différents, & nous n'en avons trouvé aucun qui fût entiérement ſans défauts. Trois parties de cuivre & une partie un quart d'étain forment un métal blanc fort dur, mais il eſt expoſé à être trop poreux, ſur-tout ſi l'on fait trop chauffer le métal en le fondant. Six parties de bon laiton (le meilleur vient de *Hambourg*) & une partie d'étain font un métal plus blanc & plus dur; mais la fumée de la calamine qui ſe trouve dans le laiton, laiſſe très ſouvent des rayes ou des parties raboteuſes ſur la ſurface du métal, qui le gâtent entiérement, lorſqu'elles ſont en grand nombre. Prenez deux parties du premier métal compoſé de cuivre & d'étain, & une partie du dernier

compoſé de laiton & d'étain, vous en ſerez un bon métal. Mêlez d'abord le cuivre & le laiton enſemble, & tenez-les en fuſion pendant une demi-heure ou plus, purifiez enſuite le pot & mettez-y la quantité d'étain qui convient aux deux autres ; elle ſe fondra à l'inſtant ; remuez-la bien & verſez-la d'abord après. On peut refondre ce mêlange dans le beſoin, pourvû qu'on ait toujours ſoin que le feu ne ſoit pas trop violent. On a trouvé que les fourneaux ordinaires pour les cloches ſont les plus convenables pour conduire le feu, & des miroirs qui avoient été fondus par un fondeur ordinaire, ſelon leur méthode de jetter en fonte, ont bien réuſſi, après en avoir fait d'abord la compoſition & l'avoir fait fondre, ne la leur livrant que pour la jetter en moule. On a auſſi éprouvé un autre mêlange & une autre manière de jetter en fonte, qui a mieux réuſſi qu'aucune des méthodes précédentes ; elle eſt compoſée de cuivre, d'argent, de régule d'antimoine, d'étain & d'arſenic, & ce métal étoit jetté dans des moules de bronze fort chauds ; mais comme cette méthode eſt fort diſpendieuſe & ne peut pas devenir commune, je ne m'y arrêterai pas.

788. Après que le métal a été bien jetté en fonte, il faut travailler ſa ſurface & la rendre tout-à-fait luiſante ſur une pierre commune à aiguiſer, en lui conſervant autant qu'il eſt poſſible la figure qu'il doit avoir, par le moyen de la gouge convexe. Lorſque toute la ſurface extérieure aura été travaillée, & qu'on en aura ôté tous les trous faits par le ſable & toutes les inégalités, on prendra une pierre aſſez épaiſſe, les petites pierres ordinaires à aiguiſer ſont fort bien. Il faut que le diamétre de cette pierre ſoit à celui du miroir comme 6 à 5, on creuſera cette pierre avec une autre pierre groſſière & avec du ſable rude ou de l'émeri groſſier, juſques à ce que la gouge concave s'y applique exactement, & enſuite avec de l'eau & de l'émeri groſſier au commencement, & enſuite avec de l'émeri plus fin, on uſera le miroir ſur cette pierre, juſques à ce qu'il devienne une vraie portion de la ſphére qui convient à la gouge convexe. Différentes manières de mouvoir le métal ſur la pierre, peuvent en faire une portion d'une ſphére un peu plus grande ou un peu plus petite. On doit ne l'uſer qu'avec fort peu d'émeri à la fois & en changer ſouvent, autrement

Dégroſſir le métal.

le métal ſera toujours d'une ſphére plus petite que la pierre, & il prendra difficilement une vraie figure ſur-tout aux extrêmités. Pour mieux travailler le métal, il eſt néceſſaire que cette pierre ſoit placée ſolidement ſur une forte planche ronde, fortement arrêtée au plancher ſur un pilier de bois, comme le font ordinairement ceux qui poliſſent les glaces, & la même table ou pilier ſervira pour achever de polir le miroir.

Continuation de ce Chapitre par *M. Hadley*

789. Lorſque le métal eſt jetté en fonte & dégroſſi (ce qui doit ſe faire en retranchant auſſi peu qu'il eſt poſſible de ſa ſurface, parce que cette croute paroît communément plus dure & plus ſolide que les parties intérieures) il faut en adoucir & finir les côtés & le deſſous, de peur qu'en le faiſant dans la ſuite on ne faſſe déjetter le métal, & que le deſſus ne perde ſa figure.

Separoir d'un baſſin concave de cuivre.

790. Il faut jetter en fonte une platine ronde de cuivre d'une largeur & d'une épaiſſeur ſuffiſante (pour un miroir de 6 pouces de diamétre j'ai employé une platine large de 8 à 9 pouces, & épaiſſe d'un demi pouce). Il faut tourner l'un de ſes côtés ſelon la concavité que votre miroir doit avoir, & attacher à l'autre côté un manche qui le rende aiſé à manier. Ce manche doit être auſſi court qu'il convient, & il doit tenir au-deſſous de la platine autrement que par des vis qui entrent dans le métal, de peur qu'elles ne le faſſent plier.

Et d'un baſſin convexe de marbre avec des pierres à aiguiſer.

791. Ayez un marbre rond d'environ $\frac{1}{8}$ ou $\frac{1}{10}$ plus large que la platine de cuivre, & épais d'un pouce ou d'un pouce & $\frac{1}{4}$; faites-le couper par un marbrier de la même convexité d'un côté qui convient à la concavité de la platine; enſuite vous le travaillerez avec la platine & l'émeri juſques à ce que vous ayez effacé toutes les marques du ciſeau. Il faut couvrir ce marbre de morceaux de pierres bleues ou de pierres à aiguiſer les plus fines, en choiſiſſant celles qui paroîtront les plus égales en largeur & en épaiſſeur, & ſur-tout celles qui étant humectées paroîtront les plus unies & uniformes dans leur couleur & dans leur grain. Il faut les couper en morceaux quarrés que l'on rendra concaves d'un côté ſur le marbre convexe avec de l'émeri ou du ſable fin, & on les arrêtera les uns contre les autres avec quelque bon maſtic à la manière du pavé, en laiſſant entr'eux un eſpace de la largeur des petites pailles;

leur grain doit être auſſi placé en différentes directions alternativement, comme on voit dans la figure. Il vaut mieux diſperſer les quarrés, qui viennent d'une même pierre à aiguiſer, à quelque diſtance les uns des autres, que de les placer enſemble. Il faut alors les réduire à une même ſurface convexe qui convienne à la platine de cuivre: & s'il arrive que le maſtic ſorte de quelque endroit entre ces quarrés, de manière qu'il ſoit à la hauteur de leur ſurface, il faut le creuſer par dehors, & continuer ainſi de tems en tems auſſi ſouvent que les pierres ſont en deſſous; c'eſt ſur ces morceaux quarrés de pierres à aiguiſer qu'il faut donner la dernière figure au miroir. Fig. 461.

792. Outre ces baſſins il faut pour le dernier poli, ou une platine ronde de verre très épaiſſe (dont le diamétre doit être d'une grandeur moyenne entre celui du baſſin de cuivre & celui du miroir); ou ſi l'on ne peut pas s'en procurer une d'un demi-pouce environ d'épaiſſeur, je crois qu'un morceau de bon marbre noir, du grain le plus uni & le plus exemt de veines blanches ou de filets, peut ſuffire. Ce verre ou ce marbre doivent être figurés d'un côté ſur le baſſin de cuivre, & ils ſervent à donner au miroir le dernier poli, étant couverts, comme on le dira, de taffetas. Et d'un baſſin convexe de verre ou d'un autre de marbre.

793. Une platine de cuivre ou de métal plus petite, de la même concavité que la grande, eſt fort utile, tant pour aider à réduire la figure des pierres, lorſqu'elles paroiſſent en quelques endroits trop convexes, que pour ſervir d'égrugeoir à briſer toute matière graveleuſe qui peut ſe rencontrer dans la potée, avant que de mettre le miroir ſur le poliſſoir, lorſqu'on renouvelle cette poudre. Tout miroir qui n'a pas réuſſi dans la fonte peut ſervir à cet uſage. D'un égrugeoir concave.

794. Lorſque tout eſt ainſi prêt, il faut fixer le marbre avec les pierres bleues, de telle manière qu'on puiſſe le laver ſouvent durant le travail, en y verſant environ ½ d'une chopine d'eau de tems en tems, ſans qu'il y ait aucun inconvénient. Placez enſuite le baſſin de cuivre ſur ce pavé de pierres, & frottez-le en avant & en arrière par un mouvement preſque rectiligne, en le portant néanmoins tour à tour un peu à droite & à gauche, de manière qu'il paſſe un peu au-deſſus des bords du pavé de chaque côté, faiſant tourner régulièrement le baſſin. Travailler le baſſin de cuivre ſur les pierres à aiguiſer.

ſur ſon axe propre, & changeant auſſi la direction de l'impreſſion ſur les pierres. On continuera cette opération en les tenant toujours fort humides, juſques à ce qu'on ait détruit tous les anneaux que le tour a imprimés ſur la platine, & la noirceur qui vient du marbre ou du verre qu'on y a travaillé; & vers la fin on le lavera ſouvent de la boue qui lui vient des pierres à aiguiſer.

Travailler le baſſin de verre ſur celui de cuivre.

795. Cela étant fait, prenez le baſſin de cuivre & travaillez-y de nouveau avec de l'émeri fin, le verre ou le marbre deſtiné à être le dernier poliſſoit, en lui donnant la figure la plus exacte que vous pourrez. Il faut garder pour cela les regles de M. *Hughens*, dans ſon Comm. *de form. & pol vitr.* (art. 758), mais ne lui donnez pas un plus grand poli.

Couvrir le baſſin de verre de poix & d'un taffetas pour en faire un poliſſoir.

796. Choiſiſſez enſuite un morceau de taffetas fin auſſi exempt que vous pourrez de rayes & de gros fils, qu'il ſoit de 3 ou 4 pouces plus large que le verre ou le marbre, & tournez en bas les bords du taffetas tout autour du verre, &c Etendez-le par des fils en deſſous auſſi ſerré & uni que vous pourrez, l'ayant auparavant purgé de toutes ſes rides & replis avec un fer à paſſer le linge, & tirez-en les nœuds & les bouts de fils. Humectez-le enſuite par deſſus auſſi uniment que vous le pourrez avec une ſolution très-forte de poix commune dans de l'eſprit de vin, & lorſque cet eſprit ſera évaporé, répétez la même opération; & s'il paroît des bulles ou enflures ſous le taffetas, tachez de les chaſſer avec la pointe d'une aiguille. On doit répéter cela pluſieurs fois, non ſeulement juſques à ce que la ſoye ſoit par-tout fortement attachée au verre ou au marbre, mais encore juſques à ce qu'elle ſoit entiérement remplie de poix. On ſe ſert d'un grand pinceau de peintre, fait avec du poil d'écureuil, pour répandre ce vernis également ſur la ſoye, ſur-tout lorſqu'elle commence à en être pleine. Il faut alors le laiſſer repoſer pendant quelques jours pour donner le tems à l'eſprit de vin de ſe bien évaporer & à la poix de ſe durcir, avant que de rien faire; ſi vous n'attendez pas aſſez long-tems, la poix ſe fondra dans la ſoye ſans ſe diſſoudre dans l'eſprit de vin. Il faut pour cela étendre une ſeconde ſoye déliée au-deſſus de la premiere, mais il ne faut pas être curieux du choix de cette ſoye; & ayant fait chauffer le

tout

tout enſemble autant que la ſoye ou le verre le pourront ſupporter, on y verſera un peu de poix fondue (qu'on aura fait paſſer auparavant au travers d'un chiffon) autant qu'il ſera néceſſaire pour remplir l'eſpace entre les deux ſoyes; on la tiendra chaude pendant quelque tems, juſques à ce que la poix paroiſſe s'être répandue d'elle-même par tout uniformément. Si vous trouvez qu'elle ne puiſſe pas ſe répandre toute dans la ſoye ſupérieure, mais qu'elle s'éleve au-deſſus en certains endroits, c'eſt une marque que vous y avez trop verſé de poix, & il faut la tirer de ces endroits-là, pendant qu'elle eſt encore liquide, avec un drap chaud que vous appuyerez deſſus. Lorſque le tout ſe ſera refroidi, vous en ôterez la ſoye extérieure, & vous couperez les bords inutiles du taffetas intérieur. Pour ôter la poix ſuperflue, lorſqu'elle ſe trouve trop épaiſſe, & pour réduire le tout à une ſurface régulière, il faut la frotter dans le baſſin de cuivre avec un peu d'eau & de ſavon, juſques à ce que la couleur en ſoit d'un brun très foncé: alors vous laverez de nouveau tout cela; & vous répéterez la même opération avec un peu plus d'eau & de ſavon, juſques à ce que le tiſſu de la ſoye paroiſſe par-tout auſſi uniforme qu'il eſt poſſible. Comme cet ouvrage demande du tems, on peut l'abréger, en verſant quelques gouttes d'eſprit de vin dans le ſavon, & dans l'eau (ce qui facilitera la diſſolution & enlevera la poix un peu plus vîte) juſques à ce qu'on arrive au but propoſé; s'il y a des endroits où la poix ſoit très épaiſſe, on peut l'enlever avec un couteau bien tranchant.

Conſerver & réparer le poliſſoir.

797. On doit défendre avec ſoin ce poliſſoir de toute pouſſière & limaille de métal, & ſur-tout de l'émeri & des limures trop dures, & ainſi l'on ne doit pas s'en ſervir dans l'endroit où l'on travaille avec ces matières. Après qu'un poliſſoir a ſervi pendant quelque tems, il eſt plus propre à polir les métaux, qu'au commencement; il faut pour cela en laver la ſurface dans le baſſin, comme auparavant, avec du ſavon & de l'eau, & y paſſer deſſus deux ou trois fois avec un pinceau la diſſolution de la poix dont on a parlé ci-devant, en procédant de même, excepté qu'il ne faut plus verſer de l'eſprit de vin dans le ſavon & dans l'eau, & qu'il n'eſt pas néceſſaire de réitérer l'opération plus d'une ou deux fois.

Adoucir le métal.

798. On peut maintenant commencer à donner au miroir ſa vraie figure ſur les pierres à aiguiſer, en le frottant alternativement ſur ces pierres avec le baſſin de cuivre, juſques à ce que l'un & l'autre ſoit également brillant; on fixera auparavant au milieu du deſſous de ce miroir un petit manche fort court, ſeulement avec de la poix paſſée au travers d'un chiffon: car c'eſt celui de tous les maſtics qui paroit le moins capable de faire plier les métaux, lorſqu'on leur attache ces morceaux.

Donner au métal la courbure du poliſſoir.

799. Le poliſſoir étant arrêté de la maniere la plus convenable pour pouvoir y travailler, il faut frotter le métal, ou plutôt le baſſin de cuivre avec un peu de potée délayée bien fine & de l'eau pure, après lui avoir auſſi donné ſa figure ſur les pierres; enſuite ſi l'on trouve qu'il ſe poliſſe inégalement, c'eſt-à-dire, plus ou moins vers les bords que dans le milieu, c'eſt une marque que le baſſin de cuivre & le métal ſont plus ou moins concaves qu'il ne faut pour répondre à la convexité du poliſſoir, & il faut le réduire à la courbure de celui-ci, plutôt que d'entreprendre d'altérer la figure du poliſſoir; ce qui ſeroit beaucoup plus difficile & plus pénible. Si le miroir paroit trop plat, il faut travailler le baſſin de cuivre plus grand ſur les pierres à aiguiſer pendant quelque tems, en tenant ſon centre près de leur circonférence par un mouvement circulaire, mais en finiſſant dans 4 ou 5 minutes par un mouvement tel qu'on l'a décrit ci-devant (art. 794) Apres quoi on donnera de nouveau la figure au métal ſur les mêmes pierres, & on l'éprouvera ſur le poliſſoir. Si le métal eſt trop concave, il faudra applatir la ſurface des pierres en la frottant dans ſon milieu avec la petite platine de cuivre, ou avec le mauvais métal dont on a parlé ci-devant, par un mouvement direct, mais fort court, de maniere qu'on ne faſſe qu'atteindre leur circonférence avec le bord de cette platine; enſuite on travaillera le plus grand baſſin ſur ces pierres de la même manière, & à la fin le métal que l'on veut polir Lorſque l'on trouve que le baſſin de cuivre & les pierres, &c. répondent à la courbure du poliſſoir, il faut alors examiner plus ſcrupuleuſement la figure du miroir, pour éviter la perte du tems & du travail en achevant de polir une figure imparfaite.

800. Placez le miroir dans une ſituation verticale ſur une table à 3 ½ ou 4 pieds au-deſſus du pavé. Ayez ſur une autre table, une chandelle dont la flamme ſoit à peu-près à niveau du milieu du miroir, & fort proche du centre de ſa concavité. A un demi-pouce environ de la flamme, placez une platine d'étain ou de cuivre mince d'environ 3 pouces de large & de 4 ou 5 de hauteur, avec différents trous vers ſon milieu de différentes grandeurs & figures, dont quelques-uns ſoient auſſi petits que la pointe d'une aiguille fine, & dont les plus grands ſoient à peu-près de la grandeur d'un grain de moutarde; obſcurciſſez la chambre, & faites mouvoir cette chandelle avec ſa platine ſur la table, juſques à ce que la lumière qui vient de la partie la plus brillante de ſa flamme, en paſſant par quelques-uns des plus grands trous vers le miroir, en ſoit réflechie de manière à former les images de ces trous auprès de l'un des bords de cette platine mince; ces images ſeront viſibles en ce cas (quoique le miroir n'ait d'autre poli que celui qui lui vient des pierres à aiguiſer), ſi on les reçoit ſur un carton blanc épais auprès du bord de la platine, & ſi l'on noircit l'autre ſurface du carton, de manière que la chandelle ne puiſſe pas briller au travers, & que l'œil ſoit auſſi défendu par un écran contre la la lumière directe de la chandelle. Si l'on trouve quelque difficulté à diſtinguer ces images, on n'a qu'à ôter la platine, & l'on verra aiſément l'image de toute la flamme. Ayez un oculaire dont le foyer ſoit un peu plus grand que le double de celui que vous deſtinez à votre inſtrument, lorſqu'il ſera fini: vous pouvez en éprouver pluſieurs à diſcrétion, faites-le porter par un petit guéridon mobile ſur la table, & qui ſoit capable d'élever ou d'abaiſſer l'oculaire, ſelon que l'exige la hauteur de la flamme, & de lui faire prendre toutes ſortes de directions. Par ce moyen vous mettrez l'oculaire dans une telle poſition, que la lumière qui paſſe par quelqu'un des trous après ſa réflexion faite par le miroir, tombera perpendiculairement ſur la ſurface de l'oculaire; & faites enſorte que ſa diſtance au miroir ſoit telle, qu'on puiſſe voir au travers diſtinctement les images des trous auprès du bord de la platine mince, par la lumière qui vient immédiatement du miroir; conduiſez la chandelle & la platine mince d'une main avec le guéridon qui porte

Trouver le rayon de la ſphère du métal.

Fig. 482.

l'oculaire de l'autre, juſques à ce que vous puiſſiez voir diſtinctement en même tems, au travers de l'oculaire, le bord de la platine mince & l'image de l'un des trous tout auprès d'elle. Meſurez exactement la diſtance du milieu du miroir à la platine mince directement contre la flamme, & auſſi la diſtance au bord vers lequel vous voyez l'image du trou. Si ces meſures ſont les mêmes, elles vous donneront le rayon exact de la concavité de votre miroir & la courbure qui convient à tout autre qu'il faudra polir ſur votre poliſſoir, quoique cette diſtance ſoit ſuſceptible d'un peu plus ou d'un peu moins; ſi ces deux meſures différent entr'elles, vous prendrez la meſure moyenne.

Examiner la figure du métal.

801. Vous pouvez auſſi maintenant juger de la perfection de la figure ſphérique de votre métal par la diſtinction de l'image des trous avec leurs bavûres, pouſſieres & petits poils, & vous ſerez en état d'en juger plus exactement, & de découvrir les défauts particuliers de votre miroir, en plaçant l'oculaire de maniere que vous puiſſiez voir l'un des plus petits trous dans ſon axe ou près de ſon axe, & enſuite pouſſant tour à tour un peu en avant vers le miroir & en arrière, pendant que la chandelle & la platine reſtent dans la même place. Par ce moyen vous verrez de quelle maniere la lumière qui vient du métal ſe réunit en un point pour former les images, & s'ouvre enſuite après avoir paſſé ce point. Si l'aire de la lumière, préciſément à meſure qu'elle s'approche ou qu'elle s'éloigne de ce point, ne vous paroit pas ronde, mais ovale, quarrée ou triangulaire, &c. c'eſt une marque que les ſections de la ſurface du miroir par ſes différents diamétres n'ont pas toutes la même courbure. Si la lumière, préciſément avant que de ſe réunir à un point, ſe trouve avoir un cercle plus brillant tout autour de la circonférence & une plus grande obſcurité auprès du centre, qu'après qu'elle s'eſt croiſée & qu'elle eſt partie de ce point; c'eſt une preuve que la ſurface eſt plus courbe vers la circonférence & plus applatie autour du centre, comme celle d'un ſphéroïde applati vers les extrémités de ſon axe, & les mauvais effets de cette figure ſeront plus ſenſibles, lorſque le miroir ſera appliqué au téleſcope; mais ſi la lumière paroît plus embrumée & indéterminée auprès de ſes bords, & plus claire dans ſon milieu avant que de ſe réunir, qu'après ſa réunion, le métal eſt alors plus

courbe vers ſon centre & moins courbe vers ſa circonférence ; & s'il étoit dans un degré convenable, il s'approcheroit de la figure parabolique, mais on ne peut parvenir à en bien juger que par l'expérience.

Précaution à prendre.

803. En faiſant l'examen précédent, on doit faire réfléchir l'image auſſi près du trou que l'œil le peut permettre en s'approchant de la chandelle, afin que l'obliquité de la réflexion n'occaſionne aucune erreur ſenſible. Il faut pour cela défendre l'œil de la lumière directe de la chandelle, & l'on peut écarter plus efficacement la clarté éblouiſſante capable de troubler l'obſervation, en plaçant une platine avec un petit trou dans le foyer antérieur de l'oculaire auprès de l'œil. A eſt le miroir, B la chandelle & la platine avec les petits trous, C le tuyau avec l'oculaire & la platine par derrière.

Circonſtance différente.

803. Au lieu de la flamme d'une chandelle & de la platine avec ſes petits trous, j'ai employé quelquefois un morceau de verre épais attaché à des globules d'argent vif, répandus ſur un cuir où je les avois fait tomber comme de la roſée ; je plaçois cette glace auprès d'une fenêtre, & le miroir à quelque diſtance dans la chambre, de manière qu'il étoit avec tout ce qui l'environnoit dans l'obſcurité autant qu'il étoit poſſible. La lumière de la fenêtre étant réfléchie par les globules de mercure, paroiſſoit comme autant d'étoiles, & tenoit la place des petits trous, avec cet avantage que la réflexion du métal pouvoit ſe faire à fort peu près à angles droits.

Corriger la figure du métal.

804. Si l'on n'eſt pas ſatisfait de la figure du métal, il faut travailler les pierres à aiguiſer avec l'eau & le baſſin de cuivre pendant 2 ou 3 minutes, en lui donnant le mouvement dont on a parlé ci-devant (art. 794). Enſuite on travaillera le métal & les deux baſſins par un mouvement ſemblable, & la longueur du coup ſera telle que ſon bord arrive environ à $\frac{1}{3}$ ou $\frac{1}{4}$ de ſon diamètre au delà de celui du pavé de pierre de part & d'autre ; conduiſez-le de même tour à tour, à droite & à gauche à la même diſtance, continuez ce travail pendant environ 5 minutes, ſans preſſer le métal ſur les pierres autrement que par ſon propre poids, & faites attention que plus ſouvent on lavera les pierres de la boue, plus la figure ſphérique du miroir ſera communément exacte ; mais en laiſſant un peu de cette boue ſur les pierres,

il a paru quelquefois qu'elles donnoient au métal une figure parabolique. Je la lui ai auſſi donnée en finiſſant par une eſpéce de mouvement ſpiral du centre du métal auprès de la circonférence des pierres, de la manière qui eſt repréſentée dans la figure, pendant environ une demi-minute.

Fig. 161.

Signes d'un mauvais métal.

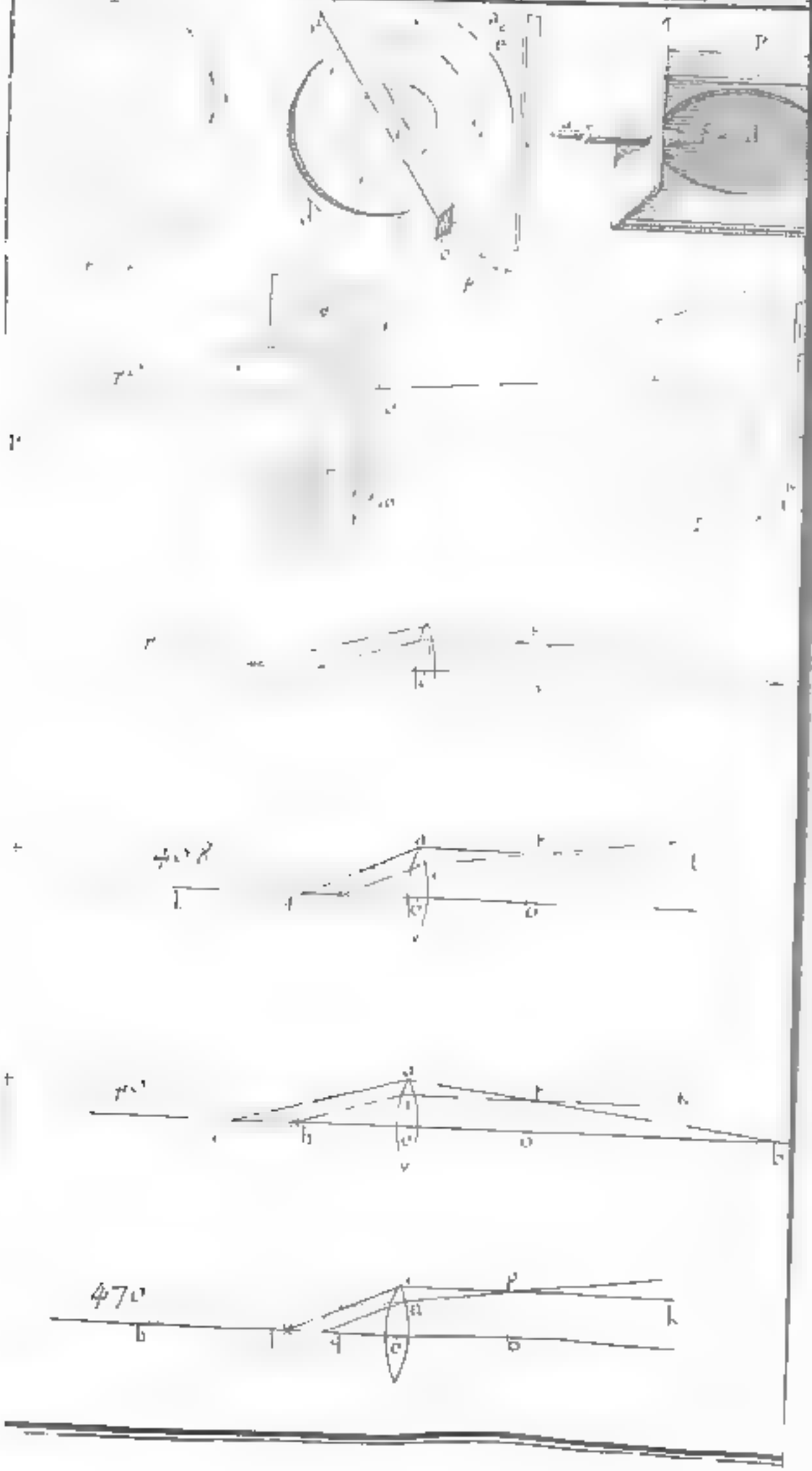
805. Si après pluſieurs épreuves le métal paroît toujours avoir le même défaut & qui réponde à la même partie de ce métal, c'eſt une preuve d'une dureté inégale dans ſes différentes parties, laquelle ſera cauſe que ce miroir n'arrivera que très-difficilement à ſa perfection. En travaillant le baſſin ou le métal ſur les pierres, il y paroit ſouvent de petites taches, beaucoup plus noires & plus dures que le reſte; il faut les ôter auſſitôt qu'elles paroiſſent.

Polir le métal.

806. Lorſque vous êtes content de la figure, il faut achever de polir le métal ſur le taffetas avec très-peu de potée, qui ſoit délavée dans une grande quantité d'eau. Avant que d'employer la potée, il faut obſerver en la tenant fort obliquement entre vos yeux & la lumière, ſi elle a des rayes qui la traverſent & qui paroiſſent plus éclatantes que le reſte. Si cela eſt, il faut que le mouvement du métal en le poliſſant ſoit directement en travers de ces rayes, & non pas ſelon leur longueur, ni par un mouvement circulaire. A d'autres égards on doit garder les mêmes regles qu'on a données ci devant pour ſon mouvement ſur les pierres, ſans oublier qu'après 15 ou 20 coups il faut le tourner chaque fois ſur ſon axe d'environ $\frac{1}{15}$ ou $\frac{1}{20}$ d'une révolution. A meſure que le poliſſoir devient ſec, on trouve que le métal s'attache plus, & ſe meut plus difficilement, & alors il ſe polit plus vîte, & il prend plus de luſtre. Il faut ſeulement prendre garde qu'il ne devienne pas aſſez ſec pour que le métal coupe le taffetas ou l'enleve, ou que la poix & la potée s'y arrêtent çà & là en petits grumeaux; car ſi cela arrivoit, le métal perdroit à l'inſtant la figure. Auſſitôt donc que le taffetas paroit ſec dans quelqu'un de ſes bords, il faut toucher cet endroit là avec le bout d'une plume trempée dans l'eau pure. On peut ſe ſervir de la même potée au moins pendant une demi-heure. Auſſitôt que vous en changez, il faut bien laver l'ancienne, pour la faire diſparoître, & frotter la nouvelle avec votre baſſin de cuivre, pour voir

1.5.127

Planche 3



s'il n'y auroit pas quelques particules groſſières ou graveleuſes, & on les enlevera de peur qu'elles ne faſſent des rayes ſur le métal. Enſuite plaçant le bord du miroir tant ſoit peu ſur le bord du poliſſoir, lorſqu'il eſt bien couvert d'eau, on le gliſſera vers le milieu, & l'on recommencera de polir. Moins on uſe de potée dans le même tems, plus l'ouvrage avance lentement; mais ſi l'on en uſe trop, on détruit un peu la figure du miroir tout autour de ſes bords. Il ne faut pas employer une grande force pour le preſſer, mais s'il a 5 ou 6 pouces de diamètre ou plus, il eſt trop pénible de polir ſans quelque eſpèce de machine. On peut employer celle que Mr *Hughens* décrit dans le traité dont on a parlé (art. 774), ſur-tout ſi l'on y ajoute quelque invention pour empêcher que le métal ne tourne irrégulièrement ſur ſon axe, & pour rendre l'ouvrier maître de la machine quant au mouvement latéral.

REMARQUE.

Sur l'art. 806. Comment on éclaircit un miroir terni.

Voici la méthode de M. *Hearne* pour éclaircir un miroir terni. Prenez un peu de la plus forte leſſive de ſavon dans les ſavonieres; & ayant placé le miroir ſur une table avec ſa ſurface tournée en haut, verſez-y autant qu'elle pourra contenir de cette leſſive & laiſſez-la environ une heure; frottez-le enſuite doucement avec un taffetas ou avec de la mouſſeline, juſques à ce qu'il n'y ait plus de leſſive, verſez-y enſuite un peu d'eſprit de vin & frottez-le à ſec avec un autre morceau de taffetas ou de mouſſeline, ſi après cela le miroir reſte encore terni, il faut le polir de nouveau. On peut en ôter quelques taches legères avec le ſeul eſprit de vin.

CHAPITRE III.

Manière de centrer un Objectif.

807. UN objectif circulaire eſt bien centré, lorſque le centre de ſa circonférence eſt placé dans l'axe du verre (art. 38), & il eſt mal centré, lorſque ce centre eſt hors de l'axe. Ainſi ſoit *d* le centre de la circonférence d'un objectif *a b c*, & *e* le point où ſon axe coupe ſa ſurface ſupérieure. Si les points *d* & *e* ne ſe confondent pas, le verre eſt mal centré, Fig. 464.

Soit *afg* le plus grand cercle que l'on puiſſe décrire autour du centre *e*, ſi l'on coupe tout le bord du verre qui eſt hors de ce cercle, le verre ſera bien centré. On peut trouver en différentes manières le centre *e* qui eſt dans l'axe du verre; mais la ſuivante me paroît la meilleure.

Fig. 465. 808. Ayez deux petits tubes cylindriques tournés en bois ou en cuivre, & faites entrer ſi exactement la convexité du petit dans la concavité du grand, qu'il tourne aiſément dans le grand, mais ſans vaciller, & que les plans des baſes de ces tubes ſoient exactement perpendiculaires à leurs côtés. Placez la baſe du petit tube ſur une platine polie de cuivre ou ſur une planche de bois également épaiſſe par-tout, & décrivez ſur cette planche tout autour de la circonférence de la baſe un cercle; cherchez enſuite le centre de ce cercle après avoir tiré le tube, & de ce centre décrivez ſur la planche un plus grand cercle. Ces deux cercles doivent être tellement proportionnés, que l'un ſoit un peu plus grand & l'autre un peu plus petit, qu'aucun des verres qu'on veut centrer par leur moyen. Enſuite ayant creuſé tout le bois en dedans du petit cercle, on placera l'extrêmité du tube dans ce trou, & on l'y arrêtera avec de la cole, enſorte que la baſe du tube ſoit dans la ſurface de la planche. Après quoi ayant arrêté le grand tube très-fortement dans un trou qu'on aura fait au volet d'une fenêtre, & ayant obſcurci la chambre, on placera le verre qu'on veut centrer ſur la planche fixée au plus petit tube; & ayant placé ſon centre auſſi près du centre du trou qu'on pourra le conjecturer, on le fixera à la planche avec deux ou trois morceaux de poix ou de ciment autour de ſa circonférence. On fera alors entrer le petit tube dans le grand, auſſi avant que l'on pourra, & on lui préſentera un écran de papier blanc pour recevoir les images des objets qui ſont devant la fenêtre; lorſqu'elles paroîtront bien diſtinctes ſur l'écran, on fera tourner le petit tube autour de ſon axe, & ſi le centre du verre ſe trouve dans cet axe, l'image reſtera parfaitement en repos ſur l'écran; s'il n'y eſt pas, chaque point de l'image décrira un cercle. Marquez avec un pinceau le point le plus haut & le plus bas de chaque cercle, décrit par quelque point remarquable dans la partie de l'image qui paroît la plus diſtincte, & lorſque

ce point

ce point de l'image ſera arrivé à la marque la plus haute, vous arrêterez le mouvement circulaire, & le tenant dans cette poſition, vous abaiſſerez l'objectif juſques à ce que ce point tombe exactement au milieu entre les deux marques. Faites tourner de nouveau le tube, & ce point de l'image reſtera en repos, ou décrira un cercle beaucoup plus petit qu'auparavant. Vous le réduirez au repos en répétant la même opération. Je dis donc que le centre de réfraction (art. 228) du verre, eſt dans l'axe du tube, & par conſéquent à diſtances égales de la circonférence du grand cercle décrit ſur la planche à laquelle il eſt fixé. Mais pour décrire un cercle ſur le verre *f g h* autour de ſon centre de réfraction, prenez une longue regle de cuivre déliée *a c b* & pliée à angles droits à chaque bout, comme on voit dans la figure, laiſſant entre deux un eſpace égal en longueur au diamètre du grand cercle *a d b e* qu'on avoit décrit ſur la planche. Limez les extrêmités quarrées de la regle, de manière qu'il n'y reſte qu'une petite pointe ronde dans le milieu de chacune. Enſuite l'ayant portée ſur le verre le long d'un diamètre du grand cercle *a d b e*, faites deux trous dans la planche pour y recevoir les pointes *a*, *b*, & cherchez le centre de ce cercle ſur la longue regle. De ce centre *c* décrivez un cercle auſſi grand que vous pourrez ſur le verre qui eſt deſſous, avec un compas terminé par une pointe de diamant; uſez dans un moule d'oculaire bien profond tout le bord de l'objectif juſques à ce cercle *f i k*; & alors il ſera bien centré. Si la poix ou le ciment eſt trop doux pour empêcher le verre de gliſſer pendant que l'on décrit le cercle, il faut l'arrêter avec de la cire ou un ciment plus fort. Fig. 465.

809 Pour rendre raiſon de cette pratique, la figure 444 repréſente la ſection de l'objectif *k l m*, de la planche *a b*, des tubes *c d*, *h i* & du volet de la fenêtre *n o*. Imaginons que le plan de cette ſection ou de la figure paſſe par *c*, qui eſt un point de l'objectif qui ne change pas de place, pendant que tout le reſte tourne tout autour par le mouvement du tube. Faiſons le paſſer auſſi par *l* centre de réfraction dans le verre, & qu'il coupe un objet dans la ligne P Q R. Soit un pinceau de rayons qui viennent du point Q ſe réunir au foyer *q* ſur l'écran S T; les points Q, *l*, *q*, ſeront dans Raiſon de cette pratique. Fig. 444.

une ligne droite décrite par l'axe ou principal rayon du pinceau (art. 228). Menez Qef qui coupe l'écran en f, & pendant que le tube tournera circulairement, la ligne Qlq décrira une surface conique, dont l'axe est la ligne immobile Qef. Donc le foyer q ou image du point Q décrira un cercle qgx autour de f que l'on trouvera sur l'écran en divisant également l'intervalle qx compris entre le point le plus haut & le plus bas du cercle. Mais comme f est le centre de ce cercle, de même e est le centre d'un autre cercle décrit par l : Donc en abaissant le verre kl le long de la surface de la planche ab, jusques à ce que l'image q tombe sur la marque f, le point l descendra en e, centre du mouvement, & alors il sera dans l'axe du tube, & par conséquent à distances égales de la circonférence du cercle décrit sur la planche ab D'où il suit évidemment que l'image q sera en repos dans le point f.

810. Dans la pratique, il n'est pas nécessaire pour l'exactitude que le point Q soit dans l'axe du verre. Car dans la fig. 61, si l'on fait tourner le verre K L M autour de son axe QLq, l'image p de chaque point collatéral P restera en repos; parce que les points P, L sont en repos, & que l'axe PLp du pinceau oblique est une ligne droite.

811. Le principal avantage d'un verre bien centré, est que les rayons qui viennent par une ouverture donnée, lorsque leur centre se confond avec l'axe du verre, forment une image plus distincte que si ce centre étoit hors de l'axe, parce que les aberrations des rayons par rapport au foyer géométrique du pinceau, sont comme les distances de leurs points d'incidence au centre des réfractions dans le verre. (art. 325).

Examiner si un objectif est bien centré.

812. Si l'on reçoit l'image de l'objet sur le côté non poli d'un morceau de verre plan, au lieu du papier S T, on distinguera plus exactement son mouvement en le considérant avec une loupe par derrière, comme dans un téleſcope où les fils qui se croisent sont ordinairement placés sur un trou que l'on met à la place de ce verre plan non poli. Par conséquent, comme les objectifs sont ordinairement enfermés dans des boîtes qui sont arrêtées à vis au bout du tube, on peut examiner s'ils sont bien centrés, en fixant le tube & observant, lorsque la boîte n'est pas attachée à vis, si les fils restent fixes sur les mêmes lignes d'un objet vû par le téleſcope.

813. Dans l'application des téleſcopes aux inſtruments aſtronomiques & à pluſieurs autres deſſeins, il eſt abſolument néceſſaire de fixer exactement ſur l'image d'un objet le plan des fils qui ſe croiſent ; ce que l'on fera aiſément, ſi l'on fait attention aux propriétés ſuivantes. 1°. Si l'intervalle entre les deux verres convexes du téleſcope eſt tellement ajuſté que l'objet y ſoit vû diſtinctement, & ſi les fils y paroiſſent confus, ils paroîtront danſer ſur l'objet, pendant que l'œil ſera mû de côté ou d'autre, & ſi en danſant ils paroiſſent ſe mouvoir du même côté que l'œil, il faut qu'ils ſoient derrière l'image de l'objet ; s'ils ſe meuvent du côté oppoſé, ils ſont en devant de l'image, & il faut les éloigner en conſéquence juſques à ce qu'ils paroiſſent diſtincts, & alors ils paroîtront fixes ſur l'objet malgré le mouvement de l'œil. 2°. Si l'intervalle entre les fils & l'oculaire eſt bien ajuſté, de manière que les fils paroiſſent diſtincts, alors ſi l'objet paroît confus, il paroîtra encore danſer pendant que l'œil ſe meut de côté ou d'autre, & ſi en danſant, il ſe meut du même côté que l'œil, ſon image ſera derrière les fils ; s'il ſe meut du côté oppoſé, elle ſera devant les fils, & pour l'amener aux fils, il faudra mouvoir ou l'objectif, ou même les fils & l'oculaire enſemble. Dans ces deux cas, c'eſt l'objet confus, (car on peut ainſi appeller les fils) qui paroît ſe mouvoir & l'objet diſtinct qui eſt immobile. Car un objet paroît fixe à un homme qui eſt en mouvement, par exemple, qui ſe promene, lorſqu'il y fixe les yeux, & qu'il le voit diſtinctement, pendant que le reſte qui eſt trop près ou trop loin, lui paroît confus & en mouvement ; ce qui n'a pas beſoin d'explication. Mais pour en faire l'application au téleſcope, ſoit h l'interſection des fils & $h\,i\,k$ un pinceau de rayons qui en découlent, lequel après la réfraction dans l'oculaire $e\,a\,i$ appartient au foyer k, ſoit qu'il ſoit à une diſtance finie ou infinie. Soit $h\,e$ l'axe de ce pinceau qui coupe l'objet en Q & ſon image en q, & que les rayons émergents du pinceau $q\,a\,b$, venant de q coupent les rayons émergents du premier pinceau au point p, & appartiennent au foyer b, à une diſtance finie ou infinie. Si maintenant l'œil eſt placé dans quelque point o de l'axe commun de ces pinceaux, les points h, Q paroîtront dans la même direction $o\,e$; mais ſi l'œil ſe meut à côté de o

Placer le réticule au foyer du téleſcope.

Fig. 467 juſques à 470.

en p, le point Q paroîtra dans la direction pa & le point b dans la direction pi (art. 102). Par où l'on voit aſſez la raiſon des deux cas précédents, ſi l'on fait attention aux figures. Enfin pendant que les foyers h, q ſont ſéparés, l'inclinaiſon mutuelle des rayons émergents dans un pinceau, doit être différente de l'inclinaiſon mutuelle des rayons émergents dans l'autre pinceau, & ainſi les humeurs de l'œil ne peuvent pas s'ajuſter de manière à ramaſſer les rayons dans les deux pinceaux à deux points différents & diſtincts. Si l'un eſt diſtinct, l'autre ſera confus & dans un point différent de la rétine, excepté lorſque l'œil eſt dans l'axe. Mais lorſque les foyers h, q ſont réunis, les foyers k, b des rayons émergents le ſont auſſi, & par conſéquent les rayons coincidents des deux pinceaux ſe réuniront dans le même point de la rétine, en quelque endroit que la prunelle de l'œil ſoit placée, & les points correſpondants de l'objet & des fils paroîtront fixes les uns à l'égard des autres ſans aucune parallaxe.

Détermination de la diſtance du foyer.

814. Ayant ainſi placé les fils, il eſt bon de meſurer leur diſtance à l'objectif; ce qui eſt le moyen le plus exact de trouver la diſtance du foyer, ſi l'objet eſt fort éloigné. Et pour conſerver cette diſtance toujours la même en quelque endroit que le téleſcope ſoit employé, il eſt à propos d'avoir des marques à l'extrémité de chaque jointure du tube. Car alors quelque oculaire que l'on emploie, l'objet & les fils paroîtront diſtincts en même tems & ſans parallaxe.

Ce que c'eſt que la ligne de foi.

815. La ligne menée de l'interſection des fils au centre des réfractions dans l'objectif (art. 228), ſoit qu'elle ſe confonde avec l'axe du verre, ou qu'elle lui ſoit inclinée, ſe nomme ligne de foi ou ligne viſuelle. Parce que cette ligne prolongée tombe ſur le point de l'objet, dont l'image ſe trouve ſur l'interſection des fils, & par conſéquent le rayon rectiligne qui décrit cette ligne, répond au rayon viſuel par lequel nous viſons à un objet avec des pinnules ſimples. Lorſque donc l'objectif & les fils ſont attachés ſolidement dans un tube fort ou ſur une regle droite, il eſt évident que la ligne viſuelle eſt auſſi immobile par rapport au tube, que ſi l'on ſubſtituoit deux petits trous ou pinnules ſimples à la place de l'interſection des fils & du centre des réfractions dans l'objectif.

816. Pour rendre la ligne viſuelle parallele à une ligne donnée ſur le plan d'un inſtrument, il faut attacher fortement l'objectif, & donner deux mouvements dans ſon propre plan à la platine qui porte les fils croiſés par le moyen de deux vis perpendiculaires l'une à l'autre; par là on pourra porter à un point donné de ce plan, l'interſection des fils. Ces mouvements s'exécutent par le moyen de trois platines de cuivre placées les unes ſur les autres. Celle du deſſus ayant un trou circulaire ſur lequel les fils ſont tendus, gliſſe au-deſſus de celle du milieu dans la direction d'un trou oblong pratiqué dans celle-ci, & les deux enſemble gliſſent de droite à gauche au-deſſus de celle qui eſt en deſſous, & où il y a un trou ovale aſſez grand Je vais décrire ces platines plus en détail dans un ordre contraire De chaque côté du trou ovale au milieu de la dernière platine R dont on vient de parler, il y a deux chaſſis de cuivre *m*, *n* fortement rivés pour recevoir dans leur rainure les côtés en queue d'aronde de la platine S & les extrêmités contigues de ces deux platines R, S ſont pliés à angles droits en *b* & *e*. On fait paſſer par un trou *b* au milieu de la partie tournée en haut de la plus grande platine R, une forte vis *a b c* dont l'extrêmité antérieure entre dans un trou *e* de l'autre platine S, & à l'extrêmité *c* de la vis *a b c* il y a une petite écroue qui reçoit la vis *d*; de ſorte qu'en tournant la vis *a b c* avec une eſpèce de clef de montre, on fait mouvoir la platine S en avant ou en arrière entre les deux chaſſis *m*, *n* La figure T repréſente deux autres chaſſis *o*, *p*, qui doivent être rivés ſur la platine S. Ces chaſſis ſont partie de la platine T tournée en haut à angles droits ſur eux. Dans cette partie, il y a une invention ſemblable à la première, d'une vis *a b c d* pour mouvoir une troiſième platine V entre les chaſſis *o*, *p*, à angles droits par rapport au premier mouvement. Les fils d'argent ſont tendus ſur le trou de la platine V par quatre petites chevilles, qui les arrêtent dans quatre petits trous. L'autre bout de la platine R oppoſé à la partie *b* qui porte la vis, eſt plié à l'équerre du côté oppoſé à la partie *b*, ou, ce qui revient au même, un chaſſis *c f* de la platine X plié en équerre eſt rivé derrière la platine R à l'extrêmité oppoſée à la vis *b*, & ſon autre chaſſis *g h* eſt rivé

Mechaniſme pour faire mouvoir les fils.

Fig. 472.

aux parois du tube du téleſcope, & les colliers des vis paſſent par de longues fentes dans ce chaſſis, pour laiſſer la liberté de le placer exactement à la diſtance convenable de l'objectif; & pour introduire tout cet appareil de cuivre dans le tube, on pratique deux grandes fentes à ſes deux côtés contigus, dont l'une peut ſe fermer avec un morceau de corne bien fin pour pouvoir éclairer les fils avec la lumière d'une bougie, lorſqu'on obſerve les petites étoiles pendant la nuit.

CHAPITRE IV.

Rectification des Pinnules téleſcopiques.

Rectification de la ligne de foi.

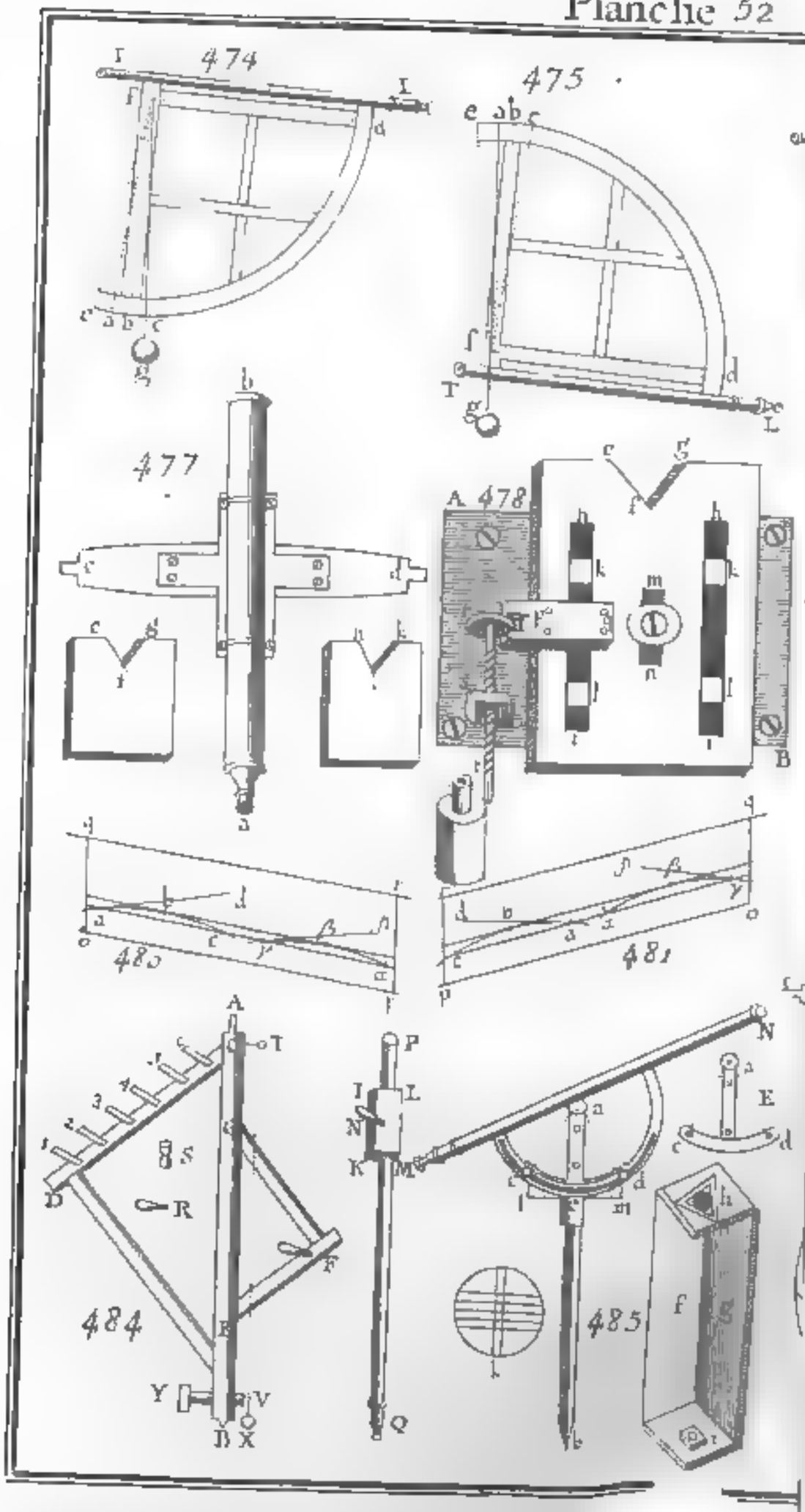
817. POUR rendre la ligne viſuelle d'un téleſcope mobile parallele à une ligne donnée Y Z ſur un plan fixe, il faut faire paſſer les extrémités du tube du téleſcope, ſoit qu'elles ſoient quarrées ou cylindriques par deux trous pratiqués dans deux platines quarrées *a b c d*, *e f g h*, qui ſoient exactement égales l'une à l'autre, & les arrêter ſi bien au tube que les côtés de l'une ſoient exactement paralleles aux côtés de l'autre, ce qui ſe fait aiſément en appliquant leurs angles *a*, *e* à la ligne donnée Y Z, & élevant deux lignes *a i*, *e k* perpendiculaires à celle-ci, ſur le plan donné; faiſant enſuite tomber exactement tous les côtés correſpondants comme *a b*, *e f* ſur ces perpendiculaires. Enſuite on obſervera le point d'un objet éloigné qui eſt couvert par l'interſection des fils, lorſque les angles *a*, *e* touchent la ligne donnée Y Z, & quel eſt de même l'autre point qui eſt couvert par la même interſection, lorſque les angles oppoſés *c*, *g* touchent la même ligne dans les mêmes points, c'eſt-à-dire, lorſque le téleſcope eſt tourné de haut en bas, ou qu'il a fait un demi-tour. Enſuite imaginant ces deux points de l'objet liés enſemble par une ligne droite, on pouſſera les fils croiſés par le moyen des deux vis juſques à ce que leur interſection paroiſſe diviſer également cette ligne, & répétant la même opération, on viendra bientôt à bout de faire couvrir le même point d'un objet par l'interſection des fils, lorſque les angles oppoſés des

Fig. 472.

206 9

5 :5

Planche 52



quarrés ſeront appliqués ſucceſſivement à la ligne Y Z, & alors la ligne viſuelle lui ſera parallele.

Pour rendre raiſon de cette pratique, on doit ſuppoſer que le centre de réfraction de l'objectif eſt dans quelque point *l* du quarré *a b c d*, & que l'interſection des fils eſt dans un autre point *m* du quarré *e f g h*. Sur le plan du premier quarré & par ſon centre *o*, menez la ligne *l o* λ, & prenez $o\lambda = ol$. Menez auſſi ſur le plan du ſecond quarré, & par ſon centre *p*, la droite $m p \mu$, & prenez $p\mu = pm$. Joignez *l m* & $\lambda\mu$, & ſuppoſant que *l n* & $\lambda\nu$ ſoient paralleles à l'axe *o p*, joignez *m n*, $n\nu$, $\nu\mu$. Puiſque donc les côtés reſpectifs autour des angles égaux *m p n*, $\mu p \nu$, ont été faits égaux, les lignes *m n*, $\mu\nu$ oppoſées à ces angles ſeront auſſi égales & paralleles. Mais les lignes paralleles *n l*, *p o*, $\nu\lambda$ prolongées tomberont ſur trois points d'un objet éloigné ſi unis enſemble, qu'ils ne paroîtront qu'un ſeul point dans le téleſcope, & par conſéquent les plans des triangles paralleles *l m n*, $\lambda\mu\nu$ prolongés, couperont le même objet en deux lignes paralleles, ſi unies enſemble qu'elles ne paroîtront qu'une ſeule ligne dans le téleſcope, & puiſque les angles *m l n*, $\mu\lambda\nu$ ſont égaux, l'interſection des fils qui étoit en *m*, & après un demi-tour en μ, couvrira deux points dans cette ligne également éloignés du point dont on a parlé & à ſes côtés oppoſés. Donc en éloignant cette interſection de *m* en *n*, elle paroîtra diviſer également l'intervalle entre ces deux points, & alors la ligne viſuelle *n l* ſera paralléle à l'axe *p o* & aux côtés du parallélepipéde, auſſi bien qu'à la ligne donnée Y Z. Fig 471.

818. Un téleſcope ainſi préparé peut ſervir en différentes occaſions; par exemple, s'il falloit rectifier les fils d'un téleſcope attaché à un inſtrument, enſorte que la ligne viſuelle devint parallele à une ligne donnée ſur le plan de l'inſtrument. On appliquera les angles des quarrés du téleſcope précédent à la ligne donnée, & obſervant quel point d'un objet éloigné eſt couvert par l'interſection de ſes fils, on fera mouvoir les fils du téleſcope fixe, de manière qu'ils couvrent le même point de l'objet, & tout ſera fait. Applications.

819. Mais on peut rectifier par un fil à plomb les pinnules téleſcopiques des quarts de cercle & des ſextants, dont on peut Rectification du quart de cercle.

aiſément placer les plans dans toutes les ſituations données. Voici ce qu'en dit *Mr. Molyneux* dans ſa dioptrique p. 238. Je viens à préſent à la rectification de ces pinnules ſur les quarts de cercle ou ſur les ſextants. On peut la faire ou avant, ou après que le limbe a été diviſé en degrés, &c. Si on la fait avant, nous ſuppoſerons le téleſcope T L fixé au quart de cercle dont on ſuppoſe l'arc un peu continué au-delà de 90 degrés. On choiſira un objet fort proche de l'horizon, & l'on obſervera le point de cet objet qui eſt marqué par l'interſection des fils; on remarquera en même tems fort exactement le point *c*, que le fil à plomb *f c g* ſuſpendu au centre *f* du quart de cercle, coupe ſur le limbe. Enſuite on renverſera le quart de cercle pour le mettre dans la ſituation de la figure 475 (ce qui ſe fait aiſément par les méthodes ordinaires de manier les grands quarts de cercle avec des demi-cercles dentés & des vis ſans fin), en tenant toujours le téleſcope T L exactement à la même hauteur ſur le terrain où il étoit auparavant, à moins que l'objet obſervé ne fut ſi éloigné que le rayon du quart de cercle ne fût la baſe que d'un angle inſenſible. Mais il eſt plus ſûr de tenir toujours le téleſcope à la même hauteur. Enſuite on le dirigera de manière que l'interſection des fils couvre exactement le même point de l'objet qu'elle couvroit auparavant dans la ſituation de la fig. 474, & ſuſpendant alors le fil à plomb *a f g* au limbe du quart de cercle, on le pouſſera en avant ou en arrière juſques à ce qu'on ait trouvé exactement le point *a*, d'où le fil étant ſuſpendu vienne tomber exactement ſur le centre *f* du quart de cercle. Alors marquant avec ſoin le point *a*, on diviſera l'arc *c a* en deux parties égales en *b*, & menant la droite *b f*, le point *b* ſera celui par où doit commencer la diviſion du quart de cercle, & la ligne viſuelle des pinnules téleſcopiques ſera exactement à angles droits ſur la ligne *b f*. De ſorte que le quart de cercle *b f d* étant achevé & diviſé, cette ligne viſuelle du téleſcope ſera exactement parallele à la ligne *f d*.

Fig. 474, 475.

820. En ſecond lieu, ſi l'on ſuppoſe que le quart de cercle *b f d* ſoit achevé & diviſé, & qu'il ſoit queſtion d'y placer le téleſcope fixe T L, de manière que la ligne viſuelle forme

exactement

exactement un angle droit avec la ligne bf, ou qu'elle ſoit parallele à df, on fera la même opération ; & ſi en diviſant l'arc ac on trouve que ſa moitié tombe exactement ſur le point b, tout eſt fait ; mais ſi elle s'écarte du point b & qu'elle tombe entre b & d, alors la ligne viſuelle du téleſcope forme un angle obtus avec la ligne bf, & l'inſtrument péche par excès. Si cette moitié tombe en-delà de b & d, la ligne viſuelle forme un angle aigu avec bf, & l'inſtrument péche par défaut ; & en répétant les opérations, on éloignera les fils du téleſcope autant qu'il ſera néceſſaire pour corriger cette erreur, & lorſqu'on les aura ainſi rectifiés, on les arrêtera fortement, ou même dans les obſervations que l'on prendra avec cet inſtrument, on pourra avoir égard à cette erreur en la retranchant (ſi c'eſt par excès) ou l'ajoutant (ſi c'eſt par défaut) dans chaque obſervation.

821 La raiſon de cette rectification eſt fort ſimple ; car il eſt clair que cfd s'écarte autant que afd du quart de cercle. Donc ac étant la différence des deux arcs dans les deux ſituations, la moitié de cette différence bc étant ajoutée dans la fig. 474 ou ab étant retranchée dans la fig. 475, produit un quart de cercle parfait bd

822. Si l'on trouve qu'un inſtrument donne des angles faux, & que l'on ſouhaite en connoître l'erreur plus exactement que ne pourroient faire peut-être les diviſions de l'inſtrument, voici ce qu'il y a à faire. En ſuppoſant que le quart de cercle afd ſoit déja diviſé exactement, & que le fil à plomb tombe ſur le point c ; ſi après le renverſement de l'inſtrument on trouve que pour faire jouer exactement le fil à plomb ſur le centre, il faut le ſuſpendre au point e, enſorte que l'arc eb ſurpaſſe bc de l'arc ea, il eſt clair que l'angle efa eſt l'erreur de l'inſtrument ; car ſi le fil à plomb ſuſpendu en a étoit tombé ſur le centre f dans cette dernière ſituation, l'inſtrument auroit été exact, parce que a eſt autant d'un côté de b, que e eſt de l'autre côté de b. Donc bfa étant l'angle d'erreur de l'inſtrument dans l'obſervation, nous n'avons qu'à remettre l'inſtrument dans ſa ſituation ordinaire, comme dans la fig. 474, & ſuſpendant le fil à plomb au centre f, il faut le faire tomber exactement ſur le point e, & obſerver l'objet éloigné qui eſt couvert par l'in-

terſection des fils ; enſuite on le ſera tomber exactement ſur le point *a*, & l'on obſervera de même l'objet éloigné qui eſt couvert par l'interſection des fils. Enfin avec un grand téleſcope & un micrometre on meſurera l'angle compris entre ces deux objets, ce qui donnera l'erreur de l'inſtrument avec beaucoup plus de préciſion qu'on ne l'auroit trouvée par les diviſions du limbe du quart de cercle.

Rectification d'un ſextant.

Fig. 476.

823. On rectifie un ſextant de la même manière, en faiſant attention que ſi du centre *f* on mene au commencement *d* des diviſions le rayon *fd*, & ſi on le diviſe également en *c*, ſi du point *c* on ſuſpend le fil à plomb *cb*, ce fil tombant ſur le 60ᵉ degré en *b*, la ligne *fd* eſt horizontale ; & par conſéquent ſi la ligne viſuelle dans le tube eſt parallele à *fd*, cette ligne eſt auſſi horizontale. Or pour le vérifier, pendant que le ſextant reſte dans cette ſituation, il faut obſerver l'objet marqué par l'interſection des fils, enſuite renverſer le ſextant & ſuſpendre le fil à plomb au point *b* ; ſi ce fil tombe ſur le milieu *c*, la ligne *fd* eſt encore horizontale dans cette ſituation. Voyez donc ſi l'interſection des fils couvre le même objet qu'auparavant ; ſi elle le fait, la ligne viſuelle eſt parallele à *fd* ; ſi elle ne le fait pas, & que le point de l'objet marqué dans cette dernière ſituation ſoit plus haut que celui marqué dans la premiere, l'inſtrument péche par excès ; s'il eſt plus bas, il péche par défaut, & dans les deux cas il faut mouvoir les fils juſques à ce qu'on ait le même point de l'objet, & les fixer, ou, par les méthodes précédentes, il faut chercher la quantité de l'erreur, & y avoir égard dans les obſervations.

Rectification d'un téleſcope mobile.

824. Dans les inſtruments qui ont deux paires de pinnules téleſcopiques, les unes fixes & les autres mobiles ſur l'alidade, il eſt aiſé de rectifier celles qui ſont ſur l'alidade en cette manière. Après avoir rectifié les pinnules fixes, comme ci-devant, on portera l'index de l'alidade mobile au commencement de la diviſion ſur le limbe de l'inſtrument, ſoit que ce ſoit un quart de cercle ou un ſextant, &c. Il eſt évident qu'alors la ligne viſuelle du téleſcope mobile (s'il eſt bien rectifié) ſera parallele à la ligne viſuelle du téleſcope fixe. Obſervez donc ſi l'interſection des fils dans les deux téleſcopes coupe dans le même tems la même étoile, ou ſi elle

tombe ſur le même point d'un objet éloigné de trois ou quatre milles. Si cela eſt ainſi, le téleſcope mobile s'accordant avec celui qui eſt fixe, & celui-ci étant ſuppoſé bien rectifié, le mobile l'eſt auſſi; mais ſi les fils du téleſcope mobile ne s'accordent pas à marquer le même point que marquent ceux du téleſcope fixe, il faut les mouvoir & les arrêter au même point

825. On a propoſé d'autres méthodes pour rectifier les pinnules téleſcopiques de toutes ſortes d'inſtruments par le moyen des obſervations vers le zénith, comme nos méthodes précédentes ont été employées vers l'horizon : mais ce que nous avons dit ici ſuffit, comme étant d'un plus grand & plus fréquent uſage ; nous renvoyons les autres méthodes au traité de M *Picard*, *ſur la meſure d'un degré d'un grand cercle de la terre*, imprimé à la fin des *Mémoires ſur l'hiſtoire naturelle des animaux*, *&c.* par l'Académie Royale des Sciences à *Paris*.

REMARQUE.

A ces méthodes de rectifier les pinnules téleſcopiques, M. *Molineux* a joint l'hiſtoire de la diſpute élevée à leur ſujet entre *Hevelius* & *Hook* [*Diopt. p. 2, ch. 5*], & il a fait voir que l'oppoſition d'*Hevelius* à ces ſortes de pinnules venoit principalement de ce qu'il s'en étoit formé une fauſſe idée, en croyant que la ligne viſuelle n'étoit pas plus longue que celle qui va du reticule à l'œil, au lieu que ſa vraie longueur doit ſe prendre de l'objectif au reticule. Le Dr. *Hook* auroit dû demontrer ce point eſſentiel pour engager *Hevelius* à employer ces pinnules au lieu des pinnules ſimples. Sur l'art. 825

CHAPITRE V.

Téleſcope méridional & ſes uſages.

826. ON appelle téleſcope méridional, un téleſcope *a b* fixé à angles droits ſur un aiſſieu *c d* & tournant autour de cet aiſſieu dans le plan du méridien. L'uſage ordinaire de cet inſtrument eſt de corriger le mouvement d'une pendule, en obſervant jour par jour le moment préciſ du paſſage du Soleil ou d'une étoile par le méridien. On Ce que c'eſt. Fig. 477.

l'emploie auſſi à d'autres uſages dont nous parlerons dans la ſuite.

Deſcription du téleſcope & de ſon aiſſieu.

827. L'aiſſieu *c d* eſt compoſé d'une forte platine de cuivre plus large au milieu que dans ſes extrêmités, en ayant une autre placée à l'un de ſes côtés par derrière, & ſoudée au milieu d'un bout à l'autre. Celle-ci eſt auſſi plus large au milieu que vers les bouts, afin qu'elle ne faſſe pas reſſort. A l'extrêmité de ces platines, on a ſoudé fortement deux piéces ſolides de cuivre, & le tout ayant été mis au tour, on a rendu les deux extrêmités ſolides parfaitement cylindriques & d'une épaiſſeur égale; on les a auſſi bien adoucies & polies avec de l'huile & des poudres convenables Sur la platine la plus large de l'aiſſieu, on a attaché une autre platine en forme de croix, l'une de ſes barres étant parallele & fortement attachée par des vis à l'aiſſieu. Les extrêmités de l'autre barre, étant perpendiculaires à l'aiſſieu, ont des coches demi-circulaires pour y recevoir le tube cylindrique du téleſcope. Ce tube eſt de cuivre afin qu'il ne plie pas, & il eſt fortement attaché à ces coches par deux demi-colliers de cuivre qui embraſſent le tube & ſont arrêtés à vis aux extrêmités de ces coches demi-circulaires, comme on le voit dans la figure. Les extrêmités cylindriques de l'aiſſieu *c d*, doivent être placées ſur deux coches angulaires *e f g* & *h i k* limées dans deux platines épaiſſes de cuivre, bien applanies & bien polies, afin que l'aiſſieu y tourne fort doucement. Pour rendre l'aiſſieu *c d* exactement perpendiculaire au plan du méridien, chacune des platines à coches angulaires peut ſe mouvoir par une vis, l'une en haut ou en bas, & l'autre de côté, en les faiſant gliſſer ſur les ſurfaces de deux autres platines de cuivre immobiles & fixées à deux piliers de pierre de taille.

Comment on peut mouvoir les ſupports.

Fig. 478.

828. Pour mouvoir la platine *e f g* en haut ou en bas, on y pratique deux rainures droites *h i*, & dans chacune en *k* & *l* on fait paſſer deux têtes quarrées de cuivre fortement rivées à la platine fixe A B qui eſt par derrière; ces têtes ſont exactement auſſi larges que les rainures qui gliſſent ſur elles. Au milieu, entre ces deux rainures, il y en a une troiſiéme plus courte *m n* qui leur eſt parallele & par où paſſe une grande

vis qui entre dans la platine de derrière. Cette vis a ſous ſa tête une platine ronde à reſſort. Par ce moyen on preſſe les platines l'une contre l'autre, ou bien on les relâche ſelon qu'il faut fixer ou mouvoir la platine à coche angulaire. Pour exécuter par degrés ce mouvement, *p q* repréſente une petite piéce d'une autre platine de cuivre, placée ſur la platine de devant & rivée au milieu de l'un de ſes côtés perpendiculaires. A l'extrêmité *p*, qui s'avance au-deſſus de ce côté, il y a une petite coche quarrée, qui reçoit la circonférence d'une petite platine circulaire *r*, ſemblable à la tête d'une vis, & arrêtée perpendiculairement à une longue vis *r s t*, qui eſt parallele au côté vertical de la platine à coche. Cette vis tourne dans une écroue qui eſt au milieu d'une piéce de cuivre fort épaiſſe *s* & fortement rivée à la platine de derrière. On la fait tourner avec une clef percée *v*, qui entre dans l'extrêmité quarrée de cette vis, & fait monter ou deſcendre par degrés la platine à coche *e f g* Enſuite on l'arrête plus fortement à la hauteur convenable en ſerrant la vis du milieu

On ſe ſert de la même invention pour faire mouvoir horizontalement la coche angulaire qui porte l'autre extrêmité de l'aiſſieu ; comme on peut l'imaginer en ſuppoſant la coche *e f g* coupée dans le côté oppoſé à la vis *r s t* & que ce côté eſt tourné en haut.

829. On rend l'aiſſieu horizontal ſur les coches angulaires par le moyen d'un niveau à bulle d'air. Ce niveau eſt compoſé d'un tube de verre *x x* de 5 ou 6 pouces de long. Ce tube n'eſt pas tout-à-fait droit, mais un peu courbé, & auſſi peu qu'il eſt poſſible. Il eſt rempli d'eſprit de vin (ou de quelque liqueur qui ne ſe gêle pas ou qui ne ſe corrompe pas), & on n'y laiſſe qu'une petite bulle d'air, laquelle par les loix de l'hydroſtatique monte toujours au point le plus élevé dans la cavité du tube. On place ce tube avec ſa convexité tournée vers le haut dans une longue boîte de cuivre faite exprès pour le recevoir, & il y eſt arrêté par un bon ciment. Cette boîte eſt placée ſelon ſa longueur ſur une longue regle *o p*, & par la platine du fond de la boîte un peu prolongée, on fait paſſer un clou à vis délié *x* pour pouvoir le tourner avec la main. Le bout de ce clou preſſant en deſſous la ſurface de-

Niveau à bulle d'air.

Fig. 479.

la regle, éleve ou abaiſſe par degrés cette extrêmité de la boîte, pendant qu'elle tourne ſur un petit aiſſieu vx de l'autre côté.

Aux extrêmités de la regle op on a attaché deux crochets de cuivre oq, pr, dont les plans ſont perpendiculaires à la longueur de la regle, ces crochets étant égaux en longueur ſont ſuſpendus aux extrêmités cylindriques de l'aiſſieu cd; l'intervalle entre les crochets étant de la longueur convenable pour pouvoir ſaiſir ces deux petits cylindres.

Fig 477.

Comment on nivelle l'aiſſieu.

830. Le chaſſis $poqr$ étant ainſi ſuſpendu à l'aiſſieu, on éleve ou l'on abaiſſe le tube du niveau en faiſant tourner la vis z, juſques à ce que l'on ait arrêté l'une des extrêmités de la bulle d'air en quelque point o, vers le milieu du tube, & l'on obſerve quelque point ſur le côté du tube qui ſoit oppoſé à ce point o. Enſuite on ôte le chaſſis $poqr$, & tournant ſes extrêmités du côté oppoſé, on le ſuſpend de nouveau aux cylindres. Si la bulle d'air reſte exactement au même point qu'auparavant, l'aiſſieu eſt bien horizontal; ſi elle ne vient pas au même point, il faut abaiſſer l'extrêmité de l'aiſſieu qui eſt du même côté du point marqué o, que la bulle d'air, ou élever l'autre extrêmité juſques à ce que la bulle ſoit environ à mi-chemin vers la marque o. Alors ayant marqué le nouveau point où elle s'arrête, on tranſportera de nouveau le chaſſis de l'autre côté, & l'on répétera la même opération juſques à ce que la bulle d'air reſte exactement au même point dans les deux poſitions du chaſſis. Au lieu de marquer ces points vis-à-vis de l'une des extrêmités de la bulle d'air, il vaut mieux avoir une pointe fine qui gliſſe ſur un fil de fer le long du haut du tube. Voici la raiſon de cette pratique.

Raiſon de cette pratique.

831. Soit un plan qui paſſe par l'aiſſieu qr & la marque a où la bulle d'air s'eſt arrêtée; que la courbe abc ſoit la ſection verticale du tube du niveau, & ſoit menée ac parallele à l'aiſſieu qr, qui coupe l'arc abc. Après que le chaſſis du niveau a été tranſpoſé, la corde ac de l'arc abc, ſera toujours ſituée en quelque endroit dans la même parallele à qr qu'auparavant; par exemple, en $\alpha\gamma$. Mais puiſque les extrêmités des cordes, ac, $\alpha\gamma$ ſont tournées de différents

Fig. 480, 481.

côtés dans la même ligne, il eſt clair que la marque *a* qui étoit le point le plus élevé de l'arc *acb* étant maintenant tranſpoſée en *α*, deviendra le point le plus bas du même arc dans la ſituation *αβγ*. Par conſéquent la bulle d'air ne peut plus reſter au point *α*, mais elle doit monter au point le plus haut de l'arc *αβγ*, qui ſera *γ*, ſi l'arc eſt circulaire. Car alors les tangentes *ad*, *γδ* des points *a* & *γ* ſeront paralleles entr'elles; & *ad* étant horizontale, *γδ* le ſera auſſi, & par conſéquent *γ* ſera le plus haut point. Soit *bβ* parallele à l'aiſſieu ou à la droite *aγ*, & qui touche l'arc *αβγ* en *β*. Il eſt évident que le point *β* ſera plus bas que *γ*. Donc en abaiſſant l'extrêmité de l'aiſſieu *qr*, qui eſt du même côté de la marque *a* que la bulle d'air en *γ*, le point *r* ſera auſſi abaiſſé, & ainſi la bulle d'air s'éloignera de *γ* vers *α* juſques à ce qu'elle ſoit arrivée en *β*, lorſque *β* deviendra le point le plus élevé, c'eſt-à-dire, lorſque la tangente *bβ* & l'aiſſieu *qr* ſeront paralleles à l'horizon; & alors ſi l'on tranſpoſe de nouveau le chaſſis *qopr*, la bulle d'air reſtera au même point *β* qu'auparavant. Or ſi les arcs *abc*, *αβγ* ſont circulaires, *b* & *β* ſeront exactement au milieu de ces arcs. Mais s'ils ne ſont pas circulaires, les points *b* & *β* ne ſeront pas au milieu. Cependant s'ils ſont à la plus grande diſtance des cordes *ac*, *αγ*, ce ſeront les points où la bulle d'air reſtera, lorſque l'aiſſieu ſera horizontal.

832. On doit obſerver ſur ces niveaux ainſi ſuſpendus, que ſi l'on tourne doucement le chaſſis au tour de l'axe de ſuſpenſion, la bulle d'air changera ſouvent de place quoique les piéces qui portent l'axe reſtent fixes, cela vient de ce que le plan de la courbure du tube n'eſt pas parallele à l'axe, ou de ce que ſa cavité n'eſt pas cylindrique, ou par ces deux raiſons enſemble. Il eſt donc néceſſaire de réduire le plan du chaſſis, autant qu'il ſera poſſible, à la même poſition verticale; ce qui peut s'exécuter, ou par un fil à plomb ſuſpendu à côté d'une regle perpendiculaire fixée à une regle horizontale *op* dans la figure 454, ou par un autre niveau à bulle d'air fixé à la regle *op* perpendiculairement à cette regle. Mais ſi le chaſſis *popr* fait librement ſes vibrations ſur l'aiſſieu, tout cet appareil eſt inutile. Précaution à prendre.

Comment on arrête le téleſcope.

833. Si les deux extrêmités du téleſcope ſont en équilibre, on pourra ſe ſervir d'un reſſort pour l'arrêter par degrés, lorſqu'on obſervera le paſſage [illegible]s par les fils en croix. Ce reſſort ſera attaché à ſon extrémité inférieure, & il tournera ſur une cheville arrêtée au fond du téleſcope. On pourra faire tourner la cheville avec le degré convenable de vîteſſe entre deux entailles demi-circulaires preſſées doucement, l'une contre l'autre par une vis qui les traverſe. Ou bien on peut arriver au but par différentes autres méthodes.

Comment on rectifie le réticule.

834. Si après que le téleſcope aura été tourné ſens deſſus deſſous, & que les extrêmités oppoſées de ſon axe auront été placées tour à tour ſur les mêmes coches, on s'apperçoit que l'interſection des fils dans le foyer du téleſcope, couvre toujours le même point de l'objet, il eſt certain que la ligne viſuelle eſt perpendiculaire à l'aiſſieu. Mais ſi cette interſection couvre différents points de l'objet, il faudra avec la clef dont on a parlé, faire mouvoir les fils, juſques au milieu de la ligne compriſe entre ces deux points, auſſi près qu'on pourra l'eſtimer: alors en remettant le téleſcope dans ſa première ſituation, on verra ſi les fils ſont bien ajuſtés.

Raiſon de cette pratique.

835. Car ſi la ligne $c\,d$ repréſente l'axe au tour duquel le téleſcope tourne, a l'interſection des fils, b le centre des réfractions dans l'objectif & $a\,b$ la ligne viſuelle. Si $a\,b$ prolongée rencontre un objet éloigné en e, le point e paroîtra dans le téleſcope, couvert par l'interſection des fils a, parce que ſon image tombe ſur a. Imaginons une ligne $g\,h$ par le centre b qui coupe l'axe $c\,d$ à angles droits en f, le fil a en g, & l'objet e en h. Lorſqu'on aura tranſpoſé les extrêmités de l'axe $c\,d$ en renverſant le téleſcope, la perpendiculaire $b\,g$ gardera ſa poſition, ou ſera parallele à elle-même; mais $b\,a$ ſera tranſpoſée dans la poſition b également inclinée de l'autre côté de la perpendiculaire $b\,f\,g$. Prolongez $a\,b$ juſques à ce qu'elle rencontre l'objet en i, & les fils en a paroîtront couvrir le point i. Mais la perpendiculaire $g\,b\,h$ diviſe également l'intervalle $e\,i$ en h. Donc en faiſant mouvoir l'interſection des fils de a vers g, juſques à ce qu'elle couvre le point h du milieu, il eſt clair que la ligne viſuelle deviendra perpendiculaire à l'axe $c\,d$, & que par conſéquent en retournant

Fig. 482.

nant le téleſcope, le même point *h* ſera couvert comme auparavant. Juſques ici j'ai ſuppoſé que le téleſcope tournoit autour d'un axe *c d* placé [illegible] le même plan que la ligne viſuelle, mais s'il tourne autour d'une autre ligne parallele à *c d*, on voit aiſément [illegible] mouvement de la ligne *g b h*, décrira un plan pe[illegible] c[illegible] cet axe. Il n'eſt preſque pas néceſſaire de re[illegible] perpendicularité de la ligne viſuelle à l'axe ne dépend pas de ſon paſſage par le milieu de l'ouverture de l'objectif, ni de ce qu'elle eſt parallele aux côtés du tube, & qu'il n'eſt pas néceſſaire qu'elle ſe confonde avec l'axe de l'objectif (art. 810).

836. Pour rectifier une Pendule, il n'eſt pas néceſſaire que la ligne viſuelle du téleſcope décrive le méridien. Il ſuffit qu'elle décrive toujours le même cercle vertical à chaque paſſage d'un aſtre. Car les intervalles du tems entre les paſſages ſucceſſifs d'une étoile fixe au même vertical, ſont égaux aux intervalles entre les paſſages de la même étoile au méridien. Mais afin que l'incertitude des réfractions de l'air ne puiſſe produire aucune difference dans les tems, il vaut mieux prendre un cercle vertical proche du méridien, & obſerver une étoile proche de l'équateur; parce que ſon paſſage eſt plus prompt. On peut tenir la ligne viſuelle dans le même cercle vertical en chaque obſervation, en examinant chaque fois le niveau de l'axe, & voyant auſſi ſi l'interſection des fils couvre toujours la même marque ſur un objet éloigné, lequel doit être pendant la nuit éclairé par une lanterne. Car alors la ligne viſuelle décrira le même vertical, malgré l'ébranlement des matériaux, ou même de la muraille à laquelle elle eſt attachée. Or on ſçait en Aſtronomie que la période de la pendule ſera exactement égale à un jour ſolaire moyen, ſi la même étoile fixe arrive à l'interſection des fils 3 minutes 56 ſecondes, plutôt chaque nuit que la nuit précédente. Car l'intervalle du tems entre les paſſages apparents d'une étoile fixe au même point du Ciel, eſt le même que la période du mouvement de la terre autour de ſon axe, & ce mouvement eſt plus court de 3′ 56 que le jour ſolaire d'une moyenne longueur. Je dis d'une moyenne longueur, parce que les jours ſolaires ou les intervalles entre les paſſages du Soleil par le méridien, ſont inégaux. Mais on

Rectifier une pendule.

découvrira plus exactement l'erreur de la période d'une pendule, en comparant deux obſervations éloignées, que ſi l'on n'en prend que deux ſucceſſives. Par exemple, une étoile arrive à l'interſection des fils à 9 h. 30′. 18″ de l'horloge, & ſept jours après à 8 h 50′. 24″. de la même horloge ; la différence de ces tems eſt 39′. 54″, dont la ſeptiéme partie eſt 5′ 42″ ; ce qui fait voir que la période moyenne de l'horloge eſt 5′. 42″ plus longue que celle du mouvement diurne de la terre, au lieu que le jour ſolaire d'une longueur moyenne n'eſt plus long que de 3′. 56″, & par conſéquent la période diurne de l'horloge eſt 1′. 46″. trop longue.

Sans téleſcope.

837. Mr. *Hughens* donne le moyen d'obſerver ces paſſages des étoiles ſans téleſcope, en choiſiſſant un lieu convenable d'où l'on en puiſſe voir pluſieurs diſparoître dans un inſtant, en paſſant derrière un bâtiment fort élevé & en arrêtant une platine percée de la largeur de la prunelle, pour voir l'étoile à travers, & pour fixer toujours au même point (*hor. oſcill. p.* 13).

Trouver le méridien.

838. Si le téleſcope méridional eſt placé en dehors, ou ſi proche du toit d'une maiſon, qu'on puiſſe voir également le nord & le ſud du méridien au travers d'une fente pratiquée dans le toit, on pourra le placer exactement dans le plan du méridien, en obſervant les paſſages des étoiles circonpolaires au-deſſus & au-deſſous du pole. Car l'aiſſieu du téleſcope étant placé horizontalement comme ci-devant, ſi le cercle vertical décrit par la ligne viſuelle, ſe confond avec le méridien, il diviſera également les cercles polaires décrits par les étoiles ; ſinon, il les diviſera en deux parties inégales. Ayant donc obſervé avec la pendule les tems du paſſage d'une étoile par la partie ſupérieure, & par la partie inférieure du vertical décrit par la ligne de foi, ſelon que le tems employé par l'étoile à décrire la partie orientale de ſon orbe, ſe trouve plus long ou plus court que celui qu'elle emploie à en décrire la partie occidentale, il eſt évident que le téleſcope pointe à l'oueſt du méridien dans le premier cas, & à l'eſt dans le ſecond, & l'on doit lui faire changer de place en conſéquence, juſques à ce que ces deux tems ſoient égaux. Lorſqu'on a ainſi trouvé le méridien, il faut faire une marque ſur un point.

d'un objet éloigné qui ſe trouve couvert par les deux fils en croix. Et dans la ſuite, lorſqu'on aura une obſervation à faire du paſſage d'un aſtre par le méridien, on réglera la ligne viſuelle par cette marque, en la faiſant couvrir par les fils, après avoir bien nivelé l'aiſſieu.

Trouver le tems apparent.

839. La ligne méridienne étant ainſi déterminée, on trouve bientôt le tems apparent chaque jour, en obſervant le paſſage du Soleil par le méridien, c'eſt-à-dire, en marquant le tems de l'horloge où le premier & le ſecond bord du diſque ſolaire traverſent le fil vertical; car le milieu de ce tems étant connu par l'horloge, ſa diſtance à 12 heures fait voir combien l'horloge avance ou retarde ſur le tems apparent ce jour-là; & ayant trouvé le tems apparent, on connoîtra auſſi le tems vrai, en conſultant une table d'équation.

Et les différences d'aſcenſion droite & de déclinaiſon.

840. On trouvera très exactement par le même inſtrument les différences aſcenſionnelles de toute ſorte d'objets dans le Ciel, en prenant le tems de leurs paſſages par les fils en croix, & en changeant les intervalles de ces tems en arcs correſpondants de l'Equateur. On pourra auſſi trouver les différences de déclinaiſon de deux objets ſemblables, à meſure qu'ils paſſeront dans la même ouverture du téleſcope lorſqu'il eſt fixe, par le moyen des fils obliques ou des platines inclinées dont on parlera dans la ſuite; & il eſt plus expéditif dans cette occaſion d'avoir une pendule bien reglée ſur le mouvement journalier des étoiles. Lorſqu'on obſerve pendant la nuit, il eſt néceſſaire d'éclairer les fils en croix par la lumière d'une chandelle tranſmiſe au travers d'un morceau de corne arrêté dans un trou que l'on fait dans un côté du téleſcope; & pour donner à ce téleſcope l'élévation convenable pendant le jour, afin de faire entrer dans ſon ouverture un aſtre connu, il eſt à propos d'avoir un petit demi-cercle, arrêté dans le plan du méridien ſur l'un des ſupports qui ſoutiennent l'aiſſieu; de maniére que ſon centre ſoit dans un point de l'axe même, & qu'il y ait un rayon arrêté à l'aiſſieu, ou quelque index arrêté au téleſcope pour marquer à fort peu près les degrés de ſon élévation.

Dimenſions de l'inſtrument.

841. Notre grand Aſtronome, le Dr. *Halley*, avant qu'il ſe fut muni d'un quart de cercle mural, dont on donnera la

deſcription dans la ſuite, a fait toutes ſes obſervations des aſcenſions droites de la Lune avec un inſtrument de cette eſpèce. Son téleſcope avoit 5 ½ pieds de long, & ſon aiſſieu étoit d'une aune ou de 3 pieds 9 pouces, étant environné de pièces de cuivre pour l'empêcher de faire reſſort, & ſupporté par deux pilliers de pierre de taille, bâtis ſur une fort grande pierre bien enfoncée dans le terrain. Néanmoins, un bon téleſcope ſeulement de 2 ½ ou de 3 pieds ſuffit pour obſerver les paſſages des aſtres exactement juſques à une ſeconde de tems, & il n'eſt pas néceſſaire que l'aiſſieu excéde 2 pieds, ſur-tout ſi le niveau à bulle d'air eſt bon.

Examiner le niveau.

Fig. 477. 478.

842. Si l'on veut ſçavoir juſques à quel point d'exactitude on peut rendre l'axe horizontal par le moyen du niveau, il faut attacher le long du téleſcope la regle *o p* qui porte le niveau, faire mouvoir par degrés le téleſcope autour de ſon axe en tournant la manivelle dont on a parlé ci-devant (art. 833) juſques à ce que l'une des extrémités de la bulle d'air ſoit placée exactement ſous un point bien fin vers le milieu du tube; alors on obſervera dans le téleſcope quel eſt le point d'un objet éloigné qui eſt couvert par l'interſection des fils. Ayant noté ce point, on reviendra à la bulle d'air, & l'on fera tourner la manivelle autant qu'il ſera néceſſaire pour produire un très-petit écart, à peine ſenſible, de la bulle d'air à la première marque, & l'on obſervera dans le téleſcope quel autre point de l'objet ſe trouve couvert par l'interſection des fils; & l'angle qui ſe forme à l'objectif par l'intervalle de ces deux points, étant meſuré par un micrometre que l'on décrira dans la ſuite, donnera l'erreur la moins ſenſible du niveau, & par conſéquent de l'axe.

Comment on doit choiſir le tube pour le niveau.

843. On peut par la même méthode déterminer quelle eſt la partie d'un long tube, la plus propre à en faire un niveau à bulle d'air; en fixant le tube le long du téleſcope, & le retournant enſuite de l'autre côté de deſſus en deſſous, pour trouver d'abord le côté, & enſuite la partie de ce côté où le mouvement de la bulle d'air eſt le plus grand par rapport au mouvement donné du téleſcope, en l'obſervant, comme ci-devant, par l'interſection des fils. Si la bulle d'air n'a point d'adhéſion au tube, & ſi elle ſe meut auſſi librement que la bale d'un fil à plomb, on comprend aiſément qu'un niveau à bulle d'air

doit faire appercevoir une petite inclinaiſon avec autant d'exactitude qu'un fil à plomb dont la longueur eſt égale au rayon de la courbure du tube. Car ſi *acbd* eſt une ſphére pleine d'eau avec une bulle d'air à ſon extrémité ſupérieure *a* du diamétre *ab*; & ſi un globule de plomb eſt à l'extrêmité inférieure de ce diamétre, la bulle & le globule décriront des arcs égaux autour du centre *e*, en paſſant du diamétre oblique *ab* au diamétre vertical *cd*, & pour une inclinaiſon donnée de *ab* à *cd*, les arcs *ac*, *bd* ſont proportionnels à leur rayon *ae* ou *eb*. Fig. 481.

CHAPITRE VI.

Inſtrumens téleſcopiques pour prendre des hauteurs correſpondantes avant & après le paſſage des Aſtres par le méridien.

844. MR. *Roger Cotes* a inventé un inſtrument de peu de dépenſe, mais très-exact pour prendre des hauteurs correſpondantes; voici la deſcription qu'il en a donnée lui-même en écrivant à M *Newton*. Inſtrument de M. *Cotes*. Fig. 484.

A B eſt un aiſſieu de bois très fort, d'environ ſix pieds de longueur. C D & D E d'un côté, & E F & F G de l'autre ſont des piéces aſſemblées l'une avec l'autre, & avec l'aiſſieu auſſi ſolidement qu'il eſt poſſible. Dans la piéce C D & dans l'angle F on arrête de fortes chevilles de bois à fort peu près paralleles entr'elles, & perpendiculaires au plan C D E F G. P Q eſt le tube cylindrique de cuivre d'un téleſcope de 5 pieds. Il eſt attaché fortement par des vis & des écroues de fer à la piéce de bois I K M L, dont le plan ſupérieur eſt ici repréſenté comme oppoſé à la vue. Dans cette ſurface plane, on arrête perpendiculairement une forte cheville de bois N, laquelle eſt deſtinée à ſuſpendre l'extrêmité ſupérieure du téleſcope à l'une des chevilles de C D, pendant que ſon extrêmité inférieure s'appuye ſur la cheville F: mais afin de pouvoir ôter le téleſcope, & le placer enſuite exactement dans la même poſition, j'ai fait enſorte que les côtés I K & C D, qui ſe touchent mutuellement, fuſſent arrondis comme la ſurface d'un cylindre, & que le côté E F où la cheville F eſt arrêtée, & contre lequel le tube cylindrique du

téleſcope eſt appuyé, ſût auſſi arrondi, afin que le contact de part & d'autre ne ſe fît que dans un ſeul point. C'eſt par la même raiſon que les chevilles de CD ſont un peu concaves comme on les a repréſentées en R & que la cheville F eſt un cône tronqué, afin que par ce moyen le téleſcope touche plus sûrement les côtés CD & EF. Aux deux extrêmités de l'aiſſieu de bois on a arrêté fortement deux morceaux d'acier bien trempé, celui qui eſt à l'extrêmité ſupérieure A a été fait cylindrique autour, & ſe meut dans un collier dont la cavité repréſentée par S eſt ſemblable à deux cônes tronqués égaux, percés, renverſés & joints enſemble. Celui qui eſt en B eſt un cône qui ſe meut dans une crapaudine conique d'un angle tant ſoit peu plus grand. Cette crapaudine a la liberté de ſe mouvoir horizontalement, & de ſe fixer dans une poſition par le moyen de deux vis qui la preſſent de part & d'autre. L'inſtrument étant ainſi préparé, j'ai fixé une aiguille V à l'extrêmité inférieure de l'aiſſieu de bois, dont la pointe ſortoit d'environ un pouce; enſuite ayant ſuſpendu un fil à plomb très délié T V X à l'extrêmité ſupérieure du même aiſſieu, j'ai changé la poſition de l'inſtrument par le moyen des vis juſques à ce que le fil à plomb vînt à battre contre la pointe de l'aiguille dans toute la révolution de l'inſtrument, & alors je le fixai pour m'en ſervir.

845. La ligne à plomb T V X, dont parle ici M. *Cotes*, fut ſuſpendue par une gance T à une cheville de cuivre qui entroit à vis dans le haut de l'aiſſieu A B, on avoit fait avec la lime une petite échancrure tout autour de la cheville pour arrêter la gance, & l'empêcher de gliſſer ou d'en ſortir. Enſuite en faiſant entrer la cheville à vis dans l'aiſſieu ou la retirant, on avoit mis la ligne à plomb à la même diſtance de l'aiſſieu A B que la pointe de l'aiguille en V: cette pointe étoit auſſi arrêtée au bout d'une cheville de bois fort épaiſſe, non pas dans l'axe de cette cheville, mais vers un de ſes côtés, afin qu'en faiſant tourner la cheville dans un trou pratiqué au travers de l'aiſſieu A B, la pointe de l'aiguille pût décrire un petit cercle, & qu'on pût l'amener à toucher le fil à plomb, lorſqu'il ſeroit parallele à l'axe du mouvement de l'aiſſieu A B.

846. Le Comte *Hay*, dans ſa belle collection d'inſtruments,

en a un excellent de cette eſpèce pour prendre des hauteurs correſpondantes. Il eſt tout de cuivre, excepté ſon aiſſieu quarré *ab* de 30 pouces de longueur qui eſt d'acier. A l'un des côtés de la partie ſupérieure de cet aiſſieu, on a fixé un petit ſextant *cd* repréſenté ſéparément en E; ſon centre *a* eſt au haut de l'axe *ab*. Le téleſcope MN a auſſi 30 pouces, & il eſt arrêté le long du diamétre d'un demi-cercle concentrique au ſextant & du même rayon. Le téleſcope avec le demi-cercle étant mobiles autour de ce centre ſur le plan du ſextant fixe *acd*, peut ſe fixer à toutes les hauteurs par le moyen de deux vis *c*, *d*, qui ſont aux deux extrêmités de l'arc du ſextant, y ayant une rainure circulaire tout le long du demi-cercle pour y faire gliſſer ces clous à vis. Immédiatement ſous ces arcs, l'aiſſieu *ab* eſt environné d'un petit cylindre *e* d'environ un pouce de diamétre bien poli & fait au tour. L'extrémité inférieure de l'axe a une pointe conique *b* très fine. Le chaſſis où l'axe tourne eſt un long parallélepipéde creux à qui il manque deux côtés; ſes deux autres côtés *f*, *g*, ſont deux platines de cuivre égales en longueur à la partie *be* de l'axe, & elles ſont liées enſemble par des vis; ſes baſes ſont deux platines égales, *h*, *i*, de quatre pouces en quarré, au milieu du quarré ſupérieur, il y a un trou rond aſſez grand pour recevoir le cylindre *e* ſans le toucher, & au-deſſus de ce trou on a fait un trou triangulaire dans une autre platine, enſorte que l'un de ſes côtés peut ſe mouvoir par une vis, afin que tous les côtés du triangle touchent le cylindre. Sur le quarré inférieur, il y a une petite platine *r* avec un trou central très-délié pour recevoir le point *b* de l'axe. Cette platine du centre peut ſe mouvoir de tous les côtés par le moyen de deux vis perpendiculaires l'une à l'autre, leſquelles, lorſque la machine eſt fortement enchaſſée dans un pilier de pierre de taille, peuvent rendre l'axe *ab* exactement perpendiculaire à l'horizon. On connoît cette poſition par le moyen d'un niveau à bulle d'air *lm*, fixé perpendiculairement à l'axe & au-deſſus du cylindre, ſur le côté oppoſé au demi-cercle. Il y a au-deſſus du niveau une pointe qui gliſſe tout le long, & que l'on arrête à l'extrêmité de la bulle d'air. Lorſque la poſition de l'axe eſt tellement ajuſtée par les vis qui ſont en deſſous, que la bulle-

Inſtrument du Comte *Hay*.

Fig. 489.

d'air répond toujours à la même pointe pendant une révolution entière de l'inſtrument, on eſt aſſuré que l'axe *a b* eſt perpendiculaire à l'horizon, & alors la ligne viſuelle du téleſcope decrit des hauteurs égales dans le ciel. On a pluſieurs de ces cercles décrits dans le Ciel, même lorſque le téleſcope eſt arrêté à un ſeul point du ſextant; car on a placé dans ſon foyer cinq fils paralleles à l'horizon également éloignés les uns des autres, comme on voit en *k*, & ils ſont coupés au milieu à angles droits par deux autres fils verticaux à une petite diſtance l'un de l'autre. Le but d'un ſi grand nombre de fils eſt d'obſerver le tems où un même aſtre eſt couvert ſucceſſivement par chacun des 5, tant à l'Eſt qu'à l'Oueſt; de ſorte qu'on peut avoir plus exactement le tems de ſon paſſage au méridien, en prenant un milieu entre toutes les obſervations. Les diſtances entre les 5 fils doivent être ſeulement auſſi grandes qu'il eſt néceſſaire pour avoir le tems d'écrire les diverſes obſervations qui doivent ſe prendre lorſque l'étoile eſt entre les deux fils perpendiculaires.

Uſage de cet inſtrument.

847. Le tems marqué par une horloge peut ſe nommer méchanique, pour le diſtinguer du tems ſolaire & du tems des étoiles.

848. En obſervant le tems où un aſtre a des hauteurs égales avant & après ſon paſſage au méridien ou ſa culmination, nous avons le tems méchanique de cette culmination, enſuite retranchant l'aſcenſion droite du Soleil, calculée pour ce tems méchanique, de l'aſcenſion droite de l'étoile déterminée pour le même tems, nous avons le tems ſolaire de la culmination de l'étoile, & par conſéquent la différence entre le tems méchanique & le tems ſolaire.

849. Ainſi en trouvant le tems méchanique où la même étoile arrive au méridien deux nuits quelconques, plutôt à quelque diſtance l'une de l'autre que ſucceſſivement, on a la différence entre le jour des étoiles & le jour méchanique, & par conſéquent entre le jour méchanique & le jour ſolaire moyen.

Ainſi l'on peut changer un nombre quelconque de minutes méchaniques en minutes ſolaires ou en minutes des étoiles par la regle de trois.

Ces

Ces obſervations ſont plus utiles, lorſque l'étoile eſt plus proche du premier vertical, parce que la variation de hauteur y eſt plus grande dans un tems donné, que ſi elle étoit placée dans tout autre vertical oblique au méridien.

Dans la latitude de 50 degrés une erreur d'une minute en hauteur dans un point quelconque du premier vertical, produit une erreur de 6 $\frac{1}{2}$ ſecondes de tems, & dans la latitude de 55 degrés, elle produit une erreur preſque de 7 ſecondes, comme M. *Cotes* l'a fait voir dans ſon Traité ſur l'eſtimation & les limites des erreurs dans les mathématiques mixtes. Il eſt auſſi plus sûr de choiſir une étoile auſſi haute qu'il eſt poſſible, afin que l'état différent de l'atmoſphère ne produiſe pas une réfraction différente dans le rayon viſuel, & par conſéquent une erreur dans le tems de l'obſervation.

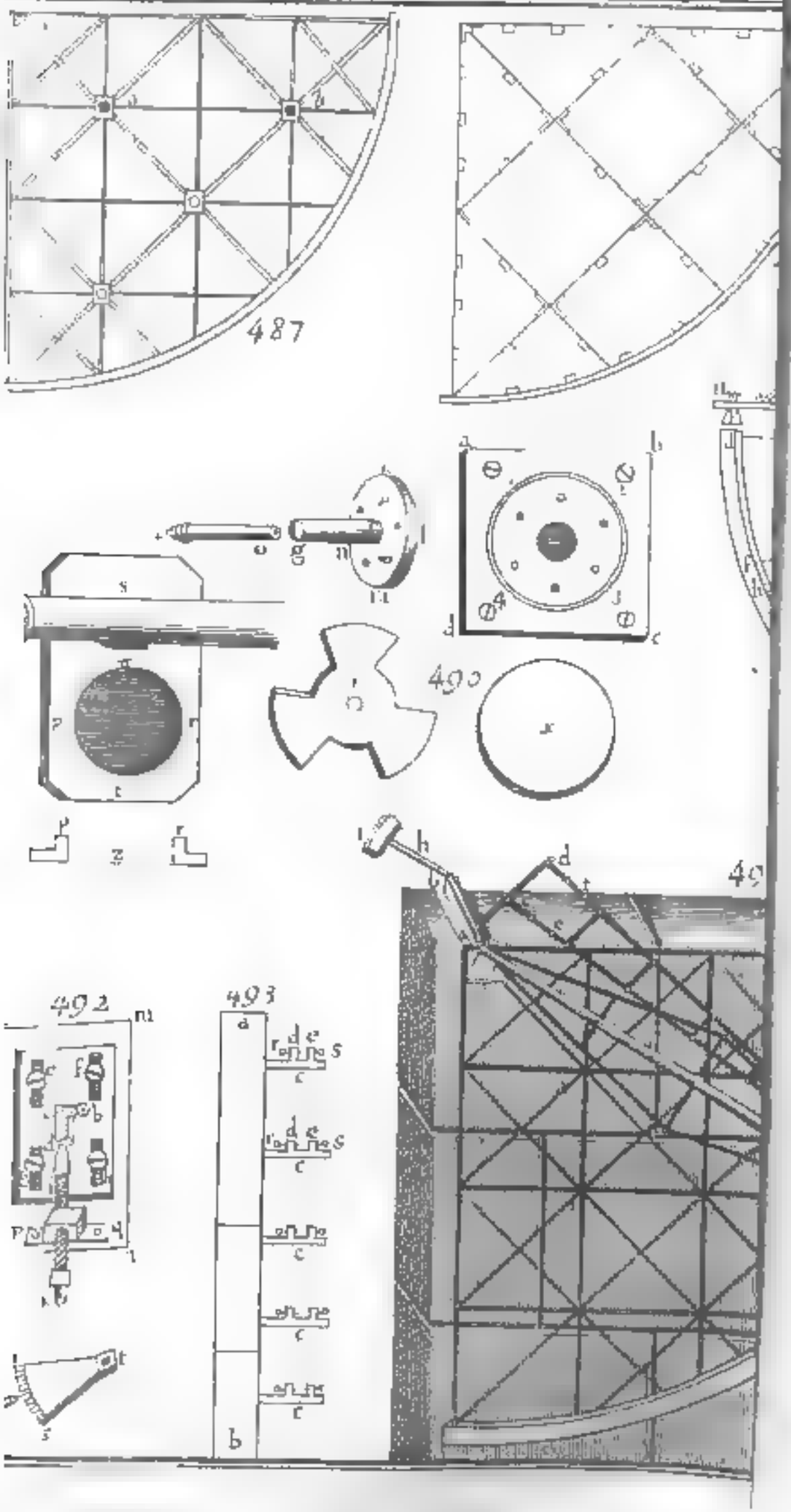
850. Lorſqu'on prend les hauteurs correſpondantes du Soleil le matin & le ſoir pour avoir le midi vrai, il faut corriger le tems de la dernière obſervation, en ayant égard à la variation de la déclinaiſon du Soleil en cette manière Soit ſur un globe céleſte le pole en P, le Zénith de l'Obſervateur en V, le complément de ſa latitude P V, ſon méridien P V B G; un cercle de hauteurs égales A B C D decrit autour de ſon pole V, & paſſant par le centre du Soleil en A au tems de l'obſervation du matin, & par le même centre en D au tems de l'obſervation du ſoir; deux cercles de déclinaiſon P A F, P D I, qui coupent l'Equateur F G H I en F & I; un parallele de déclinaiſon A C E qui coupe le cercle P D I en E, trois autres verticaux égaux V A, V C, V D, & enfin un troiſième cercle de déclinaiſon P C H qui coupe l'Equateur en H. Si le Soleil n'avoit pas changé de déclinaiſon de A ou E en D, il auroit eu le ſoir la même hauteur en C qu'il a réellement en D; & alors comme les angles V P C, V P A auroient été égaux, ainſi les tems des obſervations du ſoir & du matin auroient été également éloignés du midi, étant meſurés par ces angles ou par les arcs G F, G H. Donc l'angle C P D ou l'arc I H qui le meſure eſt auſſi la meſure d'une portion de tems qu'il faut ſouſtraire de l'obſervation du ſoir, ſi la déclinaiſon du Soleil a varié vers le pole voiſin, ou qu'il faut ajouter ſi le Soleil s'eſt approché de l'Equateur, pour avoir le tems requis également Fig. 416

éloigné du midi. Soit un autre cercle de déclinaiſon P *k l* qui diviſe également le petit angle HPI, & par conſéquent les petits arcs CD & HI en *k* & *l*. Menez l'arc vertical *k* V, & dans le triangle *k*PV vous avez les trois parties données, PV complément de la latitude, P*k* demi-ſomme des compléments donnés PC ou PA & PD des déclinaiſons du Soleil aux tems des deux obſervations, & enfin l'angle *k*PV, demi-intervalle du tems entre les obſervations, changé en degrés & minutes. Vous aurez donc par la trigonométrie l'angle P*k*V d'une grandeur moyenne entre PCV & PDV, & vous pourrez par conſéquent vous en ſervir à la place de l'un des deux; de là vous pouvez tirer auſſi l'arc IH en le prenant en même proportion à DE, différence des déclinaiſons que la cotangente de l'angle PCV eſt au ſinus de l'arc PC ou P*k*. Car IH eſt à DE en raiſon compoſée de IH à CE & de CE à DE, c'eſt-à-dire, du rayon au ſinus de l'arc PC & de la cotangente de l'angle DCE ou PCV au rayon; comme on le voit en retranchant l'angle commun DCP des angles droits ECP & DCV, & en regardant le petit triangle DCE rectangle en E, comme rectiligne. Le calcul ſuppoſe que le centre du Soleil a des hauteurs égales en A & D, ce qui eſt conforme aux obſervations qui déterminent le tems des hauteurs égales de ſon bord ſupérieur ou inférieur. J'ai tiré cette méthode de calcul du théorême 23 du Traité de M. *Cotes* ſur l'eſtimation des erreurs.

851. Tels ſont les meilleurs inſtruments & les meilleures méthodes que je connoiſſe pour déterminer le tems; cependant ceux qui voudront en connoître une plus grande variété, pourront conſulter M. Guillaume *Molyneux* dans ſon petit Livre du *Cadran téleſcopique*, *in*-4°., à *Londres*, 1700.

226 A

A.D. 125


487
490
492
493

CHAPITRE VII.

852. COmme la meſure du tems par les pendules, & par conſéquent du mouvement diurne apparent du Ciel, a été portée en dernier lieu à ſa plus haute perfection ; les Aſtronomes ont compris qu'un grand quart de cercle (avec une pinnule téleſcopique), arrêté dans le plan du méridien, contre une muraille de pierre de taille, ce qui le fait nommer arc mural, eſt l'inſtrument le plus exact, le plus expéditif & le plus commode qu'on ait imaginé pour les principaux objets de l'Aſtronomie. Car en obſervant avec une horloge le tems du paſſage des différents objets céleſtes par le plan du méridien, on a leurs aſcenſions droites, & en obſervant dans le même tems leurs hauteurs méridiennes, (lorſqu'on a une fois déterminé la latitude du lieu de l'obſervation), on a auſſi leurs déclinaiſons, & par conſéquent leur ſituation dans le Ciel. Ainſi avec un bon inſtrument de cette eſpèce, on peut faire un catalogue des étoiles fixes en dix fois moins de tems, & avec beaucoup plus de certitude & d'exactitude qu'avec le meilleur quart de cercle ou ſextant mobile, comme on peut le démontrer aiſement, ſans compter qu'on épargne un travail immenſe dans les calculs trigonométriques. Je crois que l'illuſtre *Tychobrahé* eſt le premier qui ait employé un arc mural pour prendre les hauteurs méridiennes des aſtres ; mais il n'a pas pû déterminer leurs aſcenſions droites auſſi exactement qu'on le fait aujourd'hui, parce que les horloges à pendule n'avoient pas été alors perfectionnées comme elles le ſont aujourd'hui. Après lui, *Hevelius*, *Flamſteed* & pluſieurs autres ont fait uſage de pareils inſtruments, dont on voit la deſcription dans les ouvrages qu'ils ont fait imprimer, mais je n'en parlerai pas ici comme étant de beaucoup inférieurs à celui de *Greenwich*, qui a été conſtruit aux frais du feu Roi *George* I. Son exactitude qui le rend ſupérieur à tous les autres, vient de l'habileté extraordinaire & du genie inventif de Mr. *George Graham*, horlogeur, & de la Société Royale, qui outre la di- Preface.

rection de tout l'ouvrage & l'inſpection ſur les ouvriers inférieurs, a pris la peine de diviſer lui-même tout l'arc, & d'en conſtruire les parties les plus délicates, & c'eſt à lui que je ſuis redevable de l'expoſition ci-jointe des méthodes qu'il y a employées.

Deſcription du quart de cercle mural de l'Obſervatoire de Greenwich.

Diſpoſition des barres de fer.

Fig. 487, 488.

853. Ce quart de cercle, excepté le limbe circulaire, eſt tout compoſé de barres de fer droites, jointes enſemble comme dans les figures 487 & 488. La largeur de chaque barre eſt de 2 pouces & 9 dixiémes, & l'épaiſſeur de 1 dixiéme & ½ à fort peu-près. J'appellerai barres plates, celles dont les plans forment le plan du quart de cercle, & barres perpendiculaires, celles dont les plans ſont perpendiculaires aux premières. Les lignes droites de la fig. 487 repréſentent la ſituation de toutes les barres plates, & celles de la fig. 488 repréſentent la poſition de toutes les barres perpendiculaires qui ſont placées derrière les autres, & que l'on ne voit que par derrière le quart de cercle. Le but principal de cet arrangement des deux ſortes de barres, eſt d'aſſurer la figure, & le plan du quart de cercle contre toutes les altérations qui peuvent être produites, ſoit par le poids de la matière, ou par la dilatation & la condenſation occaſionnée par le froid ou le chaud, ou par le mouvement du téleſcope autour du centre du quart de cercle ou par tout autre accident. Le tout eſt encore fortifié par un grand nombre de petites plaques de fer ou de morceaux de barres ſemblables, pliées à angles droits & placées derrière le quart de cercle dans les angles formés par les barres plates & perpendiculaires, & ces petites plaques ſont rivées aux unes & aux autres. On voit leur nombre & leur ſituation lorſqu'elles ſont rivées dans la fig 488. Elles y ſont repréſentées par de petits parallélogrammes joints aux lignes; & pour laiſſer plus de place à la rivure, le tranchant de chaque barre perpendiculaire ne diviſe pas en deux parties égales la largeur de la barre plate, mais en raiſon de 2 à 1, & les petites plaques ſont rivées du côté le plus large. Les petites équerres noires à l'interſection des lignes de la fig. 488, repréſentent de petites plaques de

fer pliées à angles droits, & rivées dans les angles formés par les interſections des barres perpendiculaires. Il y a auſſi autour de la circonférence du quart de cercle une barre perpendiculaire circulaire, & arrêtée tout le long du milieu du limbe du quart de cercle, par un nombre ſuffiſant de ces petites platines dont nous avons parlé.

Conſtruction du limbe.

854. Le limbe du quart de cercle eſt compoſé de deux arcs de cercle de la même longueur, largeur & épaiſſeur, l'un de fer & l'autre de cuivre placés l'un ſur l'autre. La largeur de chacun eſt de 3 pouces & 4 dixiémes, & la partie commune de leur largeur, par où ils ſont doublés l'un ſur l'autre & rivés enſemble eſt de 2 pouces & 2 dixiémes, le limbe de cuivre étant plus éloigné du centre que celui de fer d'un pouce & 2 dixiémes. On a réduit le limbe à un vrai plan de la manière ſuivante. Dans la fig. 489, *a b d o* repréſente le quart de cercle placé très-ſolidement ſur un plan uni & à niveau avec le limbe de cuivre en deſſus. *l m* repréſente un aiſſieu de fer placé perpendiculairement au plan du quart de cercle, & tournant ſur ſon centre *o*, *m n* eſt un bras de fer de la longueur du rayon du quart de cercle, & arrêté à angles droits au bas de l'aiſſieu *l m*. Au bout de ce bras on a fixé un gratoir *n p* directement au-deſſus du limbe de cuivre, & étant fortement ſoutenu par le bras & par ſes arcs-boutants, on l'a fait tourner autour de l'aiſſieu *l m*, de manière qu'en gratant le cuivre, il a réduit ſa ſurface à un plan parfait. On a été attentif à faire enſorte que le tranchant du gratoir fut exactement perpendiculaire à l'axe de ſon mouvement.

Fig. 489.

Diviſion du limbe.

855. On a gravé deux arcs ſur le limbe de cuivre, l'un avec un rayon de 8 pieds ou plus exactement de 96. 85 pouces, & l'autre avec un rayon de 95. 8 pouces. Cet arc intérieur eſt diviſé en degrés & en douziémes de degrés, & l'arc extérieur en 96 parties égales, qui ſont chacune ſous diviſées en 16 parties égales. Pour empêcher la verge du compas qui traça ces arcs de ſe plier, on la fortifia par le moyen de pluſieurs bras qui lui étoient attachés, & lorſqu'on eût tracé un arc, on détermina 60 degrés en plaçant une pointe du compas en *a* & l'autre en *b*, où l'on fit un petit trait. Cet arc fut diviſé également en *e* par deux petits arcs tracés des

centres *a* & *b*, dont le rayon fut tel qu'ils ſe touchoient preſque en *c*, & l'on diviſa par eſtime leur petit intervalle au moyen d'une loupe qui groſſiſſoit beaucoup. Enſuite on prit avec le compas à verge la diſtance entre *b* & *c*, & on la porta de *b* en *d*; ce qui détermina le quart de cercle *a c b d*. Chacun de ces trois arcs fut diviſé de la même manière en deux parties égales, qui contenoient chacune 15 degrés, & celles-ci en trois parties égales en cette manière. Pour éviter de marquer des points inutiles ou faux dans le quart de cercle, on prit ſon rayon, & ſur un autre centre on traça un autre arc de cercle très-fin; on y tranſporta la corde trouvée de 15 degrés & l'on en prit le tiers en tatonnant, pour le tranſporter ſur le quart de cercle gravé, qui fut par ce moyen diviſé de 5 en 5 degrés. On diviſa de même cet arc de 5 degrés, en 5 parties égales, & chaque degré en 12 parties que l'on porta ſur le quart de cercle gravé.

856. Le quart de cercle extérieur fut diviſé en 96 parties égales par la ſeule méthode de la biſſection, de manière que 60 degrés ou les deux tiers du quart de cercle ſe trouverent diviſés en 64, & l'autre tiers en 32 parties égales, qui font en tout le quart de cercle total. Chacune de ces parties fut diviſée en 16 parties égales par la biſſection continuelle. Ces deux ſortes de diviſion ſervent de preuve l'une à l'autre, n'étant en effet que deux différents quarts de cercle, & les diviſions de l'un étant réduites aux diviſions de l'autre, par une table calculée dans cette vue. On ne les a jamais trouvées différer de plus de 5 ou 6 ſecondes dans aucun endroit du limbe, & lorſqu'elles diffèrent, on donne la préference à la diviſion par 96, comme ayant été déterminées par des opérations plus ſimples.

857. Les diviſions dont on a parlé juſqu'ici n'étant que des points très-ſubtils dans un arc délié *a b d*, que l'on peut à peine diſtinguer à l'œil nud; il étoit neceſſaire de tracer à l'ordinaire des lignes perpendiculaires à cet arc par chaque point de diviſion. Mais comme il eſt trop long & trop difficile de tracer exactement ces lignes par chaque point avec une regle, on crut que la méthode ſuivante ſeroit plus exacte & plus expéditive. On propoſa donc de diviſer un autre arc

concentrique *f h t* par des traits, en parties ſemblables à celles de l'arc donné *a c g e b d*. On prit un petit compas à verge, & ayant une fois fixé ſes pointes à un intervalle convenable, des centres *e*, *g*, &c. qui ſont des points donnés dans l'arc diviſé, on traça de petits arcs *f i*, *h k*, &c. qui couperent l'arc non diviſé en *f*, *h*, &c. alors les arcs interceptés comme *f h*, ſe trouverent ſemblables aux arcs *e g*, &c. c'eſt-à-dire, qu'ils répondirent aux mêmes angles dans leur centre commun *o*. Car ſi l'on joint *e f*, *g h* & *o f*, *o h*, *o e*, *o g*, les triangles *e o f*, *g o h*, ſeront ſemblables & égaux entr'eux, ayant leurs côtés reſpectivement égaux. Donc en ôtant l'angle commun *e o h*, les angles reſtants *e o g*, *f o h* ſeront égaux Si les triangles *e f o*, *g h o*, &c. ſont rectangles en *f* & *h*, les traits de diviſion *f i*, *h k*, &c. couperont auſſi le quart de cercle *f h t* à angles droits en *f* & *h*, &c.

858 Dans la figure 490, *a b c d* repréſente une piéce quarrée de cuivre, arrêtée à vis aux barres plates, au centre du quart de cercle, & *k l m n* repréſente une platine circulaire & épaiſſe de cuivre, avec un tuyau percé *f g* arrêté perpendiculairement au milieu de la platine. On l'a rendue au tour exactement circulaire ſur un arbre de cuivre *o i*, qui a un petit trou au milieu; & qui remplit toute la cavité du tuyau *f g*, pour porter ſur ce tuyau principalement aux deux extrêmités. Lorſqu'on a fait entrer le tuyau percé *f g* dans le trou qui eſt au milieu du quarré *a b c d*, ce trou étant percé exprès pour le recevoir, on arrête le cercle de cuivre *k l m n* dans le plan du quarré *a b c d* avec des vis & des pointes. Le point *o* qui eſt le pole de l'arbre *o i*, n'eſt pas ſeulement le centre de l'anneau circulaire *k l m n*, autour duquel le téleſcope doit tourner, mais auſſi le vrai centre de la diviſion des arcs circulaires du limbe du quart de cercle. Le bout du téleſcope qui porte l'objectif eſt attaché à une platine de cuivre oblongue *s t* à angles droits ſur ſes côtés, & il y eſt arrêté par une piéce que l'on ſerre avec une vis. Vers l'autre bout de la platine *s t*, il y a un trou rond qui eſt armé en dedans d'un anneau d'acier *p q r* qui doit rouler ſur le collier *k l m n*. On voit en Z la ſection de ce collier perpendiculaire à ſon plan; le plus grand des deux anneaux étant ſous la platine *s t* &

Piéce du centre.

Fig. 490.

contigu à la platine quarrée *a b c d* Au-deſſus de ce collier on arrête un reſſort de cuivre repréſenté en *v*, & on l'attache par des vis au collier *k l m n*, pour empêcher le premier de gliſſer & d'en ſortir. Par-deſſus tous ces anneaux on attache à vis une piéce ronde repréſentée en *x*, pour couvrir toutes les piéces du centre, & les mettre à l'abri de la pouſſière On empêche auſſi la pouſſière d'entrer entre les platines *a b c d* & *s t* & le collier, par le moyen d'une piéce de cuivre qui environne l'anneau ou la baſe du collier *p r*, & qui eſt arrêtée par derrière la platine *s t*; cette piéce entre dans une rainure circulaire 1, 2, 3, 4, qui eſt pratiquée dans la platine quarrée *a b c d*, ſans toucher à aucune de ſes parties.

Ce qu'il y a de meilleur dans ce mechaniſme du centre eſt que la place du point central du quart de cercle eſt conſervée dans le pole de l'arbre *o i*; car ſi la platine *k l m n* vient à être tellement dérangée, qu'elle produiſe un mouvement inconſtant dans le téleſcope, autour du centre du quart de cercle; on peut faire une nouvelle platine & un nouveau tuyau bien battus & tournés ſur les poles du même arbre *o i*, pour les placer dans le trou & dans le collier, & alors le téleſcope tournera autour du centre du limbe, auſſi exactement qu'auparavant.

Comment on a fixé l'inſtrument à la muraille de pierres de taille.

859. La figure 491 repréſente le quart de cercle fixé à une muraille de pierres de taille qui tourne vers l'Eſt, & qui a été bâtie exprès dans le plan du méridien. Tout le poids du quart de cercle eſt ſoutenu par deux fortes chevilles de fer attachées à la muraille (comme on le fera voir bientôt), & ſortant par deux trous pratiqués dans deux platines quarrées de fer rivées au quart de cercle en *a* & *b* (fig. 487). La cheville en *a*, qui porte la plus grande partie du poids, eſt immobile dans la muraille, mais celle en *b* ſe meut en haut ou en bas par une forte vis, pour pouvoir rendre horizontal le côté ſupérieur du quart de cercle & l'autre vertical.

Fig. 491.

Fig. 492.

Voici de quelle manière on fait mouvoir la cheville *b*. Dans la fig. 492, *l m n o* repréſente une platine de fer oblongue, qui entre dans la muraille & dans une autre platine par derrière; le bas de chaque platine étant bien arrêté & cimenté dans la pierre; *e*, *f*, *g*, *h*, ſont les têtes de quatre vis de fer qui entrent

entrent dans quatre fentes oblongues qu'on a faites dans l'autre platine de fer, & qui ſont repréſentées par de petits paralléllogrammes. Ces vis arrêtent la platine mobile dans celle qui eſt fixe *lmno* La cheville mobile *bc* eſt arrêtée à cette petite platine qui monte ou deſcend par le moyen d'une longue vis *ki*, laquelle ſe meut dans une écroue fort arrêtée au bas de la plus grande platine en *pq*. La clef pour faire tourner la longue vis *ki* eſt un ſecteur *rst* d'une platine circulaire portant dans ſon centre *s* un trou quarré dans lequel entre la tête *k* de la vis. Le rayon de la clef eſt préciſément auſſi grand qu'il le faut pour la mouvoir dans l'eſpace compris entre la muraille & les barres du quart de cercle. On peut inſinuer un ciſeau entre les dents de l'arc de cette clef pour donner plus de force à la main qui la fait mouvoir.

Le poids du quart de cercle étant ainſi ſoutenu par les chevilles *a*, *b*, on en fixe le plan à la muraille, & on le met dans la poſition convenable par autant de crochets qu'il y a de petits quarrés tout autour du quart de cercle dans la fig. 488; chaque crochet eſt compoſé de deux différentes parties, dont l'une eſt attachée à la muraille & l'autre au quart de cercle.

Dans la fig. 493, *ab* repréſente la muraille vue de côté, Fig. 493
& *c*, *c* différents crochets qui y ſont attachés. Entre les têtes de chaque crochet repréſentées en *d* & *e*, on fait paſſer le bout d'une petite platine de cuivre dont le plan eſt parallele au plan du quart de cercle & dont l'autre bout eſt plié à angles droits & rivé ſur les barres perpendiculaires du quart de cercle Chaque platine eſt ſerrée par deux vis oppoſées *r*, *r*, qui ſe meuvent dans les têtes *d*, *e*, pour pouvoir ajuſter la poſition du plan du quart de cercle. Le but de ces vis qui ſont dans les têtes des crochets eſt auſſi de laiſſer gliſſer les platines de cuivre ſans forcer l'inſtrument, au cas que la muraille ou le quart de cercle viennent à ſe dilater ou à ſe reſſerrer. Les crochets ne ſont pas arrêtés dans la muraille avec du plomb, qui pourroit céder, mais avec une compoſition de pierre pulvériſée, de poix & de ſoufre ou de réſine, telle que celle dont les tailleurs de pierre ſe ſervent pour cimenter les pierres rompues.

860 L'exactitude conſtante du quart de cercle dépend beaucoup du mouvement libre & aiſé du téleſcope autour de ſon Comment on a balancé le téleſcope.

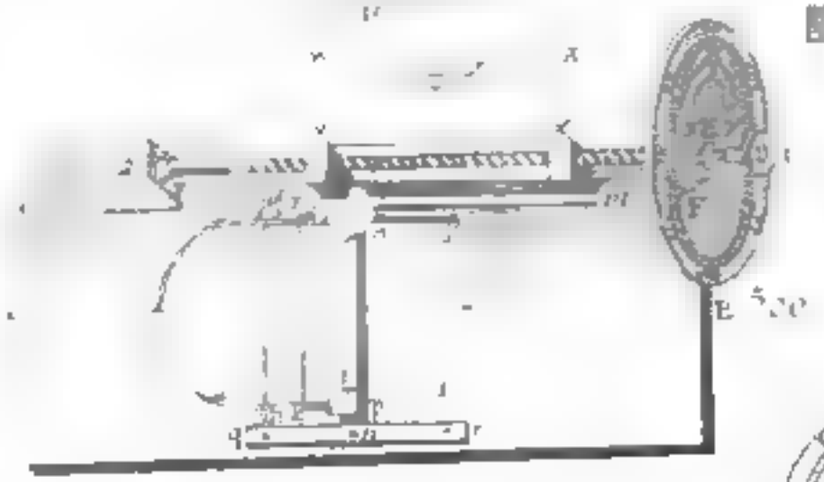
centre ; on en vient à bout en donnant un contrepoids au téleſcope, & en déchargeant le centre du quart de cercle autant qu'il eſt poſſible de tous ces poids. Pour y parvenir dans la fig. 491, *a b* repréſente un aiſſieu de fer appuyé ſur le haut de la muraille avec deux platines de cuivre perpendiculaires à ſes extrêmités, portant des coches ou trous pour y faire tourner cet aiſſieu, qui répond au centre du quart de cercle perpendiculairement à ſon plan. Dans le bout de cet axe, auprès du quart de cercle, on a fixé un bras de fer *c d*, portant deux platines de cuivre qui lui ſont preſque perpendiculaires, *c e*, *d f* ; à ces deux platines, ſont rivés deux barreaux de bois de chêne dont les deux autres bouts ſe rencontrent en *g* auprès de l'oculaire, où ils ſont liés enſemble par un anneau de cuivre. A travers d'une petite platine fixée à un collier qui embraſſe cette extrêmité du téleſcope, on fait paſſer un cloud à vis en *g* parallele au téleſcope ; ce cloud entrant à vis dans l'anneau de cuivre qui eſt au bout des barreaux, pouſſe & retient le téleſcope contre les piéces du centre. Ces barreaux ſont fortifiés par 5 ou 6 traverſiers du même bois, tels qu'on les voit dans la figure. A l'autre extrêmité de l'aiſſieu *a b*, on a attaché un autre bras *h i*, parallele au téleſcope & dans une direction contraire ; ce bras eſt chargé d'un poids *i*, qui fait équilibre avec le poids du téleſcope & le laiſſe dans toute ſorte de poſition ; & pour rendre ſon mouvement plus libre & plus aiſé, on attache deux petits rouleaux de cuivre à chacun de ſes côtés en *k* & *l*, qui ſont pouſſés contre le plan du limbe par une platine à reſſort qui eſt par derrière. Cette platine a auſſi un rouleau à chaque bout.

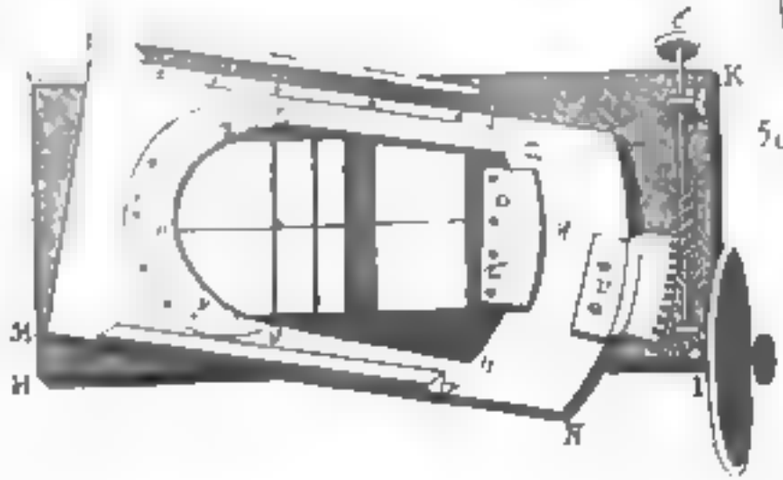
Lorſque le téleſcope eſt à fort peu près dirigé vers l'objet dont on veut prendre la hauteur, on arrête avec une vis contre le limbe la platine *m n* qui eſt entraînée par le téleſcope le long de ce limbe & qui le traverſe. La vis n'eſt pas ici repréſentée. Enſuite on fait tourner la tête *o* d'une longue vis *o p* parallele au limbe dans une écroue attachée à la platine *m n* ; & le bout de la vis en *p*, tournant dans un collier attaché au téleſcope, on donne par degrés le mouvement que l'on veut au téleſcope pour faire enſorte que les fils couvrent exactement l'objet.

234 A

1.5.125

Planche 4





861. Pour s'épargner la peine de la ſubdiviſion du quart de cercle en parties plus petites, le téleſcope porte avec lui une petite platine de cuivre qui gliſſe ſur le limbe, & ſe nomme *nonius*, du nom de celui qui en eſt l'Inventeur. Comment on a fait les ſubdiviſions.

Pour comprendre la raiſon & l'uſage de cette platine, il eſt à propos de démontrer auparavant le théorême ſuivant. Si une ligne af eſt diviſée en un nombre quelconque de parties égales ab, bc, cd, de, ef, & qu'une autre ligne égale $\alpha\iota$ ſoit diviſée en d'autres parties égales $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, $\gamma\delta$, $\delta\iota$, dont le nombre ſoit moindre de l'unité que celui des parties de af; je dis que $\alpha\beta$, $\alpha\gamma$, $\alpha\delta$, $\alpha\iota$, ſurpaſſeront ab, ac, ad, ae, d'une, deux, trois, quatre parties de ab, dont le dénominateur eſt le nombre des parties dans ae ou dans $\alpha\iota$. Car ſoient les lignes af, $\alpha\iota$, miſes l'une ſur l'autre par les deux bouts; puiſque les équi-multiples de deux quantités ab, $\alpha\beta$, ſont en même raiſon que les quantités elles-mêmes, nous aurons $ab : \alpha\beta :: ac : \alpha\gamma :: ad : \alpha\delta :: ae : \alpha\iota$ ou af, & en diviſant, $ab : b\beta :: ac : c\gamma :: ad : d\delta :: ae : e\iota$ ou ef. Les conſéquents $b\beta$, $c\gamma$, $d\delta$, $e\iota$, ſont donc dans la même progreſſion arithmétique que les antécédents ab, ac, ad, ae, & le premier des conſéquents $b\beta$ eſt la même partie de ſon antécédent ab, que le dernier conſéquent ef l'eſt de ſon antécédent ae, ou comme $\alpha\iota$ l'eſt de $\alpha\iota$, le nombre des parties dans ae & $\alpha\iota$ étant le même par la première ſuppoſition. Or il eſt clair que deux arcs de cercles égaux & coincidents ont la même propriété. Fig. 494.

862. L'arc ſupérieur AB repréſente un degré diviſé en 12 parties égales, comprenant chacune 5 minutes, & l'arc inférieur CD, qui eſt la 96e partie du quart de cercle eſt diviſé en 16 parties égales. Le *nonius* EF eſt la platine de ſous-diviſion fixée au téleſcope, & gliſſant avec lui dans l'eſpace compris entre les arcs AB, CD. Les degrés & minutes, auſſi bien que les 96es parties du quart de cercle ſe comptent de la gauche à la droite, en commençant par l'interſection du rayon vertical, pour meſurer les diſtances au zénith; mais les parties ſur le *nonius* ſe comptent du côté oppoſé, en commençant par la ligne $\alpha\alpha$, qu'on appelle l'*index*. Cette ligne eſt perpendiculaire aux côtés du *nonius*, à ſon extrémité à main droite; & la ligne de foi dans le téleſcope eſt tellement ajuſtée par les Fig. 495.

fils qui ſe croiſent dans ſon foyer, qu'elle eſt parallele à l'*index o o* prolongé juſques au centre du quart de cercle Dans la figure, le *nonius* E F eſt tellement placé, que la partie ſupérieure de l'*index o o* ne répond à aucun des points marqués ſur l'arc contigu, mais à quelque point inconnu de la 12 partie d'un degré, compris entre 50 & 55 minutes. Pour trouver le ſurplus de 50 minutes, j'obſerve en reculant depuis l'*index*, qu'un point du *nonius*, placé entre les nombres 3 & 4, eſt directement oppoſé à un point de l'arc contigu; ce qui fait voir qu'il faut ajouter 3 minutes & demi aux 50 déjà trouvées.

Car puiſque un degré eſt diviſé en 12 parties égales, qui renferment chacune 5 minutes; & puiſque la longueur du *nonius* eſt égale à 11 de ces parties, & qu'il eſt diviſé en 10; il eſt clair par le théorême (art. 861) qu'en comptant à reculons depuis les traits qui ſe confondent juſques à l'*index*, la première partie du *nonius* ſurpaſſe la première du limbe de $\frac{1}{10}$ de celui-ci, c'eſt-à-dire, de $\frac{1}{10}$ de 5 minutes, qui eſt une demi-minute, & que par conſéquent les 7 parties du *nonius* depuis les traits qui ſe confondent juſques à l'*index* ſurpaſſent les 7 parties correſpondantes de l'arc, de 7 demi-minutes ou 3′. 30″.

863. Lorſqu'il arrive qu'aucun trait ſur le limbe n'eſt directement oppoſé à aucun trait ſur le *nonius*, il faut examiner la partie du limbe qui eſt tellement oppoſée à une partie du *nonius* qu'elle en ſoit ſurpaſſée de part & d'autre, comme on le voit dans les parties G & H. Alors ſi l'on juge à l'œil que cette partie du *nonius* ſurpaſſe également de part & d'autre la partie du limbe, on donnera 15″ de plus que ſi elles avoient été coincidentes à leurs extrêmités auprès de l'*index*, & ſelon que l'excès auprès de l'*index* ſe trouve un tiers, un demi, double ou triple de l'autre excès, on attribuera 7 $\frac{1}{2}$″, 10″, 20″, 22 $\frac{1}{2}$″ reſpectivement. Car puiſque la ſomme des deux excès eſt toujours la même, & répond à 30″ (comme il eſt clair lorſque l'un des deux eſt diminué juſqu'à zero) le nombre des ſecondes qui doivent être ajoutées, ſera toujours à 30″, comme l'excès auprès de l'*index* eſt à la ſomme des deux excès.

864. L'arc inférieur du *nonius* eſt diviſé en 16 parties égales, & il eſt égal en longueur à 17 parties égales de l'arc oppoſé;

il détermine par conſéquent les ſeiziémes de chacune, par le théorême & la méthode précédente.

Dans la figure préſente, les traits oppoſés du *nonius* & de l'arc inférieur, ſont ſuppoſés ſe confondre à la 9e. partie du *nonius*; ce qui fait que l'*index* coupe 9 ſeiziémes de la partie oppoſée de l'arc. Et ainſi la longueur de l'arc, depuis le commencement de la 96e. partie du quart de cercle, doit être ainſi notée 15, 9, parce que la pointe d'en bas a paſſé le 15e. trait.

865. Cette manière de ſous-diviſer par un *nonius* eſt préférable à la méthode commune des tranſverſales; tant à cauſe qu'on s'épargne la peine de tracer tant de diagonales, que parce qu'on ne peut pas les tracer auſſi exactement avec une regle, que les lignes du *nonius*, & enfin parce que l'interſection de ces diagonales avec l'*index* ou ligne de foi (comme on l'appelle quelquefois) à raiſon de leur grande obliquité mutuelle, ne peut pas ſe déterminer auſſi exactement à l'œil, que la coincidence de deux traits du *nonius* & de l'arc qui ſont directement oppoſés l'un à l'autre.

Rectification de la ligne viſuelle.

866. L'objectif étant ſolidement placé dans le téleſcope & d'une manière immuable, il faut arrêter à vis ſur le téleſcope la platine du *nonius* $c\,d$, & la platine du collier $s\,t$ avant que de le placer ſur le quart de cercle, & alors le rayon viſuel ou l'axe de la lunette, deviendra parallele à la ligne $c\,o$ menée par le centre o du collier $p\,q$ au commencement c des diviſions du *nonius* en cette manière Ayant mené les lignes $s\,o\,t$ & $e\,c\,f$ ſur ces platines, toutes deux perpendiculaires à $o\,c$, on prendra les diſtances quelconques $o\,s$ & $c\,f$ égales entr'elles d'un côté de $o\,c$, & d'autres diſtances $o\,s$ & $c\,e$ égales entr'elles de l'autre côté de $o\,c$ & aſſez longues pour aller au-delà du téleſcope. Par les quatre points e, s, t, f, on limera les extrémités des deux platines pour les rendre exactement paralleles à $o\,c$ Enſuite plaçant les points s, f ſur deux points m, n d'une ligne horizontale tracée ſur un plan ſolide, on remarquera un point d'un objet éloigné caché par l'interſection des deux fils. Après cela, ayant fait faire un demi-tour au téleſcope autour de ſon axe $a\,b$, on placera les points oppoſés e, s des platines ſur les mêmes points m, n, & l'on remarquera un autre point

Fig. 494.

du même objet éloigné qui ſera couvert par l'interſection des deux fils. Fixant ainſi le téleſcope, on fera mouvoir les fils dans ſon foyer, juſques à ce qu'après pluſieurs répétitions de cette méthode, le même point de l'objet ſoit couvert dans les deux poſitions du téleſcope par l'interſection des fils; alors la ligne de foi ſera exactement parallele à la ligne *o c* (art. 834), ſuppoſé que l'objet ſoit fort éloigné. Mais parce que l'on diſtingue mieux les petites marques ſur un objet proche, il faut ajuſter tellement les fils, que dans chaque poſition du téleſcope, ils couvrent une marque ſéparée; en prenant l'intervalle des marques égal à la différence des hauteurs de l'axe du téleſcope par-deſſus la ligne fixe *m n* auſſi juſte qu'on pourra le meſurer.

Comment on a ajuſté le quart de cercle pour s'en ſervir.

867. L'objectif étant bien centré par la méthode de l'art. 808, il faudra rendre la ligne de foi parallele au plan du quart de cercle, autant qu'il ſera poſſible, par le moyen de l'ouvrage en cuivre attaché au téleſcope, & alors le plan décrit par la ligne de foi, tournant autour du centre du quart de cercle, on obſervera ſi les étoiles fixes paſſent par l'interſection des fils au même inſtant où elles paſſent dans le téleſcope méridional, préparé comme on l'a décrit ci devant (art. 838), & placé ſi proche du quart de cercle que les deux obſervateurs puiſſent s'entendre mutuellement au moment du paſſage des étoiles. Par la coincidence de ces obſervations ſur les étoiles à diverſes hauteurs, on verra ſi le plan du quart de cercle eſt bien dans le méridien. Car il eſt certain que le plan du méridien décrit par le téleſcope méridional, lorſqu'il tourne ſur un axe qui le traverſe, doit être plus juſte que celui qui eſt décrit par le téleſcope du quart de cercle, & qui n'eſt guidé que par les rouleaux qui tournent ſur le limbe.

Fig. 490, 491.

868. Lorſque le quart de cercle eut été mis de cette manière dans le plan du méridien par le moyen des crochets dont on a parlé ci-devant, ſon rayon qui marque 90 degrés, fut rendu exactement vertical (par le mouvement ci-deſſus mentionné) au moyen d'un fil à plomb d'argent très-fin, lequel fut ſuſpendu de manière à jouer exactement ſur le milieu du point central *o* (dans le pole de l'arbre *o i*), & en même

tems ſur le trait de 90 degrés marqué en bas ſur le limbe. Ayant une fois trouvé cette poſition du quart de cercle, on ſuſpendit un autre fil à plomb à côté, en dehors de la piéce du centre, de manière qu'il jouoit exactement ſur le milieu d'un point très-fin qu'on avoit fait dans le limbe en deſſous; c'étoit pour examiner dans la ſuite plus promptement, ſi le quart de cercle n'avoit pas changé de ſituation On appliqua pour cela une piéce de cuivre oblongue *a b* ſur la piéce quarrée qui eſt au centre du quart de cercle. Elle ſe meut par degrés à droite & à gauche, par le moyen de deux vis *c*, *d*, qui agiſſent contre ſes deux bouts. On a fait une rainure *a b* dans la longueur de la platine pour la faire gliſſer le long de deux autres vis *e*, *f*, arrêtées derrière la platine. Le fil à plomb fut ſuſpendu par une gance ſur une pointe *g*, & il paſſoit dans une fente très-fine pratiquée au dos d'une petite platine *h* pour le jetter un peu plus loin que ne faiſoit la gance, & afin que le fil portât ſur cette fente. Cette platine *h* & la pointe *g* ſont toutes deux arrêtées à la platine oblongue *a b*, & ſe mouvant par degrés au moyen des vis, on venoit à bout de faire jouer exactement le fil *h i* ſur le milieu du trou *i* dans le limbe : alors on preſſoit la platine *a b* contre le quart de cercle par le moyen des vis *e*, *f*. Fig. 497.

869. Lorſque ce quart de cercle fut arrêté au côté oriental de la muraille, on fit des préparatifs pour en fixer un autre au côté occidental, afin d'obſerver les hauteurs & les paſſages des étoiles dans la partie nord du méridien ; & auſſitôt que le gouvernement jugera à propos de faire la dépenſe d'un inſtrument auſſi utile, nous pourrons eſpérer d'avoir dans l'eſpace de peu d'années le catalogue le plus exact de toutes les étoiles viſibles dans notre hemiſphére, qu'il ſoit poſſible d'avoir par tous les inſtruments, & par toutes les obſervations qui exiſtent juſqu'à préſent. Et un tel catalogue étant le vrai fondement de toute l'exactitude que l'on peut déſirer dans l'Aſtronomie, la Géographie & la Navigation, il eſt inutile de parler plus au long de l'utilité de cet inſtrument. *Préparation pour un autre quart de cercle.*

870. Quant au catalogue des conſtellations méridionales, qui ſont en partie inviſibles dans notre latitude, il n'eſt pas douteux qu'il ſera bien perfectionné & augmenté par un arc *Arc mural de M. Campbell à la Jamaique.*

mural excellent que Mr. *Siſſons* a conſtruit exactement d'après le modèle de celui de *Greenwich*, excepté que ſon limbe eſt prolongé à environ 12 degrés vers le ſud de la ligne à plomb, pour obſerver les paſſages de la Lune & des planetes vers le nord du zénith de la *Jamaïque*, où ce quart de cercle eſt fixé, à l'uſage de Mr. *Colin Campbell* Ecuyer; jeune Gentilhomme qui donne de grandes eſpérances pour la perfection des ſciences, non-ſeulement par ſon génie & ſon application, mais auſſi par les avantages de ſa ſituation, de ſa fortune & de ſon éducation; ayant eu le bonheur d'être élevé par un auſſi bon juge que le Comte d'*Ilay*, à qui il a auſſi l'honneur d'appartenir.

CHAPITRE VIII.

Manière de meſurer les petits angles avec un téleſcope.

Ce que c'eſt que le micrometre & ſon uſage.

871. LE micrométre eſt une petite piéce de méchanique inventée pour faire mouvoir un fil délié paralléle-ment à lui-même dans le plan de l'image d'un objet qui ſe fait au foyer d'un téleſcope, & pour méſurer avec une grande exactitude ſa diſtance perpendiculaire à un fil qui eſt immobile dans le même plan. L'uſage de cet inſtrument eſt de meſurer les petits angles qui ſe forment à l'œil nud par les objets éloignés. Si l'on voit, par exemple, une planete dans le téleſcope, & que les deux points oppoſés de ſa circonférence paroiſſent être touchés exactement par deux fils paralleles, il eſt évident que la diſtance perpendiculaire de ces deux fils ſera égale au diamétre de l'image de la planete qui ſe fait au foyer de l'objectif. Soit cette diſtance dont la meſure eſt connue par le méchaniſme du micrometre, repréſentée par la ligne pq dans la fig 61. Puiſque la meſure de la diſtance du foyer q L eſt auſſi connue par la méthode ci-deſſus (art. 814), la raiſon de q L à qp, c'eſt-à-dire, du rayon à la tangente de l'angle qLp donnera cet angle par la table des ſinus & tangentes, & cet angle eſt égal à l'angle oppoſé PLQ (art. 43) que le diamètre réel de la planete forme en L ou à l'œil nud; mais on peut meſurer le même

angle

angle encore plus exactement & indépendamment des meſures abſolues de q L à q p, dont il ſuffit d'avoir les proportions, comme on le verra bientôt.

872. M. *Hughens* avoit coutume de meſurer les diamètres apparents des planetes, ou tous les petits angles, par une invention fort aiſée qu'il décrit en cette manière. (Syſtême de Saturne, p. 82). „ Il y a, *dit-il*, un certain endroit dans le tube d'un téleſcope, environ auſſi loin en devant de l'oculaire convexe que l'œil en eſt éloigné de l'autre côté & où les objets les plus fins & les plus déliés étant placés, paroiſſent au travers de l'oculaire exceſſivement clairs & diſtincts; & par conſéquent ils interceptent la vue d'une partie diſtincte de l'objet vû par le téleſcope. Si vous y placez un trou rond (percé dans une platine de cuivre) dont le diamètre ſoit un peu moindre que celui de l'oculaire, il terminera nettement & diſtinctement tout l'eſpace que l'on peut découvrir tout à la fois dans le Ciel par un teleſcope fixe. Il faut d'abord déterminer d'une manière ou d'autre, combien de minutes d'un arc de cercle ſont la meſure du diamètre apparent de cet eſpace. La meilleure manière eſt de meſurer le tems du paſſage d'une étoile par ce diamétre, ſoit avec un pendule ſimple ou avec une horloge à pendule. Car on ſçait fort bien qu'un très petit intervalle d'un degré dans le Ciel, paſſe par un cercle horaire fixe, dans 4 minutes de tems, de ſorte que ſi une étoile fixe, par exemple, placée dans l'Equateur ou fort proche de l'Equateur, paroît traverſer le diamètre de cet eſpace en 69 ſecondes, le téleſcope étant fixe, il s'enſuit que le diamètre apparent de cet eſpace dans le Ciel comprend un angle de 17 ¼ minutes à l'œil nud, & telle eſt la meſure de cet eſpace que j'ai priſe avec mon téleſcope de 23 pieds. Cela étant déterminé, il faut préparer deux ou trois platines de cuivre longues & déliées de différentes longueurs, & dont les côtés ſoient fort droits & convergents par degrés. Enſuite pendant qu'on obſerve une planete dans le téleſcope, on fait gliſſer l'une de ces platines dans deux couliſſes placées aux côtés oppoſés du tube, tellement que le plan de la longue platine touche le plan du trou rond. Alors on examine en quel endroit de la platine ſa largeur peut couvrir préciſément toute la planete; &

Micrometre de M. Hughens.

en prenant cette largeur avec les pointes d'un compas fin, & la comparant au diamètre du trou, on en conclura aiſément le diamètre apparent de la planete. Telle eſt la méthode de M *Hughens*.

873. Mais les diamètres des planetes ainſi meſurés ſont un peu plus grands qu'ils ne doivent l'être, comme *Newton* l'a obſervé, & comme il eſt évident en comparant les meſures de M. *Hughens* avec les autres qui ont été priſes par des fils paralleles, & en comparant le diamètre de Mercure obſervé dans le Soleil avec ſon diamètre obſervé hors du Soleil, celui-ci étant ſenſiblement plus grand que le premier. Tous les objets lumineux vûs ſur des objets obſcurs paroiſſent plus grands, & les objets obſcurs vûs ſur des objets lumineux paroiſſent plus petits qu'ils ne paroîtroient ſi les lumières des deux objets étoient également fortes; parce que la circonférence de l'image plus éclatante ſur la rétine ſe répand & s'étend dans l'image contigue plus obſcure; & l'image brillante de la planete étant interceptée par la platine de M. *Hughens*, cette lumière foible qui s'étend, devient plus ſenſible & ſe confond avec le bord de la planete; mais on peut éviter cette erreur en employant de longues fentes triangulaires, taillées dans des platines de cuivre, au lieu des platines mêmes triangulaires, ou même de très petits fils convergents au lieu des fentes.

Comment on obſerve les ſituations relatives des aſtres.

874. On peut trouver fort exactement ſans micrometre le lieu d'un aſtre tellement ſitué par rapport à un aſtre connu, que par ſon mouvement diurne il puiſſe le ſuivre ou le précéder dans l'ouverture d'un téleſcope fixe. Il faut ſeulement obſerver leurs différences d'aſcenſions droites & de déclinaiſons; car ces différences étant ajoutées à l'aſcenſion droite & à la déclinaiſon donnée de l'un des aſtres, ou en étant ſouſtraites, donnent celles de l'autre, & par conſéquent ſon lieu dans le Ciel. Il faut pour cela avoir quatre fils en croix dans le foyer du téleſcope (fig. 498), dont deux *ab* & *cd* ſe croiſent à angles droits, auſſi bien que les deux autres *ef* & *gh*, qui forment avec les premiers des angles demi-droits & ſe coupent tous en *i*. Enſuite ayant dirigé le téleſcope de manière à faire paſſer l'aſtre précédent ſur le fil *ab*; & l'ayant tourné ſur ſon axe juſques à ce que l'aſtre ſe meuve le long de *ab*, on le fixera dans cette

Fig. 498.

poſition, & l'on obſervera avec une pendule le tems du paſſage de cette étoile par le centre *i*, & le tems du paſſage de l'étoile ſuivante par le fil perpendiculaire *c d*. L'intervalle des tems entre ces deux paſſages par le fil *c d*, lequel ſe confond avec un arc d'un cercle horaire, étant changé en degrés & minutes, donnera l'arc de l'Equateur qui a paſſé ſur ce cercle horaire, & cet arc ſera la différence de l'aſcenſion droite des deux aſtres. Pour trouver la différence de leurs déclinaiſons, il faudra auſſi obſerver les tems des paſſages de ces aſtres en *k* & *l* par les fils obliques *e f*, *g h*, dont la moitié eſt le tems employé à décrire *m k* ou *m l*, moitié de la ligne *k l*. Cette moitié étant changée en minutes de degrés, donne leur nombre compris dans l'arc correſpondant de l'Equateur qui paſſe pendant ce tems-là par le cercle horaire fixe *c d*; & ce nombre étant diminué en raiſon du rayon au coſinus de la déclinaiſon donnée d'une étoile, donne la différence de leurs déclinaiſons ou le nombre des minutes compriſes dans l'arc *m s*. Cette regle n'a pas beſoin d'autre démonſtration, & elle eſt aſſez exacte, quoiqu'elle prenne le coſinus de la déclinaiſon donnée d'une étoile, au lieu du coſinus de la déclinaiſon inconnue de l'autre aſtre, parce que leur différence eſt fort petite en comparaiſon du tout.

875. M. *Caſſini*, qui a imaginé le premier cette méthode utile & exacte d'obſerver par les quatre fils, nous a fait voir de quelle manière on peut l'appliquer à toutes les particularités que l'on peut obſerver dans les éclipſes. *Voyez les Tranſ. phil.* n°. 236; elle a un grand avantage, en ce que les obſervations ne ſont pas ſujettes à l'incertitude des réfractions de l'air; car le téleſcope étant arrêté, tous les objets qu'on y voit, ayant preſque la même hauteur, eſſuyent à fort peu près la même réfraction: c'eſt donc la meilleure méthode d'obſerver le lieu de Mercure & de Venus, ou des autres planetes ou cometes lorſqu'elles ſont proches du Soleil, & par conſéquent peu élevées pendant la nuit, comme le D. *Halley* les a obſervées, *Tranſ. phil.* n°. 366, où en parlant de l'exactitude de cette maniere d'obſerver, il dit „ qu'il étoit préſent lorſque le D. *Pound*, & ſon neveu M. *Bradley*, démontrerent par ce moyen l'extrême petiteſſe de la parallaxe du Soleil ſi exactement, qu'après pluſieurs opérations réitérées elle ne ſe trouve pas ex-

ceder 12″ ni moindre que 9″. On peut voir ces obſervations dans les *Tranſ. phil.* n° 363, d'où le D. *Halley* a calculé la parallaxe ſelon la méthode de *Caſſini* (décrite dans ſon Livre ſur la comete en 1680), & qui eſt très bien développée dans la ſeptiéme leçon aſtronomique de M. *Whiſton*.

Cette méthode rendue plus aiſée.

876. Toute la difficulté dans cette manière d'obſerver, conſiſte à faire tourner le teleſcope autour de ſon axe, pour le mettre dans une poſition telle que les étoiles ſe meuvent parallélement à l'un de ſes fils; mais cette difficulté diſparoît entiérement quelque long que ſoit le téleſcope, par une belle invention de cet habile & exact Aſtronome, Mr. *Jacques Bradley*, Profeſſeur à *Oxford*, qu'il a auſſi appliquée au micromètre. La voici autant que je puis m'en ſouvenir. Soit A B C un anneau plat de cuivre arrêté au foyer du téleſcope; & *a b c* un autre anneau plus petit & concentrique placé dans une rainure circulaire pratiquée tout autour du grand anneau, & arrêté dans cette rainure par trois petites platines de cuivre écrouées ſur le grand anneau, & prolongées ſur l'anneau intérieur. On attache à celui-ci l'arc concentrique d'une roue *d e*, dont les dents ſont taillées dans ſa convexité, & que l'on fait tourner par le moyen d'une vis ſans fin, dont l'axe D E F tourne dans un collier en E & ſur un point en F, le tout fixé à l'anneau extérieur. Les fils *g h*, *i k* ſe coupent à angles droits en *f*, centre des anneaux; & lorſque le téleſcope eſt tellement arrêté que l'image d'une étoile tombe ſur *f*, ſuppoſons qu'elle ſe meuve le long de la ligne *f q*, ſi l'on tourne la vis ſans fin D E F, & par conſéquent le fil *f k* autour du point fixe *f* juſques à ce qu'il touche l'étoile en *q*, il ſe confondra avec la trace de ſon mouvement, & alors tous les autres aſtres auront le mouvement parallele requis.

Fig. 499.

Pour trouver la différence de déclinaiſon de deux étoiles, il obſerve le tems de leurs paſſages par le tranchant de deux barres de cuivre fort déliées *g i o*, *g k p*, fixées à l'anneau intérieur & également inclinées à ſon diamètre *g h*, formant avec ce diamètre des angles tels que les perpendiculaires *f s*, *f k* de part & d'autre de *f g*, ſoient chacune égale à la moitié de *f g*, & que par conſéquent toute la baſe *i k* du triangle iſoſcéle *i g k* ſoit égale à la hauteur perpendiculaire *f g*, & que

par conſéquent la différence des deux baſes *i f k*, *l m n* ſoit égale à *f m* différence de leurs hauteurs; de ſorte que la différence des tems du paſſage de deux aſtres ſur ces baſes, pourra donner la différence de leurs déclinaiſons, comme on l'a expliqué ci-devant.

Deſcription d'un micrometre. Fig. 109.

877. La meilleure eſpèce de micromètre ſe fait en cette manière. Au milieu d'une longue platine de cuivre A B, on fait un trou oblong *a b c d e f* (pour le placer dans le foyer d'un téleſcope), portant un fil délié *b e* qui eſt étendu de long en long ſur le milieu du trou, à angles droits avec les deux barres déliées de cuivre ou pinnules *g h*, *i k* qui croiſent ce trou; l'une *g h* eſt attachée à la platine A B par des vis en *g* & *h*, mais *i k* ſe meut parallelement à *g h*, par le mouvement circulaire d'un gros bouton C arrêté à l'extrémité d'une longue vis de fer D E, qui tourne ſur un point D à ſon extrémité, pendant que ſon autre bout tourne dans un trou en E au centre d'un cadran E F arrêté à angles droits ſur la platine A B. La longue vis D E agit dans deux écroues faites dans deux piéces cubiques de cuivre arrêtées derrière la platine *l m*, qui eſt en équerre avec la platine *n o*, & celle-ci gliſſe ſur la grande platine A B en avant ou en arrière, & entraîne un bras perpendiculaire *o p* qui s'étend ſur le trou *b e*, pendant que l'extrémité du bras *o p* gliſſe ſous une regle de cuivre *q r* attachée par des vis à la platine A B le long du côté du trou. Un côté *s t* de la platine ou pinnule mobile *i k s t* eſt au-deſſus du bras *o p*, & lui eſt attaché par deux vis à tête perdue en *s* & *t*; les trous par où elles paſſent dans la platine *s t* ſont oblongs ou plus grands que les écroües, pour laiſſer la liberté de placer le côté *i k* lorſqu'il doit ſe confondre avec *g h*, & qu'il y eſt conduit par le mouvement de la vis D E. La partie *i k* qui eſt plus élevée que le bras *o p* eſt applatie au marteau pour reſter à plat ſur la platine A B. Le côté *s k* après cet ajuſtement ſera toujours mû parallelement au côté *g h*; ſon inclinaiſon avec la vis D E étant par-tout la même, pourvû que la vis ſoit bien droite, & que l'écroue qui eſt derrière *l m* ſoit aſſez grande & leur mouvement uniforme. C'eſt pour cela que l'on place en *v* le quart d'une ſeptiéme écroue qui preſſe la longue vis D E en *v*, & donne

le corps eſt fixé au milieu d'un reſſort *w v x*, dont les extrémités étant attachées derrière les piéces de cuivre *l*, *m*, mais ſans les toucher, ſont preſſées vers elles par des vis en *w* & *x*; ce qui eſt cauſe que le corps *v* agit par ce reſſort ſur la vis D E & la tient ſerrée contre les côtés oppoſés des écroues en *l* & *m*. Pour empêcher tout mouvement en longueur dans la vis D E, ſa pointe D tourne dans un petit trou qui eſt à l'extrémité d'une vis oppoſée *y*, laquelle agiſſant dans une piéce fixe en ϛ, repouſſe la longue vis D E contre le derrière du cadran par où elle paſſe. Les deux *index* ſur la platine E F marquent le nombre des révolutions & les parties d'une révolution de la vis D E, correſpondantes à l'intervalle des pinnules *g h*, *i k*. Dans la partie extérieure, il y a une fente circulaire « *p* », qui marque la partie des diviſions ſur la circonférence d'une platine intérieure, laquelle ſe meut autour d'un centre par le moyen de deux roues & de deux pignons qui ſont en dedans : de ſorte qu'après chaque révolution de la vis & de l'*index* E F, qui en marque les petites parties, il paſſe une diviſion ſur la platine « *g y* par une pointe fine en «, laquelle fait voir le nombre des révolutions qui répondent à l'intervalle des pinnules *g h*, *i k*.

Perfection du micrométre.

878. Ce micrométre a été beaucoup perfectionné depuis peu par l'invention ingénieuſe de Mr. *Jacques Bradley*, Profeſſeur d'Aſtronomie à *Oxford*, en le faiſant tourner dans ſon propre plan autour de l'interſection *d* de la pinnule fixe *g h* & du fil perpendiculaire *b d e*, ſans toucher au téleſcope, ce qui s'exécute en cette manière Sur le derrière de la grande platine, tourné en deſſus & repréſenté par le parallélogramme G H I K, on a placé une autre platine L M N O de la même largeur & épaiſſeur, mais un peu plus courte. Au milieu de celle-ci, il y a un trou oblong qui répond à celui de l'autre platine en deſſous, mais qui eſt un peu plus grand, étant terminé à ſes côtés par les lignes droites ' ζ, « ' & à ſes extrémités par les arcs concaves ' ι », ζ « », dont le centre commun eſt le point *d*. L'arc concave « ι ' gliſſe autour de ce centre contre un arc concentrique convexe d'une platine annulaire » μ ν, un peu plus longue que l'arc concave, de la même épaiſſeur que le parallélogramme ſupérieur & fortement arrêtée à vis à la

Fig. 300.

platine inférieure, tout autour de l'extrémité du trou qui eſt la plus proche du centre *e*. En même tems l'autre arc concave *t* ⁎ glisſe auſſi contre un autre arc concentrique convexe *o* ⁎, d'une autre platine annulaire préciſément auſſi épaiſſe que le parallélogramme ſupérieur, & fortement attachée à vis au parallélogramme inférieur. Cet arc convexe *o* ⁎ eſt plus court que l'arc concave contigu *t* ⁎ ⁎ pour donner lieu au mouvement circulaire des platines, qui ſe tiennent enſemble par le moyen de deux platines annulaires ſemblables à ⁎ *μ* ⁎ & *o* ⁎, mais un peu plus larges, pour couvrir les arcs coincidents, lorſqu'ils paſſent ſur elles & arrêtées à vis en deſſous aux platines annulaires reſpectives. Le mouvement circulaire ſur ces arcs autour de leur centre *e* eſt communiqué par degrés au parallélogramme ſupérieur, au moyen d'une vis ſans fin en *r*, dont l'aiſſieu *r* ⁎ croiſe l'extrémité du parallélogramme inférieur, & tournant ſur un point à l'un de ſes bouts & dans un collier à l'autre, tous deux fixés à la platine inférieure, fait mouvoir les dents d'un arc de cuivre arrêté en *v* au bout du parallélogramme ſupérieur.

Pour arrêter le micromètre dans le tube du téleſcope, on a arrêté le long de chaque côté du parallélogramme ſupérieur une longue platine de cuivre d'environ un pouce de largeur, dont les côtés oppoſés ſont pliés en ſens contraire, de ſorte qu'ils forment deux bords oppoſés, larges d'environ $\frac{1}{4}$ d'un pouce, à angles droits avec la partie intermédiaire de la platine, comme on voit dans la figure. L'un des bords de chaque platine eſt placé en dedans le long des côtés du parallélogramme ſupérieur, & lui eſt fortement attaché par pluſieurs vis. La figure ⁎ x ↓ ⁎ repréſente l'un des trous égaux & oppoſés que l'on a fait dans les côtés d'un tube quarré où ſe place le micromètre, les coches ⁎ x ſont deſtinées à recevoir les bords des platines de côté, pour tenir le plan du micromètre perpendiculaire au tube à une juſte diſtance de l'objectif; cette diſtance étant une fois déterminée par expérience, comme on l'a expliqué ci-devant, doit ſe conſerver invariable dans toutes les obſervations, par des chevilles.

Meſures du Micrometre.

Longueur de la platine A B.	8. 0 pouces
Sa largeur G H = L M.	3. 6
Son épaiſſeur.	0. $\frac{1}{2}$
Longueur du trou *b e*.	3. 5
Sa largeur *g h* = *f e*.	2. 2
Largeur du trou dans l'autre platine en *i k*.	2. 6
Longueur de la vis D E.	5. 5
Son épaiſſeur.	0. 3
La ligne A *b*.	1. 6
L'intervalle *l m* = *w x*.	3. 0
Longueur des deux jumelles.	4. 5
Leur largeur.	0. 8
Leurs rebords.	0. 2
Diamètre du cadran.	3. 1
Son épaiſſeur (étant double avec deux roues en dedans)	0. 3
La plus grande ouverture des pinnules *g h*, *i k* = *f e*.	2. 2

Pas de la vis dans un pouce, 40.

Le pouce eſt diviſé par les cadrans en 40 fois 40 ou 1600 parties égales. A la place des pinnules de cuivre *g h*, *i k*, on peut en ſubſtituer deux autres portant des fils paralleles attachés par des vis à volonté.

Trouver les angles correſpondants aux révolutions de la vis.

879. Lorſqu'on a fait tomber les pinnules l'une ſur l'autre, il faut placer les *index* des révolutions au commencement des diviſions ſur les cadrans. Enſuite à meſure qu'on ouvre les pinnules, il eſt évident par la conſtruction de la vis, que les nombres des révolutions ſeront comme les intervalles des pinnules, & par conſéquent comme les angles qu'elles forment au centre de l'objectif; ces intervalles ne différent pas ſenſiblement des arcs de cercle qui méſurent ces petits angles. Ainſi lorſqu'un angle correſpondant à un nombre donné de révolutions, eſt déterminé par expérience, on trouve par la regle de trois, l'angle correſpondant à tout autre nombre de révolutions, & par conſéquent on peut faire des tables qui

marquent

marquent le nombre des minutes & ſecondes compriſes dans un angle qui répond à un nombre donné de révolutions & de parties.

880. Pour déterminer l'un de ces angles, le plus grand ſera le meilleur, parce que la même erreur dans la détermination ſera à proportion plus petite dans un angle donné qui en ſera conclu; il faut fixer le téleſcope à une étoile connue dans l'équateur ou fort proche de l'équateur, & ouvrir les pinnules autant qu'il ſera poſſible. On remarquera bien le nombre des révolutions de la vis dans cette ſituation. Enſuite avec une pendule on obſervera l'intervalle du tems pendant le paſſage de l'étoile ſur l'intervalle donné des pinnules, & l'ayant changé en minutes & ſecondes d'un arc de cercle, on aura la meſure de l'angle requis. Mais ſi l'étoile eſt éloignée de l'équateur, il faut diminuer le nombre trouvé des minutes & ſecondes, en raiſon du rayon au ſinus de la diſtance de l'étoile au pole

881. Car ſoit o le centre & $p\,o\,q$ l'axe d'une ſphére parallele à l'axe de la terre; $p\,r\,v\,q$ & $p\,s\,x\,q$ deux cercles horaires qui coupent l'équateur de la ſphére en v & x, & le cercle qui lui eſt parallele, décrit par le mouvement diurne de l'étoile, en r & s. Joignez $o\,v$ & du centre s du paralléle menez $s\,r$ & $s\,s$. Enſuite nous pouvons, ſi nous voulons, ſuppoſer que o ſoit le centre de l'objectif, que le diamètre $r\,o\,s$ ſoit égal à deux fois la longueur du téleſcope, & que le petit arc $r\,s$ ou l'arc $s\,s$ égal & oppoſé, ſoit l'intervalle des pinnules; l'angle $r\,o\,s$ ou $s\,o\,r$ ſera l'angle requis. Or puiſque les lignes $r\,o\,s$, $s\,o\,r$ ſont les rayons viſuels au moment du paſſage des étoiles par les pinnules, l'intervalle du tems changé en minutes & ſecondes d'un arc de cercle, donnera le nombre de celles qui ſont compriſes dans l'angle $v\,o\,x$ ou $r\,s\,s$, ſelon lequel les plans des cercles horaires ſont inclinés mutuellement. Mais l'angle $r\,s\,s$ eſt à l'angle $r\,o\,s$ ſous la même perpendiculaire $r\,s$ comme $r\,o$ eſt à $r\,s$ (art. 60), c'eſt-à-dire, comme le rayon eſt au ſinus de la diſtance de l'étoile au pole p. Ou bien, les triangles ou les ſecteurs $v\,o\,x$, $r\,s\,s$ étant ſemblables, le rayon $v\,o$ eſt au ſinus $r\,s$ (comme l'arc $v\,x$ eſt à l'arc $r\,s$ ou) comme Fig. 102.

l'angle *v o x* eſt à l'angle *r o s*, en prenant *r s* pour un arc de grand cercle.

Méthode de M. *Molyneux.*

882. Voici une autre manière de trouver l'angle qui répond à l'une des plus grandes ouvertures d'un micrometre. Ayant arrêté le micrometre à la diſtance convenable E *f* de l'objectif, telle qu'il la faut pour voir les objets les plus éloignés ſans parallaxe (art. 813), on remarquera ſur une muraille ou une maiſon fort éloignée deux objets bien viſibles comme P, R qui puiſſent tous deux être reçus enſemble dans le téleſcope fixe. On meſurera exactement la diſtance P R de l'un à l'autre, & leur diſtance E Q de l'objectif E (l'axe du téleſcope Q E *q* étant perpendiculaire au milieu de la ligne P R), & l'on calculera par les regles de la trigonométrie l'angle P E R. Enſuite ouvrant le micrometre juſques à ce que ſes deux bords rencontrent & embraſſent exactement les deux objets P, R, on verra combien on a fait de révolutions & de parties d'une révolution en ouvrant ainſi le micrometre : & l'on calculera l'angle par ce nombre de révolutions. C'eſt la méthode de Mr *Molyneux*.

Fig. 103.

Rendre cette méthode plus exacte.

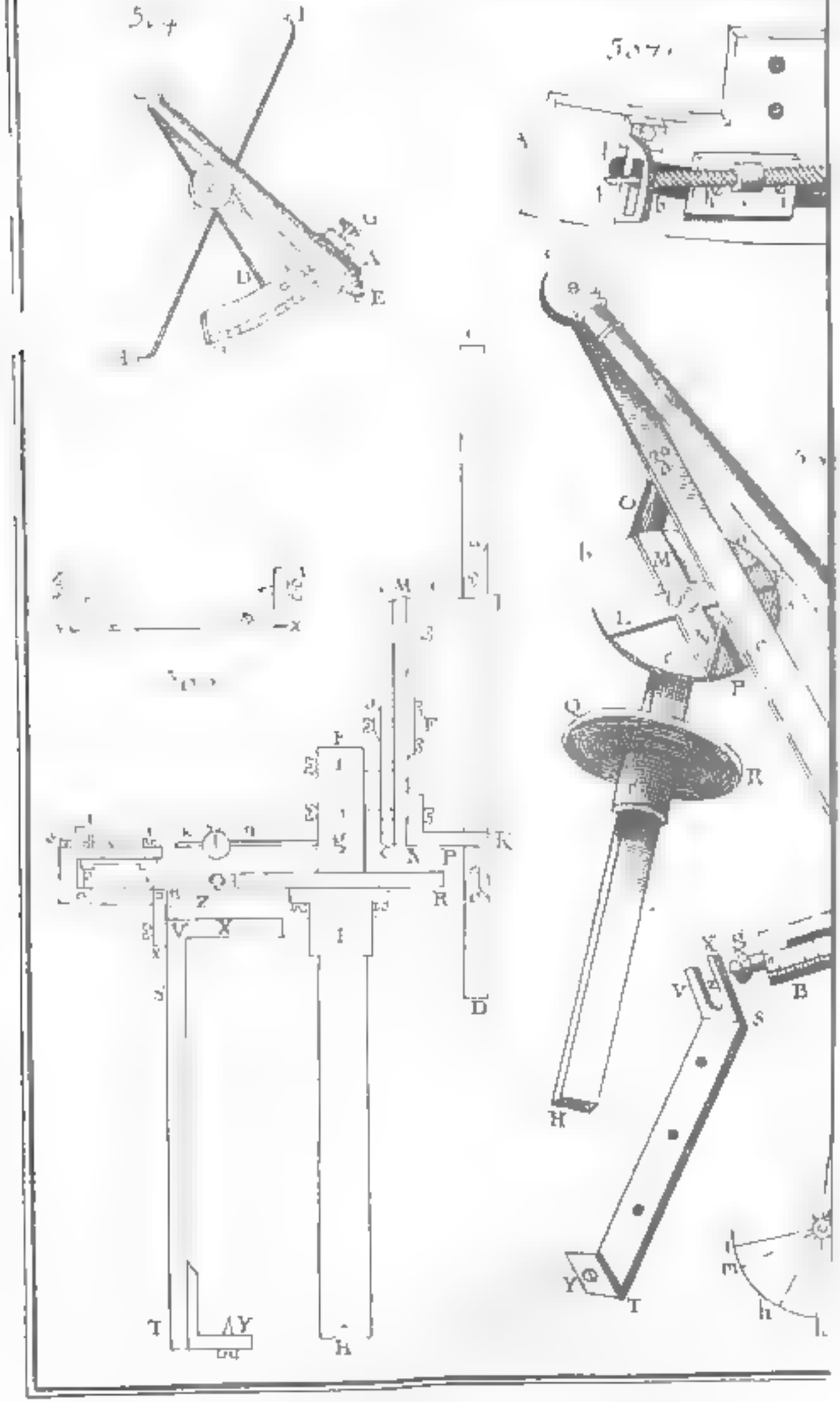
883. Sur un terrain uni où l'on peut meſurer exactement une grande diſtance avec une regle, on peut faire cette expérience avec beaucoup d'exactitude, en fixant ſeulement une barre ou une planche horizontale à angles droits avec Q E, & y traçant une ligne noire dans ſa longueur, que l'on marquera par deux traits en travers, P & R, aſſez épais pour être viſibles par le téleſcope. Et quoiqu'il arrive que faute d'un terrain aſſez uni, l'objet ſoit trop proche pour être vû diſtinctement & ſans parallaxe, à moins que l'on n'allonge le téleſcope ; on peut cependant faire cette expérience avec aſſez d'exactitude en y employant la correction ſuivante.

Reculez le micrometre à la diſtance E *q* requiſe pour voir l'objet très-diſtinctement & ſans parallaxe ; meſurez E *q* auſſi exactement qu'il vous ſera poſſible ; car une grande exactitude n'eſt pas néceſſaire : ayant enſuite obſervé le nombre des révolutions & des parties de révolutions qui répondent au diamètre apparent ou à l'angle calculé P E Q ; diminuez ce nombre en raiſon donnée de Q E à Q *q*, & vous aurez le nombre

250 A

1.5.125

Planche 55



des révolutions qui répondent au même angle QER, lorſque le micrometre étoit placé pour voir les objets les plus éloignés. Car en ſuppoſant que *pqr* eſt l'image de l'objet voiſin PQR, & *efg* l'image de l'objet le plus éloigné compris ſous le même angle que PQR; ces deux images ſeroient terminées par les mêmes lignes ſi elles étoient toutes deux diſtinctes. Et par conſéquent le nombre des révolutions qui répondroient à l'image *efg*, eſt au nombre de celles qui répondent à *pqr*, comme la ligne *efg* eſt à la ligne *pqr*. Mais en ſuppoſant que les rayons reviennent de *q* en Q, puiſque *f* eſt le foyer des rayons paralleles qui vont du côté oppoſé, nous avons *q*Q. *q*E :: *q*E : *qf* (art 239), & en diviſant, QE : Q*q* : : (E*f* : E*q* . :) *eg* : *pr* : : le nombre des révolutions dans *eg* eſt au nombre dans *pr*.

884. Le micrometre eſt d'autant plus utile, que l'angle qu'il comprend eſt plus grand ; ainſi l'oculaire le plus large, le plus épais & celui qui groſſit le plus eſt le meilleur. Quoique dans un tel oculaire les fils du micrometre paroiſſent courbés (art 154, 605), pourvû qu'ils ſoient aſſez diſtincts, l'exactitude dans la meſure de l'angle n'en ſouffre point: parce que les lignes droites qui ſont ſur l'objet couvertes par les fils, paroiſſent préciſément autant courbées que les fils eux-mêmes. Si l'on étend un fil ſur la page d'un livre, & qu'on le regarde à travers les bords d'un verre fort convexe, ce fil paroîtra tortu, mais il paroîtra auſſi couvrir les mêmes lettres qu'avec l'œil nud. C'eſt la même choſe dans le foyer d'un téleſcope, parce que les rayons qui viennent des parties de l'objet, ſont divergents ſur l'oculaire par rapport aux points contigus des fils.

La courbure apparente des fils ne produit aucune erreur.

CHAPITRE IX.

Secteur Aſtronomique de M. Graham.

Deſſein de l'inſtrument. 885. ON convient que le micrometre eſt l'inſtrument le plus exact & le plus commode pour obſerver le lieu d'une planete ou d'une comete, lorſqu'il arrive qu'elles ſont aſſez proches d'une étoile connue, en prenant leur différences en aſcenſion droite & en déclinaiſon avec cette étoile, comme on l'a expliqué ci-devant, mais cela étant ſouvent impraticable, parce qu'il y a de grands eſpaces dans le Ciel où l'on ne trouve aucune étoile connue, il faut néceſſairement avoir recours à des quarts de cercle ou à des ſextans mobiles, qui ayent des pinnules téleſcopiques pour meſurer de grandes diſtances. Cependant outre la difficulté & les frais de ces ſortes d'inſtrumens, on ſçait aſſez combien l'obſervation eſt penible & incertaine, ce qui vient principalement de la difficulté que les Obſervateurs trouvent à faire leurs obſervations dans chaque téleſcope au même inſtant, pendant que l'inſtrument ſuit le mouvement diurne des aſtres. Ceux qui aiment l'Aſtronomie ont donc beaucoup d'obligation à l'ingénieux M. *George Graham*, de la Société Royale de Londres, non-ſeulement pour avoir perfectionné le méchaniſme de pluſieurs inſtruments aſtronomiques, mais auſſi pour en avoir inventé un très commode & très exact ſur le ſujet propoſé, c'eſt-à-dire, pour prendre les différences d'aſcenſion droite & de déclinaiſon qui ſont trop grandes pour être obſervées avec un téleſcope fixe, & pour les prendre avec autant de facilité & d'exactitude à proportion du rayon de l'inſtrument. Je vais en donner d'abord une idée générale, après quoi j'entrerai dans le détail de tout ce méchaniſme.

Idée de l'inſtrument. 886 Soit A B un arc de cercle de 10 ou 12 degrés bien diviſé, avec une longue platine C D qui lui ſert de rayon, & qui eſt arrêtée au milieu de l'arc en D. Si ce rayon eſt appliqué au côté d'un axe H F I, & s'il eſt mobile autour d'une cheville

Fig. 504.

arrêtée à cet axe en F, de manière que le plan du ſecteur ſoit toujours parallele à l'axe H I, ſi cet axe eſt parallele à l'axe de la terre, le plan du ſecteur ſera parallele à quelque cercle horaire. Soit un téleſcope C E mobile autour du centre C de l'arc A B, d'un bout à l'autre, par le moyen d'une vis qui tourne en G, & que la ligne viſuelle ſoit parallele au plan du ſecteur. Si l'on fait tourner tout l'inſtrument autour de l'axe H I, juſques à ce que ſon plan ſoit ſucceſſivement dirigé à l'une des étoiles & enſuite à l'autre, on pourra aiſément mouvoir le ſecteur autour de la cheville F, en telle poſition que l'arc A B reſtant fixe, puiſſe ſaiſir les deux aſtres dans leur paſſage par ce plan, pourvû que la différence de leurs déclinaiſons n'excéde pas l'arc A B. Ayant enſuite fixé le plan du ſecteur un peu à l'oueſt des deux étoiles, on fait mouvoir le téleſcope C E par le moyen de la vis G, & l'on obſerve avec une pendule le tems du paſſage de chaque étoile par l'interſection des fils & les degrés & minutes marquées par l'*index* ſur l'arc A B ; la différence des arcs eſt la différence des déclinaiſons, & la différence des tems donne la différence des aſcenſions droites des aſtres.

887. Voici le méchaniſme des principales parties de cet inſtrument. Sur le côté d'un aiſſieu de fer quarré H I F, & vers ſon ſommet, on arrête une grande platine circulaire *a b c* de cuivre ſolide. Il y a ſur cette platine une croix de cuivre K L M N, qui tourne autour d'une cheville au centre F. Aux extrêmités du traverſier M N, on éleve deux bras perpendiculaires O & P, dont les bouts ſont arrêtés par des vis *d*, *e* par derrière le rayon C D, lequel eſt fortifié de ce côté-là par une longue piéce de cuivre placée d'un bout à l'autre, comme elle eſt repréſentée dans la fig. 505. Les bras O, P, ne ſont pas plus longs qu'il ne le faut, pour faire tourner le ſecteur A B C autour de la cheville F, & d'une autre platine circulaire Q R, laquelle eſt arrêtée à la baſe ſupérieure d'un cylindre de cuivre I, l'aiſſieu de fer H F étant placé dans un trou quarré au milieu des deux, & arrêté dans ce trou. S T repréſente une longue platine ſolide de cuivre, avec deux petites platines V X & Y T perpendiculaires à ſes deux bouts. Suppoſons maintenant que la longueur de la platine S T ſoit pa-

Deſcription de ſes parties.

Fig. 505.

rallele à l'axe de la terre, & fortement arrêtée dans cette poſition ſur un piedeſtal ou autrement, avec ſes côtés plats, faiſant face au Nord & au Sud. Otez cet aiſſieu H I, & placez le trou conique qu'on a fait dans l'extrêmité H, ſur une pointe conique d'une vis en Y, & le cylindre I dans la fente V Z X, dont les côtés paralleles, V, X l'embraſſent pendant qu'il reſte en repos contre deux points d'une coche angulaire dans le fonds de la fente en Z. Par ce moyen tout l'inſtrument tournera toujours exactement autour d'une même ligne imaginaire. Lorſqu'on a fait tourner le ſecteur autour de la cheville F, de manière que le rayon C D devienne parallele à l'axe H I, la figure 506 repréſente une ſection de tout l'inſtrument, faite par un plan qui paſſe à angles droits par le rayon C D, par la piéce qui le ſoutient en deſſous, par l'aiſſieu H I & par l'appui S T de tout l'inſtrument. Ses différentes parties ſont marquées par les mêmes lettres dans les deux figures. Les bras O & P ont deux fentes au milieu de leurs extrêmités pour recevoir le bord de l'appui de C D. La platine circulaire *a c* eſt arrêtée à l'aiſſieu par les vis *h*, *i*. La verge de cuivre *g k* eſt arrêtée à vis dans l'aiſſieu H I & porte une bale de cuivre *l m* qui gliſſe dans toute ſa longueur; on l'arrête où l'on veut avec une vis *m* pour balancer le poids du ſecteur & du téleſcope qui ſont placés de l'autre côté de l'aiſſieu. Au haut de l'appui S T, il y a une piéce *n o p q r s t v*, dont la cavité *n o p q* reçoit la platine circulaire Q R. L'extrêmité *q* d'un reſſort *p q* eſt arrêtée par une vis *r* en dedans de la platine ſupérieure *r s*, pendant que l'on peut preſſer en bas l'autre extrêmité *p* ſur le cercle Q, en faiſant tourner une vis *t* qui agit dans une écroue *v*. Et pour empêcher que cette preſſion ne dérange le plan du cercle Q R, & par conſéquent la poſition de l'axe H I, la piéce *n o p q* a la liberté de s'arrêter ou de tourner ſur les bouts de deux clous à vis, qui entrent dans deux trous coniques aux bords oppoſés de la platine inférieure *n o*. On voit l'une de ces vis en *n*, & la piéce fixe où ces vis entrent eſt repréſentée ſéparément à plein en *n x y z*. *n*, *z* ſont les pointes ſur leſquelles la petite machine tourne. Par ce moyen la même vis en *t* force les platines ſupérieure & inférieure de la machine *n o p q*

Fig. 505, 506.

à comprimer le cercle Q avec des forces égales. Au bras O eſt attachée une autre machine ſemblable, qui preſſe tellement le cercle *a c* & le traverſier de la croix M N, que le ſecteur & le téleſcope reſtent dans toute poſition donnée, en tournant autour de la cheville cylindrique F, laquelle traverſe les platines M N, *a c*. La tête plate de cette cheville eſt arrêtée par trois petites vis à la platine M N, & à l'extrêmité oppoſée de cette cheville on a arrêté à vis un reſſort circulaire. La cheville C au centre du ſecteur eſt faite de la même manière.

888. La fig. 507 repréſente la vis qui eſt derrière le limbe A B, & qui ſert à mouvoir le téleſcope en faiſant tourner le bouton *g*. *g a b* eſt une longue vis droite, qui agit dans une écroue percée dans une tête de cuivre *c*. Cette tête ſe meut dans une longue rainure circulaire *d e* faite dans le limbe; l'autre extrêmité de cette piéce tourne circulairement dans un trou qui eſt dans la platine du *nonius*, (dont un bout eſt fixé au téleſcope), & elle l'entraine le long du limbe. *h* & *i* ſont les têtes de deux vis, qui entrent dans un reſſort pour rendre le mouvement uniforme & dans la rainure *d e*. Elles ſont arrêtées dans la platine du *nonius* de l'autre côté du limbe. Comme la longueur de la vis *a b* doit avoir un petit mouvement angulaire, en conduiſant la tête *c* le long de l'arc *d e*, elle tourne circulairement vers ſon extrêmité *a* dans un trou qu'on a fait dans un petit aiſſieu plat *m n*, qui eſt placé perpendiculairement au limbe, & arrêté par le bras *n o*, pendant que l'autre extrêmité *b* ſe meut dans une fente *p* parallele au limbe. La longue vis *g a b* eſt arrêtée par des épaulements de chaque côté pour l'empêcher de gliſſer en avant & en arrière dans le trou qui eſt dans l'axe *m n*. Fig. 507.

889. Voici les dimenſions de cet inſtrument. La longueur du téleſcope ou le rayon du ſecteur eſt de 2 $\frac{1}{2}$ pieds; la largeur du rayon auprès du bout C eſt 1 $\frac{1}{2}$ pouce & au bout D, 2 pouces. La largeur du limbe A B eſt 1 $\frac{1}{2}$ pouce, & ſa longueur 6 pouces, comprenant 10 degrés diviſés en quarts & marqués d'un bout à l'autre. Le téleſcope porte un *nonius* ou platine de ſous-diviſion, dont la longueur étant égale à 16 quarts d'un degré, eſt diviſée en 15 parties égales, ce qui Dimenſions de l'inſtrument.

diviſe en effet le limbe en minutes & par eſtime en parties plus petites. La longueur de l'aiſſieu quarré H I F eſt de 18 pouces, & celle de la partie H I de 12 pouces. Son épaiſſeur eſt d'environ $\frac{1}{4}$ de pouce; les diamètres des cercles Q R & *a b c* ſont chacun de 5 pouces. On peut laiſſer à la diſcrétion de l'ouvrier l'épaiſſeur des platines & les autres dimenſions.

Rectification de l'inſtrument.

890. On peut rectifier cet inſtrument, pour faire des obſervations en cette manière Si l'on place l'interſection des fils à la même diſtance du plan du ſecteur, que le centre de l'objectif trouvé par l'art 808; le plan décrit par la ligne viſuelle pendant le mouvement circulaire du téleſcope ſur le limbe ſera aſſez exact & ſans courbure conique. Ce que l'on peut examiner en ſuſpendant un long fil à plomb à une diſtance convenable de l'inſtrument, & fixant le plan du ſecteur dans une poſition verticale. Car on pourra obſerver, pendant que le téleſcope ſe meut le long du limbe par le moyen de la vis, ſi l'interſection des fils paroît ſe mouvoir le long du fil à plomb.

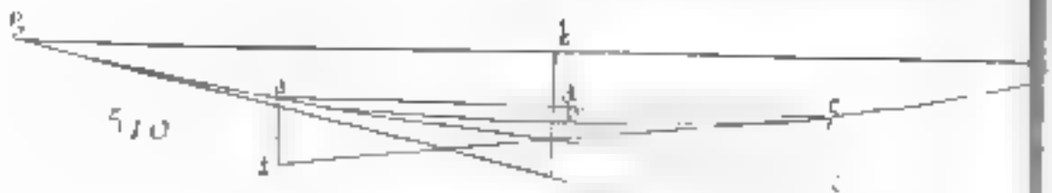
Fig. 508.

891. On peut élever l'aiſſieu de fer *h f o* à fort peu-près parallélement à l'axe de la terre par le moyen d'un petit quart de cercle ordinaire, & l'on peut corriger l'erreur qui en réſultera en faiſant ſuivre à la ligne viſuelle le mouvement circulaire de l'une des étoiles circumpolaires, pendant que tout l'inſtrument ſe meut autour de ſon axe *h f o*, le téleſcope étant arrêté ſur le limbe. Pour cela l'on dirigera le téleſcope *k l* vers l'étoile *a* lorſqu'elle paſſe au plus haut point de ſon cercle diurne, & l'on obſervera la diviſion marquée par le *nonius* ſur le limbe. Enſuite 12 heures après, lorſque l'étoile eſt arrivée au point le plus bas de ſon cercle, on fera faire un demi-tour à l'inſtrument autour de ſon axe pour mettre le téleſcope dans la poſition *m n*; ſi l'interſection des fils couvre la même étoile que je ſuppoſe en *b*, l'élévation de l'axe *h f o* eſt exacte; mais s'il eſt néceſſaire de mouvoir le teleſcope pour le mettre dans la ſituation *μ ν* & pointer à cette étoile en *c*, l'arc *m μ* qui meſure l'angle *m f μ*, ou *b f c* ſera connu, & il faudra abaiſſer l'axe *h f o* de la moitié de cet angle donné, ſi l'étoile a paſſé ſous *b*, ou l'élever d'autant, ſi elle a paſſé au-deſſus, & répétant enſuite l'opération, on aura

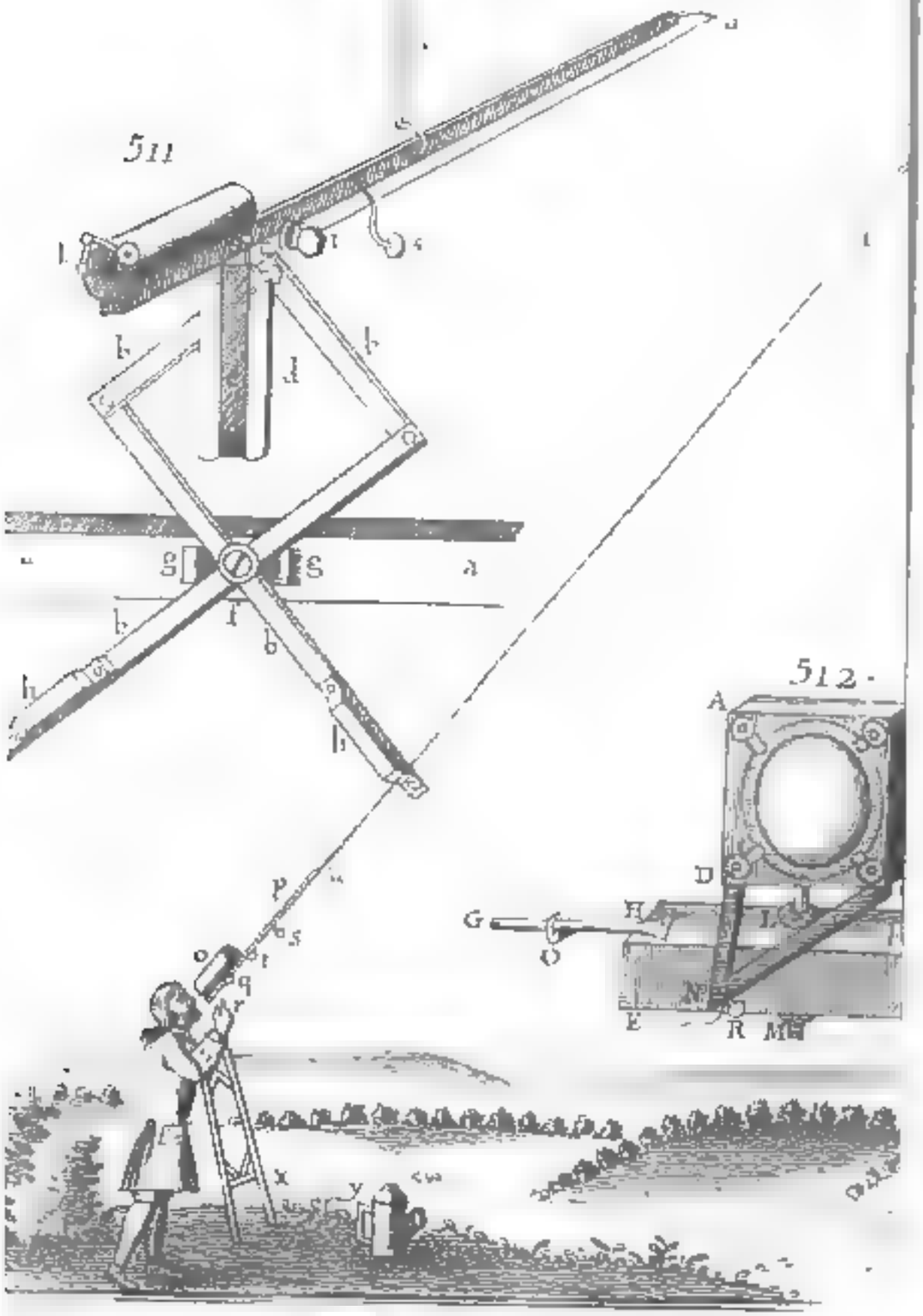
la

256 A

.5..25



510



511

512.

la vraie élévation de l'axe. Si l'on fait de pareilles obſervations ſur la même étoile de part & d'autre du pole dans le cercle de ſix heures, on aura l'erreur de l'axe vers l'eſt ou vers l'oueſt, & on la corrigera juſques à ce que l'interſection des fils ſuive toujours l'étoile autour du pole. Car ſi l'on ſuppoſe que *aopbc* ſoit un arc du méridien (ou dans la ſeconde opération un arc du cercle de ſix heures), & que l'on rende l'angle *afp* égal à la moitié de l'angle *afc*; la ligne *fp* aboutira au pole, & l'angle *ofp* qui eſt l'erreur, ſera la moitié de l'angle *bfc* ou *mfe* trouvé par l'obſervation, parce que la différence des deux angles *afb*, *afc* eſt double de la différence de leurs moitiés *afo*, *afp*. Si l'étoile n'eſt pas fort proche du pole, il faudra avoir égard aux réfractions.

CHAPITRE X.

Manier les grands téleſcopes ſans tuyaux.

892. ON a fait voir dans le 7e. chapitre du 2^d^. livre que le ſeul moyen qu'on a de perfectionner les téleſcopes dioptriques, eſt d'augmenter leur longueur en raiſon au moins doublée de l'augmentation propoſée du diamètre apparent d'un objet; c'eſt-à-dire, que pour groſſir deux fois autant qu'auparavant avec la même clarté & diſtinction, le téleſcope doit avoir une longueur quadruple, & pour groſſir 3 fois autant, il doit être neuf fois auſſi long, & ainſi des autres. On a fait voir en même tems que cet inconvénient venoit des imperfections de l'image de l'objet formée par l'objectif. Les Mathématiciens attribuoient autrefois ces imperfections aux défauts des ſurfaces ſphériques qui ne réuniſſent pas exactement les rayons de chaque pinceau, & ils s'étoient propoſés de donner à leurs verres les figures produites par les ſections coniques roulant autour de leurs axes. Mais le grand *Newton* a découvert leur mépriſe, & a fait voir que les figures coniques ne peuvent qu'éloigner une cauſe peu importante de ces imperfections de l'image, pendant que la différente ré-

frangibilité des rayons, qui en eſt la principale cauſe, ſubſiſteroit toujours ſans pouvoir l'éviter. C'eſt ce qui le conduiſit à l'invention de ſon téleſcope de réflexion vers l'an 1670; mais avant qu'il fut devenu auſſi commun qu'il l'eſt aujourd'hui par les ſoins de l'ingénieux Mr. *Hadley*, les Mathématiciens déſeſpéroient de pouvoir perfectionner autrement les téleſcopes qu'en les allongeant, & en imaginant des machines pour les manier. On peut voir une grande quantité de ces machines dans le livre d'*Hevelius*, intitulé, *Machina Cæleſtis*. Mais l'Aſtronomie fut à la fin délivrée de ces machines diſpendieuſes par le génie du grand *Huyghens* qui, plaçant l'objectif ſur un long mât vertical, trouva le moyen de diriger ſon axe vers les objets par un fil délié, venant de l'objectif à l'oculaire Cette invention fut miſe en pratique avec ſuccès, tant par *Huyghens* que par les autres, & ſur-tout parmi nous, par le feu Dr. *Pound*, & par ſon neveu Mr. *Jacques Bradley*, Profeſſeur d'Aſtronomie à *Oxford*, avec un objectif de 123 pieds de foyer, & tout l'appareil qui l'accompagne, tel qu'*Huyghens* l'avoit fait lui-même & préſenté à la Société Royale, & tel qu'il l'a décrit dans ſon *Aſtroſcopia compendiaria tubi optici molimine liberata*, imprimé à la *Haye* en 1684, & que j'ai traduit ici. Car quoiqu'on ait porté aujourd hui les téleſcopes de réflexion de *Newton* à une ſi grande perfection, qu'un téleſcope de cinq pieds équivaut à l'objectif d'*Huyghens* de 123 pieds; cependant il y a un grand avantage dans ces téleſcopes dioptriques que les catoptriques n'ont pas, & c'eſt l'application du micrometre. Car les diamètres des peintures des objets dans deux téleſcopes étant comme leurs longueurs, le même micrometre meſurera plus exactement la grande que la petite image c'eſt principalement pour cela que je donne ici la traduction d'*Huyghens*.

Fig. 109. 893. Placez dans un grand eſpace expoſé de tous côtés à la vue du Ciel un mât vertical. Celui que nous avons employé au commencement avoit 50 pieds de hauteur, & il ſuffiſoit pour un téleſcope de 70 pieds de long & même plus; quoique pour les plus grandes hauteurs des aſtres, il faudroit un mât preſque auſſi long que le téleſcope. Avant que d'enfoncer ce mât dans la terre, il faut en applanir un côté &

y faire deux couliſſes paralleles entr'elles à la diſtance d'un pouce & demi, pour y faire un long canal un peu plus large en dedans qu'en dehors, & qui s'étende depuis le haut du mât juſques à 3 pieds au-deſſus du bas. A travers le plus haut de ce mât, vis-à-vis de cette longue échancrure, on fera une fente ou mortoiſe pour y recevoir une poulie ſur laquelle on fera paſſer une corde une fois plus longue que le mât, & environ d'un demi-pouce d'épaiſſeur; & afin qu'on puiſſe monter dans le beſoin en haut de ce mât, on y placera des triangles de bois à diſtances égales pour ſervir d'échelons. Le bas doit être bien pénétré de poix bouillante dans la partie qui doit être enfoncée en terre, & l'on doit mettre du ſable dans le trou tout autour afin qu'il ne ſe rompe pas. L'uſage de ce mât eſt d'élever l'objectif à la hauteur convenable en cette manière.

894. Ayez une planche de bois de deux pieds de long bien unie de chaque côté, afin qu'elle ſe meuve librement en haut & en bas dans le canal dont on a parlé, & placez au milieu de cette planche un bras de bois bien arrêté, & qui s'étende de la longueur d'un pied depuis le mât. Placez le milieu d'une autre planche d'un pied & demi de long horizontalement, & à angles droits ſur l'extrêmité de ce bras, & qu'elle y ſoit bien fixe. L'objectif doit être placé ſur l'un des bouts de cette planche traverſière, & le tout doit monter & deſcendre par le moyen de la corde dont on a parlé; les bouts de cette corde ſont attachés au haut & au bas de la planche verticale qui gliſſe dans l'échancrure, & le tout doit être mis en équilibre par le moyen d'un plomb attaché à la corde de l'autre côté de la poulie; en telle ſorte que le plomb doit être en haut lorſque l'objectif eſt en bas, & au contraire. Les extrêmités du plomb doivent avoir une figure conique, afin qu'il ne s'embarraſſe pas dans les triangles de bois dont on a parlé.

895. Voici la manière de fixer l'objectif. On l'enfermera dans un tube de fer blanc ou de cuivre de 4 pouces de longueur, & en dehors de ce tube, ou plutôt à un anneau qui l'environne, on arrêtera une petite verge droite d'environ un pouce d'épaiſſeur & 8 pouces, ou un pied de longueur depuis

l'extrêmité du tube. Le tout ſera porté par un genou de cuivre arrêté à cette verge & qui puiſſe jouer librement ſans aucun danger. Le pied cylindrique de ce genou entrera dans un autre cylindre diviſé en deux parties, & ſera arrêté par une vis. Par ce moyen l'objectif & la verge qui lui eſt attachée pourront ſe mouvoir de tous côtés ; & pour les tenir en équilibre, on attachera un contrepoids égal à la partie inférieure de la verge par le moyen d'un fil de cuivre, de manière qu'en bandant ce fil en avant ou en arrière, on puiſſe aiſément placer le centre commun de gravité du poids, de la lentille & des parties qui lui ſont attachées, dans le centre de la boule de cuivre du genou ; alors la moindre impreſſion fera mouvoir le tout & le laiſſera dans toute poſition donnée. C'eſt de là que dépend tout le ſuccès de cette invention. Ayant placé le genou dans un trou vers le bord du traverſier dont on a parlé ; on attachera à la queue de la verge jointe à l'objectif un fil de ſoie, dont la longueur ſera un peu plus grande que celle du téleſcope propoſé, pour pouvoir en attacher l'autre bout à l'oculaire. Ainſi lorſque l'objectif ſera élevé vers le haut du mât, en tirant doucement ce fil, pendant qu'on ſe meut autour du mât, l'objectif ſuivra aiſément ce mouvement, & on l'oppoſera directement à l'aſtre que l'on voudra obſerver ; ce qui ne pourroit jamais réuſſir, s'il n'étoit pas dans l'état de libration dont on a parlé. Mais puiſqu'il eſt abſolument néceſſaire que la verge attachée à l'objectif ſoit parallele au fil ainſi tendu, il faut pour cela arrêter un petit fil de cuivre à la queue de cette verge, & la plier de manière que ſon extrêmité où le fil eſt attaché ſoit autant au-deſſous de la verge que l'eſt le centre de la boule de cuivre du genou. On donnera bientôt la raiſon qui a déterminé à employer un fil de cuivre flexible & à reſſort.

896 Il faut maintenant décrire la poſition de l'oculaire & ſa liaiſon avec l'objectif ; ce qui ſe fera en peu de mots, parce que le méchaniſme en deſſous eſt preſque ſemblable à celui de deſſus. L'oculaire eſt auſſi enfermé dans un petit tube lié à une verge qui doit avoir un genou ou plutôt un petit aiſſieu, & un poids en deſſous pour balancer le tube & l'oculaire. L'obſervateur ſaiſit une manivelle attachée à

l'aiſſieu, & tient la verge inférieure dirigée vers la ſupérieure, par le moyen du fil qui les lie enſemble, & qui s'entortille autour d'une cheville qui eſt dans la verge inférieure, de ſorte qu'en tournant doucement cette cheville pour faire tendre le fil, il eſt évident que les deux verres doivent devenir paralleles l'un à l'autre La partie inférieure du fil entre dans un petit trou qu'on a fait avec un fil de cuivre au plus bas de la verge inférieure, & l'obſervateur en tournant la cheville, comme celle d'un inſtrument de muſique, accourcit ou allonge cette ligne à volonté, juſques à ce qu'il ait réduit l'intervalle des verres à ſa juſte longueur, telle qu'il la faut pour la viſion diſtincte.

897 Mais pour tenir l'oculaire ferme, comme il doit l'être, il eſt à propos que l'obſervateur, ſoit qu'il ſoit droit ou aſſis, ait ſes bras appuyés ſur un ſupport, qui ſera compoſé d'une petite barre traverſiere ſoutenue par deux pieds de quelque bois léger, pendant qu'il tient l'oculaire dans une de ſes mains, ce qui eſt plus prompt & plus commode que de fixer l'oculaire ſur un ſupport ſoutenu par trois pieds.

898 Pour trouver un aſtre dans le téleſcope, lorſque la nuit eſt obſcure, on ſe ſert d'une lanterne qui ramaſſe la lumière en lignes droites & paralleles, ſoit par tranſmiſſion au travers d'une lentille convexe, ou par la réflexion d'un miroir concave. Car en dirigeant cette lumière ſur l'objectif pour le rendre viſible, l'obſervateur peut aiſément le changer de place, juſques à ce que le milieu de l'objectif couvre l'aſtre qu'il veut obſerver, & alors il appliquera l'oculaire. Ce qui ſe fait plus vîte qu'avec un téleſcope compoſé d'un long tube. La lumière de la Lune rend l'objectif viſible ſans le ſecours de la lanterne; mais en obſervant la Lune dans le téleſcope, il faut environner l'objectif d'un carton rond & léger, & d'un diamètre aſſez grand pour couvrir dans le Ciel un eſpace environ deux fois auſſi grand que la Lune, afin d'intercepter la lumière qui paſſeroit à côté de l'objectif pour venir aux yeux, & qui ſe mêlant avec celle qui vient par le téleſcope, dilateroit l'apparence des lumières & des ombres dans la face de la Lune. Mais pour faire mieux entendre tout ce méchaniſme, nous joignons ici la deſcription de la fig. 509.

Le mât eſt *a b*.
La planche mobile dans la longue échancrure, *c d*.
Le bras qui lui eſt attaché perpendiculairement, *e*.
La planche traverſière qui porte l'objectif, *f f*.
La corde ſans fin qui paſſe ſur la poulie, *g g*.
Le poids qui lui eſt attaché, *h*.
Le tube qui porte l'objectif, *i*.
La verge attachée à ce tube, *k l*.
Le genou, *m*.
Le plomb à l'extrêmité du fil de cuivre, *n*.
Le petit fil de cuivre à l'extrêmité de la verge, *l*.
Le tube qui tient l'oculaire, *o*.
La verge attachée au tube, *p*.
Le petit aiſſieu mobile, *q*.
La manivelle, *r*.
Le boulet de plomb, *s*.
La cheville pour entortiller le fil, *t*.
Le trou pour faire paſſer le fil, *u*.
Le fil délié de ſoie, *l u*.
Le ſupport pour appuyer l'obſervateur, *x*.
La lanterne, *y*.
Les échellons triangulaires pour monter au haut du mât, n'ont pas été marqués ici pour ne pas embarraſſer la figure.

899. Je vais maintenant répondre à quelques objections que l'on peut faire lorſqu'on n'a pas fait l'épreuve de ce méchaniſme. On peut d'abord appréhender qu'une petite inclinaiſon du fil, ſur-tout lorſqu'il eſt fort long, comme de 100 ou 200 pieds, ne détruiſe le paralléliſme des verres auxquels il eſt attaché, & dans le fonds on auroit lieu de le craindre, s'il étoit néceſſaire d'y employer un fil qui eut beaucoup de peſanteur, car il faudroit alors une très-grande force pour le rendre paſſablement droit. Mais l'objectif étant dans un équilibre ſi parfait, comme nous l'avons dit, peut aiſément être dirigé par la moindre impreſſion du fil le plus léger. Cinquante pieds du fil de ſoie dont nous faiſons uſage, ne peſent qu'une demi-dragme, & ſouffrent une tenſion de ſept livres avant que de ſe rompre. Ainſi la petite inclinaiſon

d'une ligne de cette longueur ou même beaucoup plus longue, ne peut pas nuire, quand elle ne ſeroit que peu tendue, par une force équivalente au poids de 2 ou 3 livres: d'autant plus que l'on ſçait fort bien, que le paralléliſme géométrique des verres n'eſt nullement néceſſaire.

900. Car il eſt certain que les forces requiſes pour tendre deux lignes d'égales hauteurs & pour les tendre à la même courbure, ſont en raiſon des poids de ces lignes. Par exemple, 50 pieds d'une ligne qui peſe une once demandent une force équivalente à 48 livres pour la réduire à la même courbure que celle de 50 pieds de notre ligne par un poids de 3 livres. Car c'eſt la même choſe de tendre ſéparément 16 différentes lignes qui peſent chacune une dragme par un poids de 3 livres chacune, ou d'en compoſer une corde peſant une once, pour la tendre par un poids de 16 fois 3 livres ou 48 livres.

901. Mais on peut mieux examiner cette inflexion de la ligne en joignant la géométrie à l'expérience. Car on peut regarder la courbure de la ligne lorſqu'elle eſt fort petite, comme une portion d'une parabole ſans erreur ſenſible; & lorſqu'on a tendu horizontalement 150 pieds de cette ligne par un poids de 2 livres & demi, l'on trouve par expérience que la profondeur de ſon point le plus bas ſous le niveau des deux bouts eſt environ le quart d'un pied. Soit *a b c* ce fil parabolique, *d b* ſa profondeur au-deſſous du niveau *a d c*. Soient les lignes *a e*, *c f* tangentes à la parabole, qui rencontrent les lignes *c e*, *a f* paralleles à *d b* En viſant par le point *a*, le long de la direction du fil au point *c*, le rayon viſuel tombe ſur *e* environ un pied au-deſſous de *c* D'où il ſuit que *d b* eſt le quart d'un pied. Mais *c e* & *a f* ſont égales. Donc le fil *c b a* dirige l'axe de l'objectif placé en *c*, non pas au point *a*, mais le long de la tangente *c f*; de ſorte que l'œil en *a* eſt d'un pied trop haut; ce qui n'eſt rien à la diſtance de 150 pieds. Car l'angle de déviation *c a e* ou *a c f* n'eſt que de deux cinquièmes d'un degré; & quoiqu'on puiſſe le négliger ſans rien craindre, je ferai voir de quelle manière on peut le corriger une fois pour toutes. Si l'on prend la diſtance *g h* double de *a c*, ou de 300 pieds, de ſorte que *g a b c h* puiſſe repréſenter cette ligne courbée, ſa profondeur Fig. 5103

$k b$ ſera quadruple de $d b$; mais l'angle de déviation ne ſera que double du premier, c'eſt-à-dire, de $\frac{1}{2}$ d'un degré, comme on le voit aiſement en menant la tangente $g l$, qui rencontre la perpendiculaire $h l$. Car $h l$ eſt quadruple de $k b$, ou de $e e$; mais $g h$ eſt double de $a c$, donc l'angle de déviation $h g l$ doit être regardé comme double du premier $c a e$.

902. Or, quoiqu'on puiſſe négliger ſans inconvénient cette erreur de 48 minutes ; voici comment on peut la corriger avec toutes les autres, pour prévenir tous les ſcrupules. L'objectif étant balancé comme ci-devant & tiré en bas au niveau de l'œil, tendez le fil de ſoie d'une main, & appliquez y votre œil, enſuite tenant la lanterne à côté de l'autre main, pendant que le fil eſt entre vos doigts, en s'écartant de l'objectif ; examinez s'il paroit une double image de la chandelle dans le milieu de la lentille, & ſi cela arrive lorſque toute la ligne eſt développée (ſa longueur étant égale à celle du foyer de la lentille), c'eſt une marque certaine que la lentille eſt dans ſa vraie ſituation Mais ſi vous ne voyez qu'une image de la chandelle, la lentille eſt mal placée, & encore plus mal, ſi vous n'en voyez aucune. En obſervant de quel côté du fil la lumiere eſt réfléchie, vous banderez un peu de ce côté là le fil de cuivre qui eſt à l'extrêmité de la queue attachée à l'objectif, & vous obſerverez de nouveau la lumière réfléchie, juques à ce que les deux images de la chandelle ſe confondent à l'extrêmité du fil tendu Ce fil doit être tiré doucement avec une force équivalente au poids de deux ou trois livres, à quoi il faut tacher d'accoutumer ſa main. La poſition de la lentille étant ainſi ajuſtée, ſervira à toute ſorte d'élevation Lorſque la ligne eſt ſituée obliquement à l'horizon, ſon inflexion doit être moindre que lorſqu'elle eſt horizontale ; mais la différence eſt très-petite dans un fil auſſi léger, & comme nous l'avons remarqué ci-devant, le paralléliſme exact des verres n'eſt nullement néceſſaire.

903. Si l'on objecte que le vent peut beaucoup troubler l'opération en pouſſant & courbant le fil, ſur-tout lorſqu'il eſt long ; on doit ſe ſouvenir que les longs tubes ſont beaucoup plus expoſés à de pareilles agitations, juſques là qu'il eſt ſouvent impoſſible de s'en ſervir lorſque le vent eſt médiocre. Mais

à préſent

à préſent on ſçait fort bien qu'on ne peut pas obſerver dans ces circonſtances par une autre raiſon ; c'eſt que la tranſparence de l'air, quoiqu'il paroiſſe ſerein, eſt preſque toujours obſcurcie par le vent, & qu'il n'eſt pas poſſible alors de faire des obſervations exactes. Ce qui arrive auſſi quelquefois dans un tems fort calme & fort ſerein, lorſque les étoiles petillent beaucoup par l'interpoſition de quelques vapeurs humides, qui ſont cauſe que les bords de la Lune & des planetes paroiſſent trembler dans le téleſcope, & qu'elles ne paroiſſent pas aſſez diſtinctes ; tellement que la bonté des verres devient ſouvent ſuſpecte, lorſqu'on ne les a pas éprouvés dans un tems plus favorable. La même humidité s'attache auſſi ſouvent à la ſurface de l'objectif & fait paroître les objects obſcurs, mais on peut prévenir cet inconvénient en échauffant le verre au feu.

904. Si la chandelle ne jette pas une lumière ſuffiſante à une grande diſtance, on peut l'augmenter en y joignant une plus grande meche ou une lentille plus large & moins convexe, à proportion que l'objectif eſt plus éloigné.

905. Il y a pluſieurs moyens de préparer un mât d'une hauteur convenable ; s'il eſt trop foible, on peut le fortifier avec un autre de la moitié de ſa hauteur, placé à côté de celui-ci, & lié avec lui par des bois traverſiers, ou encore mieux en l'appuyant par deux petits mâts placés à deux ou trois pieds de diſtance l'un de l'autre, & appuyés ſur le grand en forme de triangle. Par ce moyen on peut élever l'objectif juſques à cent pieds & encore plus, ſoit en fortifiant davantage les mâts & les traverſiers dans la terre, ou en plaçant le mat au ſommet d'une petite tour, ou à l'angle, ou même au milieu d'un grand bâtiment où l'on aura un homme occupé à élever ou à abaiſſer l'objectif ſelon les ordres qu'on lui donnera d'en bas.

906. Comme les perſonnes qui ne ſont pas expérimentées ne peuvent pas aiſément trouver & ſuivre un objet avec cette eſpèce de téleſcope, ni même avec aucune autre ſans quelque méthode de fixer l'oculaire, nous allons expliquer de quelle manière on peut y parvenir par le moyen d'une petite machine placée ſur un ſupport. Une partie du haut de ce ſupport eſt repréſentée en *aa* avec un rhombe variable compoſé de platines de cuivre en *bb* ; deux de ſes côtés ſont prolongés par leur Fig. 312

interſection *f* juſques à l'égalité des côtés du rhombe. La longueur de chaque côté eſt de 5 ½ pouces, la largeur un peu plus d'un pouce, & l'épaiſſeur un dixiéme. Ce rhombe eſt arrêté en *gg* contre le côté de la barre ſupérieure du ſupport par un clou à vis qui traverſe l'un de ſes angles & un reſſort circulaire un peu concave; par ce moyen le mouvement du rhombe autour du clou eſt doux & uniforme, & il a le degré convenable de viteſſe. A la jointure oppoſée & ſupérieure du rhombe, il y a un petit aiſſieu qui s'avance d'environ un demi-pouce, & à ſon extrêmité eſt ſuſpendue une platine mobile de 4 pouces de longueur & d'un demi-pouce de largeur; elle n'eſt pas ici expoſée à la vue, étant cachée par un manche de bois *d* de la même longueur qui eſt rivé avec elle. Dans une échancrure à queue d'aronde pratiquée dans la longueur de ce bois par devant, on a fait entrer une autre platine *e*, qui ſur un très-petit aiſſieu porte la queue & le tube de l'oculaire; le tout eſt balancé ou en équilibre ſur l'aiſſieu *f* par des poids convenables *h*, *h*, fixés aux extrêmités des deux côtés prolongés du rhombe.

907. Le tout étant ainſi préparé, de quelque côté que l'obſervateur faſſe mouvoir l'oculaire par le manche *d*, qui pend toujours en bas, il reſtera toujours en repos, & ainſi une autre perſonne ſans expérience pourra prendre la place de l'Obſervateur pour voir l'objet qu'il aura trouvé. Quant au ſupport, s'il eſt un peu incliné, la tenſion du fil qui lie les verres, l'empêchera de tomber, quand même il n'auroit que deux pieds, & ſa peſanteur le portant vers le ſpectateur, tiendra le fil dans la tenſion convenable; de ſorte qu'on ne peut pas ſouhaiter une invention plus utile en ce genre. La hauteur de notre ſupport eſt de 4 pieds 9 pouces, ſon poids eſt de 2 livres ¼; le poids de l'oculaire, du tube & de ſa queue eſt de ½ livre; celui du rhombe & de ſon contrepoids de 2 ½. Je donne ces meſures pour ceux qui voudront avoir une machine ſemblable à la nôtre, l'ayant trouvée par expérience la plus convenable.

908. Pour perfectionner cette manière d'obſerver, je vais parler d'une autre invention qui en certaines eſpèces d'obſervations eſt très-utile. En cherchant avec beaucoup d'attention les Satellites de Saturne que *Caſſini* a découverts, j'eus beaucoup de peine à les découvrir, à moins que la nuit ne fut

fort obſcure ; & bientôt je m'apperçus que cela venoit d'une fauſſe lumière qui étoit dans l'air, non pas de celle qui traverſe l'objectif, mais de celle qui paſſe tout autour à ſes côtés. Pour intercepter cette lumière importune, je mis autour de l'objectif le grand cercle de carton dont je me ſervois pour la Lune, & après bien des réflexions je trouvai un autre expédient d'une plus grande efficacité Ce fut de reſſerrer la prunelle de l'œil (qui eſt fort dilatée dans l'obſcurité), en regardant à travers un petit trou que j'avois fait dans une platine mince, & que je tenois fort proche de l'œil. Je puis à préſent découvrir fort clairement par ce petit trou les trois Satellites de Saturne, & lorſque je l'éloigne de l'œil, je ne vois plus que celui du milieu que j'avois autrefois découvert. Mais parce qu'il n'eſt pas auſſi aiſé de découvrir un objet, lorſque la prunelle eſt ainſi reſſerrée, que lorſqu'elle eſt plus élargie ; j'ai arrêté cette petite platine percée à une petite piéce en *k* ſemblable à un ʌ grec, laquelle tourne ſur une cheville au-devant du tube qui porte l'oculaire, & où il y a un trou plus grand pour chercher l'objet avant que d'y mettre la petite platine avec ſon petit trou.

909. On s'imaginera peut-être que l'objet doit paroître plus obſcur par ce petit trou que par l'ouverture ordinaire. Mais il eſt certain que ſi le diamètre du petit trou eſt au diamètre de l'ouverture de l'objectif, comme la diſtance du foyer de l'oculaire eſt à celle de l'objectif, tous les objets paroîtront préciſément auſſi brillants dans le téleſcope que s'il n'y avoit point de trou pareil. Néanmoins il vaut mieux doubler cette largeur du trou, ou même la faire encore plus grande pour trouver plus aiſément un aſtre, & pour le voir plus longtems. La largeur de ce trou appliquée à notre téleſcope de 34 pieds, eſt environ la ſeizième partie d'un pouce, & ſa diſtance à l'oculaire eſt exactement de 2 $\frac{1}{2}$ pouces, ce qui eſt auſſi la diſtance préciſe du foyer. Cet endroit du trou doit être placé exactement, parce que s'il eſt placé un peu plus d'un côté que d'un autre, on ne peut pas voir autant d'objets par le téleſcope d'un ſeul coup d'œil qu'à l'ordinaire. On trouve aiſément ſa place en pliant la piéce qui le conduit en avant

ou en arrière, après l'avoir placée d'abord à un demi-pouce de distance à l'extrêmité du tube.

910. Le diamètre du carton qui fait ombre, doit être environ la 45e partie de la longueur du téleſcope. Et comme ſon interpoſition produit quelque difficulté pour trouver un objet; on obvie à cet inconvénient en élevant une pinnule perpendiculaire *m* ſur la queue de l'oculaire, dont le haut eſt autant élevé au-deſſus de l'axe du téleſcope que le bord ſupérieur du carton. Ainſi en élevant l'œil juſques à ce que l'on voie l'aſtre au-deſſus du côté ſupérieur du carton, & enſuite abaiſſant la pinnule ou le haut du ſtile dans la même ligne, lorſqu'on a retiré l'œil, on voit l'aſtre dans le téleſcope, ou fort près. L'uſage & la pratique rendent cette manière d'obſerver très-aiſée.

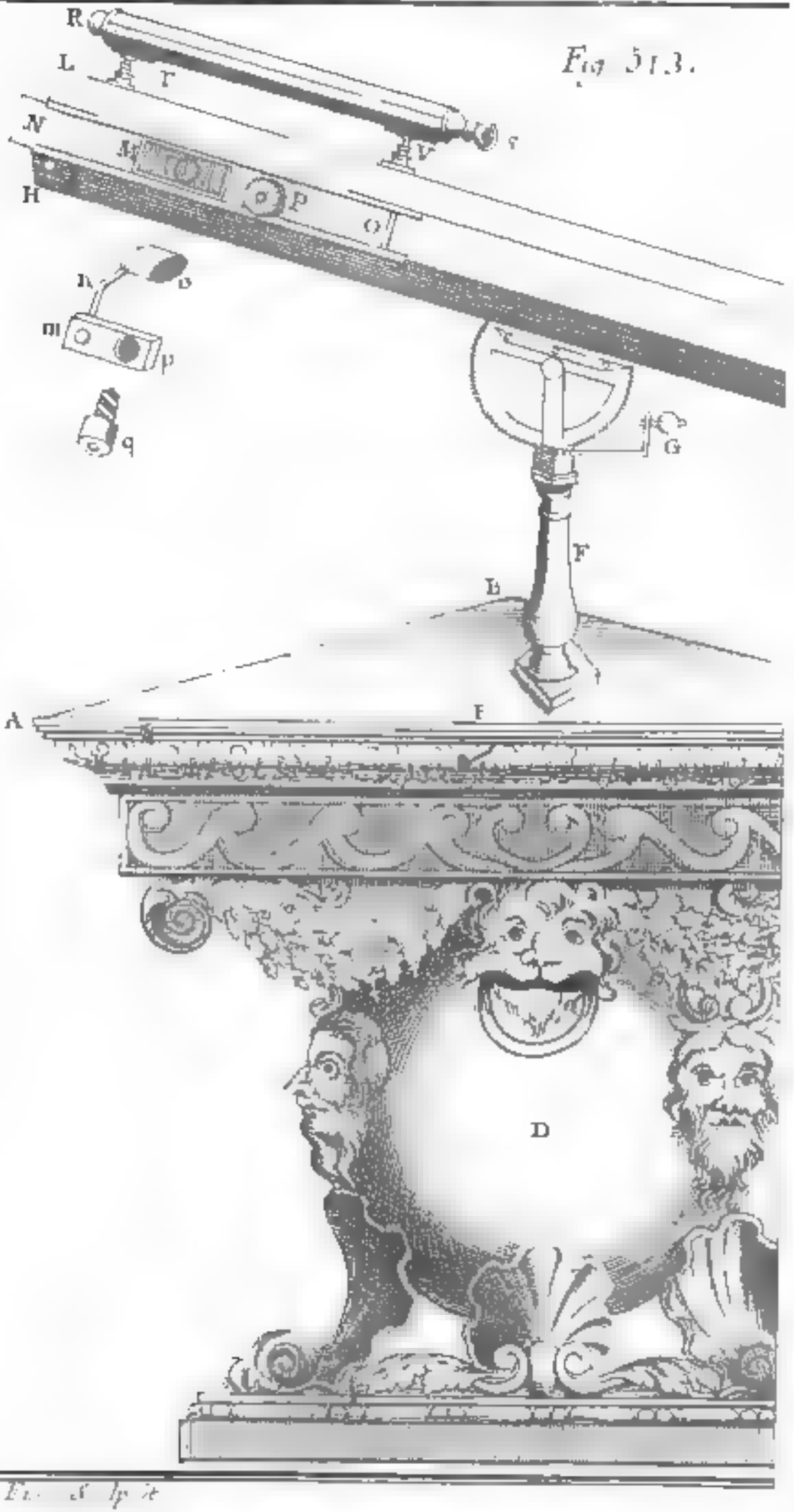
911. Mr. *Branchini* dans ſon livre ſur la rotation de *Venus*, pag. 59, parle de quelques additions qu'il a faites à cette méthode de Mr. *Huyghens*, & qui ſont imprimées dans les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences à *Paris* en 1713.

Pl. III. 912 La petite machine de Mr. *de la Hire* pour manier l'objectif, eſt celle-ci, (*Mémoires de l'Acad.* 1715.) Je prends, dit-il, un billot de bois E F d'une médiocre grandeur & d'une groſſeur proportionnée, & j'attache ſur la partie de deſſus deux eſpèces de pates G H, I K, terminées en verge par le bout, pour ſervir d'aiſſieu. Après cela, je perce un trou au travers du billot dans ſa hauteur & vers le milieu, pour y faire paſſer une tige de fer L M, qui eſt arrêtée vers ſon extrêmité L dans le chaſſis A B C D qui porte le verre objectif, & cette tige L M eſt perpendiculaire au côté D C de la plancherte. On lui attache encore au-deſſous deux petites regles C N, D N d'égale longueur qui ſe réuniſſent en N vis-à-vis le milieu de C D, & au milieu N de cette réunion je plante un piton N R qui eſt auſſi long que la diſtance entre C D, & le deſſus du billot ou de ſon aiſſieu G K. C'eſt à ce piton qu'on attache une ficelle qui ſert à faire mouvoir l'objectif en tous ſens. Pour préſerver l'objectif de l'humidité de l'air, il veut qu'on le renferme dans un tuyau de gros papier brouillard de la longueur environ d'un pied

368 A

1.5.120

Fig 513.



de part & d'autre. Car ce papier boit l'humidité qui voltige autour du verre Et pour trouver plus promptement l'objet, il propoſe de prendre un carton blanc circulaire d'un pied de diamètre, & d'y percer dans le milieu un trou rond capable de recevoir le bout du tuyau du porte-oculaire. On verra ſur le carton l'image de l'aſtre comme un point clair, enſorte que ſi l'obſervateur qui regarde au travers de l'oculaire a un aide qui conduiſe le carton, il fera tomber la peinture lumineuſe de l'aſtre ſur l'oculaire, & l'obſervateur verra l'aſtre auſſitôt. ou afin que l'obſervateur puiſſe ſe paſſer d'un aide, on fera un chaſſis compoſé d'un fil de fer circulaire de la même grandeur que le carton avec quelques rayons de même matière qui vont s'appuyer au porte-oculaire, & l'on tend ſur ce chaſſis un papier délié que l'on imbibe d'huile d'olive pour le rendre tranſparent ; enſorte que quand la petite peinture lumineuſe de l'aſtre viendra à rencontrer ce papier, l'obſervateur pourra l'appercevoir facilement au travers, & la conduire ſur l'oculaire.

CHAPITRE XI.

Téleſcope Newtonien de réflexion fait & décrit par Samuel Molyneux, *Ecuyer, tel qu'il l'a préſenté à ſa Majeſté* Jean *V Roi de* Portugal, *avec d'autres eſpèces de méchaniſme pour ce téleſcope & pour celui de* Gregory.

913. A B C repréſente une planche ou table triangulaire ſoutenue par le globe D avec les ſculptures & figures qui l'accompagnent ; elle ſert de baſe ou de piedeſtal à cet inſtrument. On peut dans l'occaſion ôter cette planche, en retirant trois vis de fer dont les têtes ſont auprès de trois volutes aux trois coins On voit en E une petite clef ou manivelle qui fait mouvoir un rouage caché ſous la planche, & qui ſert à donner un mouvement circulaire horizontal à la colonne F, placée au milieu & au tube H I K L qu'elle porte. Si ce rouage vient à ſe déranger, on peut le rectifier en enlevant la planche.

Piedeſtal & mouvement du téleſcope.

Fig. 513.

ſupérieure. On voit en G une autre manivelle qui donne au tube ſon mouvement perpendiculaire, de ſorte que l'obſervateur étant aſſis, & ſon côté droit étant appliqué au côté de la table A C en ſon extrêmité C; s'il tourne les deux manivelles E & G, il peut donner au tube toute l'élévation requiſe ou l'azymuth, & ſuivre par ce moyen très-commodément le mouvement des corps céleſtes.

Métaux de réflexion. 914. Le téleſcope de réflexion eſt compoſé de deux miroirs de métal & d'un oculaire, qu'il faudra bien placer dans le tube H I K L que l'on laiſſe ouvert dans ſon extrêmité H L. Le grand miroir concave ſphérique *r k* doit être placé en dedans du tube en I K, où l'on arrête trois pièces de bois contre leſquelles la ſurface polie du miroir étant appliquée, l'axe de réflexion tombe exactement dans l'axe du tube Dans la platine de cuivre qui termine cette extrêmité du tube, il y a trois vis deſtinées à tenir le métal dans cette ſituation. Quant à ce métal, pour le bien placer dans le tube, il y a beaucoup de précautions à prendre. En premier lieu, il ne faut jamais le toucher qu'en faiſant entrer à vis dans ſa partie poſtérieure un manche *l* qui entre dans un trou pratiqué dans cette partie. En ſecond lieu, il faut avoir grand ſoin de ne jamais ſouffler le moins du monde ſur ce miroir, & de l'expoſer auſſi peu qu'il eſt poſſible à un air humide Si cela arrive, il faut le nettoyer avec un linge ſéché devant le feu, & l'on peut de tems en tems le nettoyer de la même manière avec un chiffon bien net trempé dans l'eſprit de vin, pourvû qu'on ne laiſſe pas évaporer l'eſprit de vin, car il laiſſeroit un ſédiment humide qui ſuffiroit pour gâter la fineſſe de ſon poli En troiſième lieu, tant qu'on ne s'en ſert pas, on doit le tenir avec ſa ſurface tournée en bas ſur un morceau de glace plate, arrêtée pour cela dans le fonds d'une boîte rouge.

Précautions pour conſerver & placer les miroirs. 915. Le miroir eſt la portion d'une ſphére concave dont le demi-rayon eſt d'environ 2 pieds 2 pouces. Par les loix de la réflexion chaque erreur dans ſa figure doit produire environ ſix fois autant d'irrégularité dans la peinture qui ſe forme à ſon foyer, qu'il s'en formeroit par le même défaut dans un téleſcope de réfraction. On a trouvé par expérience qu'un écart de moins que $\frac{1}{1000}$ d'un pouce eſt capable de gâter ſa figure; ainſi

l'on doit être bien attentif à placer le métal dans le tube lorſqu'on veut s'en ſervir, exactement contre les trois piéces de bois dont on a parlé, de manière que les trois vis en I K ſoient pouſſées doucement & légérement, préciſément autant qu'il le faut pour ſoutenir le métal contre ces trois piéces; car le moindre excès en preſſant les vis contre le métal peut le faire plier & endommager beaucoup ſa figure. Il y a auſſi une piéce de bois *m* avec un trou rond *p*, qui porte un petit bras de cuivre *n* pour ſoutenir le petit miroir *o* qui eſt plan On doit toujours défendre ce miroir contre les injures de l'air lorſque l'on ne s'en ſert pas; mais lorſqu'on veut en faire uſage, il faut d'abord ôter le couvercle du petit mirour, enſuite le placer dans le tube au trou M qui reçoit exactement cette piéce quarrée. Ajuſtez-le bien dans ſa vraie ſituation, & le centre de ce petit miroir ſe trouvera placé dans l'axe du grand miroir concave, pour réfléchir tous les rayons paralleles (qui entrent par l'ouverture H L) vers le trou rond *p* dans cette piéce quarrée, & l'on placera dans ce trou l'un des deux oculaires monté dans ſon petit tuyau *q*, & alors l'inſtrument ſera préparé pour pouvoir s'en ſervir.

916. L'Obſervateur doit donc ſe placer à côté du tube & regarder en M, alors il verra les objets qui ſont à ſa main gauche. On ſe ſert de ce téleſcope par rapport au téleſcope ordinaire, comme de la flûte allemande par rapport à la flûte commune. On doit prendre quelque précaution à l'égard du petit miroir en *o*. Lorſqu'on le retire & qu'on le remet dans ſa boîte pour le conſerver, il faut avoir ſoin de ne pas l'ébranler & de ne pas plier le bras qui le porte; car le moindre accident de cette eſpèce dérangera ſenſiblement ſa ſituation. Les trois vis qui l'arrêtent ſont par derriere, celle du milieu eſt arrêtée au bras *m n*, les autres deux ne ſont que le preſſer par derrière, & ne ſervent qu'à lui donner un angle exact de 45 degrés avec l'axe du grand miroir Cela a été deja fait, mais ſi quelque choc ou quelque autre accident venoit à déranger cette piéce, on la rétabliroit par le moyen de ces vis; car toutes les fois qu'on veut ſe ſervir de cet inſtrument, il eſt abſolument néceſſaire que ce miroir ſoit dans ſa vraie ſituation & direction.

Situation de l'Obſervateur.

Les oculaires & la force pour groſſir.

917. Il y a deux oculaires, & lorſque l'on employe celui qui a la plus grande ouverture, l'inſtrument groſſit autant qu'un téleſcope de 20 ou 22 pieds; lorſqu'on employe celui qui a la plus petite ouverture, il groſſit autant & auſſi diſtinctement qu'un téleſcope de 35 ou 40 pieds.

Illuſion dans la force pour groſſir.

918. En comparant les effets de cet inſtrument avec ceux d'un téleſcope de cette longueur, on peut remarquer un phénoméne très étrange, c'eſt que l'imagination ſe méle toujours de cette comparaiſon, car quoique par la petiteſſe des parties viſibles dans l'objet obſervé, comme auſſi par la proportion entre le foyer de l'oculaire dont on ſe ſert & le foyer du grand miroir, il ſoit évident que la diſtinction & la force qu'il a pour groſſir, ſurpaſſe celle d'un téleſcope de réfraction de 35 pieds; cependant l'Obſervateur s'imagine toujours que le téleſcope de réfraction eſt ſupérieur à cet inſtrument; cela vient peut-être de ce que l'œil obſerve par un très petit trou qui eſt néceſſaire à cet inſtrument. On pourroit auſſi donner d'autres raiſons de cette illuſion, mais il ſuffit de dire ici qu'on trouvera certainement par l'examen le [illegible] rigoureux que c'eſt là une pure illuſion, qui eſt probablement commune à toutes ſortes de perſonnes.

Comment on ſe procure la viſion diſtincte.

919. Il y a en P un bouton d'ivoire rond & en Q une petite cheville d'ivoire, qui porte un petit fil blanc qui lui eſt attaché à l'extrémité H du tube. Ce fil eſt arrêté par ſon autre bout en dedans du tube, & par ſon milieu il fait un tour ſur l'extrémité intérieure du bouton d'ivoire P; par ce moyen en faiſant tourner le bouton d'ivoire P, tout le gliſſoir de bois d'ébene noir N O, avec le petit miroir, & l'oculaire qui lui eſt appliqué en M, s'approche ou s'éloigne du grand miroir qui eſt à l'autre bout I K, & par là on trouve ſa vraie diſtance & l'apparence diſtincte, ſelon les diſtances différentes du même objet, & ſelon les differentes vues des obſervateurs. Cette variété dans les différentes perſonnes qui obſervent, eſt beaucoup plus ſenſible que dans un téleſcope de réfraction, à cauſe de la grande force de l'oculaire dans cet inſtrument. Mais on trouve d'abord la vraie diſtance des miroirs dans tous les cas, en tournant la cheville d'ivoire en avant & en arriére fort lentement; & quant aux objets céleſtes lorſqu'on a trouvé

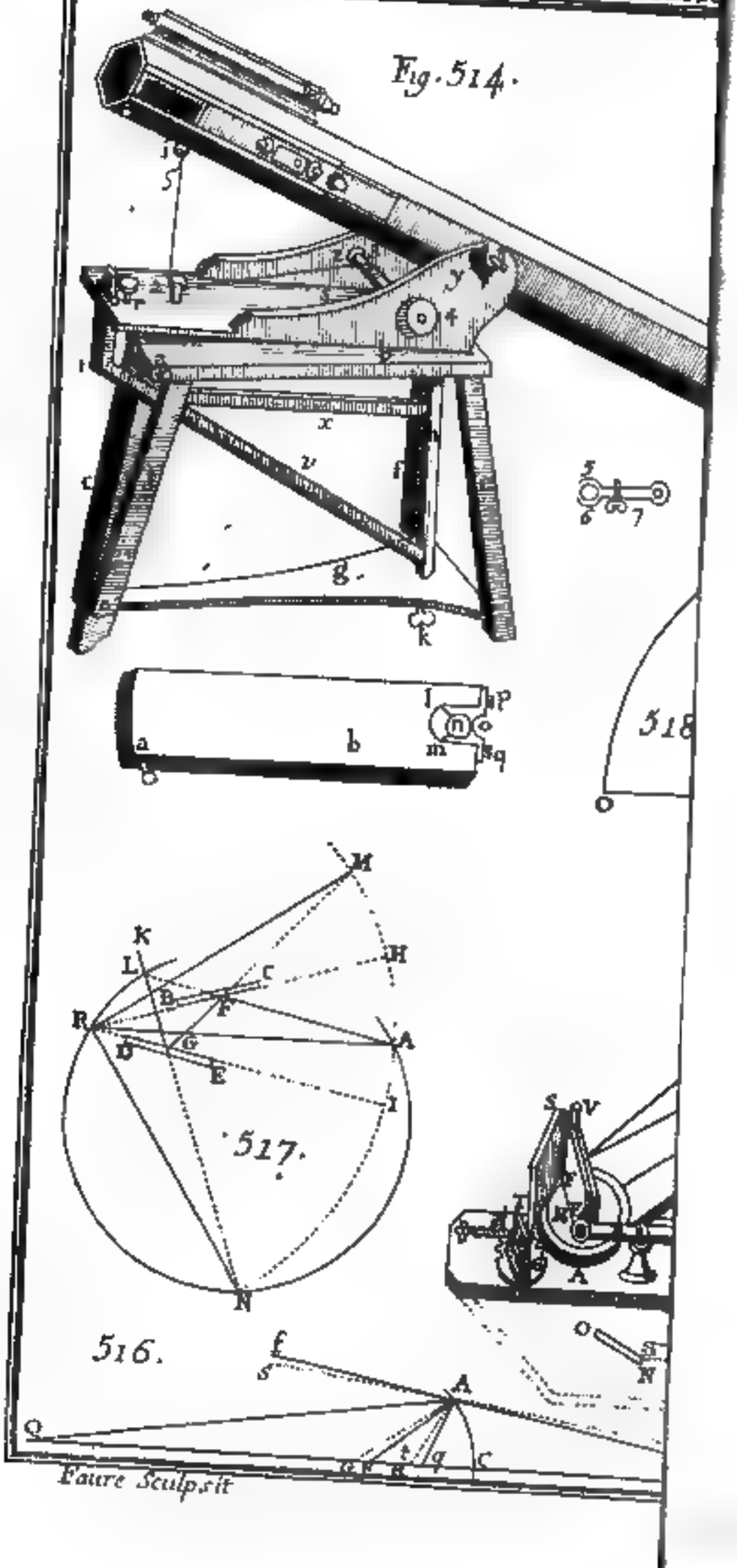
une

Description de la pupille.

Les oculaires & la force pour groſſir.

Illuſion dans la force pour groſſir.

Comment on ſe procure la viſion diſtincte.



une fois cette vraie distance pour l'œil de l'observateur, on fait une petite marque en travers sur le glissoir & sur le bord du tube, pour le placer promptement, & sans aucune difficulté dans le lieu qui lui convient en tout autre tems. Par le moyen de la petite cheville en Q on peut tendre ou relâcher le fil pour faire mouvoir plus aisément le glissoir N O dans le besoin. Chacun des oculaires étant appliqué au trou cylindrique *p* dans la piéce quarrée *m p* peut s'approcher ou s'éloigner du foyer, en faisant tourner le petit tube *q* où on les fait entrer; la queue de ce tube étant tournée en vis pour cet effet. On peut aussi par ce moyen procurer la vision distincte aux différents yeux sans faire mouvoir le glissoir N O.

920. R S représente un petit télescope de réfraction dont l'axe est parallele à celui du télescope de réflexion. Il y a dans son foyer deux fils en croix, & il ne sert qu'à faire trouver plus promptement un objet par le télescope de réflexion. L'œil étant appliqué en S, on fait tourner les deux manivelles en E & G, de manière que le point de l'objet que l'on veut voir dans le télescope de réflexion, tombe exactement sur l'intersection des fils; alors l'œil étant appliqué en M verra le même objet dans le télescope de réflexion avec cette précaution, que comme tout l'instrument & toute sa base peuvent se mouvoir aisément, la situation la plus convenable pour l'observateur sera de tenir le tube H I perpendiculaire au côté A C, & de se tenir avec le côté A C contre son côté droit auprès de C, comme on l'a déjà dit En cherchant l'objet au commencement avec le petit télescope de réfraction, il est plus à propos de se tenir au coin C de la table On peut insérer la manivelle G au côté que l'on veut du pilier F selon qu'on le trouve à propos. Quant aux petits soutiens T, V qui portent le petit télescope R S, ils ont de petites vis auprès de T, lesquelles étant lâchées peuvent changer la direction du tube R S horizontalement en poussant le tube avec la main de côté ou d'autre selon le besoin, & serrant ensuite la vis de nouveau. Il y a aussi en V des vis & un ressort de cuivre qui étant lâché ou pressé peut de même changer l'élévation du tube, pour rétablir le parallélisme de son axe avec celui du télescope de réflexion, lorsque par quelque accident il

Description de la pinnule.

aura été dérangé. Il eſt à propos lorſqu'on obſerve de ne toucher la table en aucun endroit, & de faire ſeulement mouvoir les manivelles autant que l'exigent les mouvements de l'aſtre qu'on obſerve; car dans un inſtrument qui groſſit ſi fort, le moindre mouvement ou tremouſſement eſt auſſi groſſi à proportion & devient très-incommode.

L'air peut néceſſaire aux obſervations.

921. En conſidérant les effets de ce téleſcope de réflexion, on doit encore remarquer que pour voir clairement & diſtinctement avec ce téleſcope, il faut que l'air ſoit très-clair & très-pur. Car s'il y a des vapeurs qui ſe meuvent dans l'atmoſphére, ce qui arrive ſouvent, quoique le tems paroiſſe ſerein pendant la nuit à l'œil nud, elles détruiront entièrement la diſtinction de l'apparence; & il arrive ſouvent que l'air à cet égard, au moins ici a *Keu*, s'altére ſi ſubitement & ſi parfaitement, que l'objet paroît très-diſtinct & enſuite très-confus dans 3 ou 4 ſecondes de tems; & l'air eſt quelquefois ſi variable que les objets paroiſſent changer d'un inſtant à l'autre étant d'abord très-clairs & enſuite confus, & redevenant encore fort clairs. Il eſt donc à propos de s'accoutumer aux apparences flottantes de quelques objets terreſtres vûs pendant le jour avec le téleſcope de réflexion, afin que les ondulations apparentes des planetes pendant la nuit, ne nous trompent pas, & ne nous perſuadent pas que cet inſtrument ne réuſſit pas auſſi bien qu'il le fait effectivement lorſque l'air eſt pur & ſans vapeurs. Telle eſt la deſcription que Mr. *Molyneux* donne de ſon téleſcope.

Machine de M. *Hadley* pour mouvoir le téleſcope.

Fig. 314.

922. Cette autre machine pour donner au téleſcope le mouvement horizontal & vertical eſt tracée ſur le deſſein de Mr. *Hadley* un peu altéré par l'expérience, (*Tranſ. Phil.* n°. 376). Ici *a b* eſt une planche oblongue fortement ſoutenue par quatre pieds *c*, *d*, *e*, *f*; dont les deux de devant *e*, *d* s'inclinant en dedans & ſe réuniſſant en un ſeul pied, la machine reſte appuyée ſur 3 pieds liés enſemble par une forte planche triangulaire *g* qui eſt parallele à la planche *a b*. Entre les extrêmités de derriere de ces planches, on fait paſſer un fort aiſſieu de bois *h i* qui a une pointe d'acier fixée à ſon bout inférieur, & qui entre dans un trou conique. Ce trou eſt percé dans une cheville épaiſſe de cuivre *k* qui entre à vis

dans une écroue fixée à la planche inférieure *g*. Le bout ſupérieur de cet aiſſieu *h i* paſſe dans une grande fente *p l m q* pratiquée à l'extrêmité de la planche ſupérieure *a b*, telle qu'elle eſt repréſentée ſéparément ſous la figure. Cet aiſſieu eſt ici environné d'une virole de cuivre *n* bien polie & fortement arrêtée à l'aiſſieu. Cette virole eſt touchée en deux endroits par deux piéces d'acier poli, arrêtées aux côtés de la fente *l m*, & dans un autre endroit par un arc à reſſort *p o q*, qui eſt preſſé contre l'aiſſieu par deux vis qui entrent dans le bout de la planche. Au haut de cet aiſſieu *h i*, il y a une autre planche *r s* parallele à *a b* & fortement arrêtée à l'aiſſieu. Sous le bout antérieur de cette planche, qui s'avance un peu au-delà de la planche inférieure *a b*, on a arrêté une petite piéce *t*, & on l'a jointe à l'aiſſieu *h i*, par les barres *v*, *x* de maniére qu'elles forment une eſpéce de grue, qui en tournant autour de l'aiſſieu *h i* donne un mouvement horizontal au téleſcope, pendant qu'il eſt ſupporté par deux chevilles oppoſées, arrêtées à ſes deux côtés & qui appuyent ſur deux entailles de cuivre; ces deux entailles ſont arrêtées à vis au haut des jumelles paralleles de bois *y*, *z*, qui ſont fixées droites ſur les côtés oppoſés de la planche *r s*. Ce mouvement ſe communique par degrés en faiſant tourner la tête d'une cheville *r* qui deſcend par un trou dans la planche *r s*, préciſément juſques au bout de la planche *a b*. Car ce bout étant coupé en arc concentrique à l'aiſſieu *h i*, il y a un fil arrêté au bout de cet arc, lequel étant appliqué à la convexité de l'arc, & faiſant un tour ſur la cheville *r*, eſt auſſi arrêté à une cheville en *a* vers l'autre bout de l'arc, & y étant entortillé, cette cheville le tient tendu.

923. L'extrêmité poſtérieure du téleſcope eſt tant ſoit peu prépondérante par le poids du métal qui y eſt logé, & alors par le moyen du cordon de ſoie 1, 2, 3, attaché par une gance au crochet 1 ſous le bout antérieur du tube, & paſſant de là ſous la poulie 2 arrêtée à la planche mobile *r s*, roulant enſuite autour du cylindre 3, 4, qui tourne dans deux trous des jumelles *y*, *z*, on éleve par degrés ou l'on abaiſſe le tube, en faiſant tourner la noix 4 à l'extrêmité du cylindre; on donne à ce mouvement le degré convenable de vîteſſe en pre-

ſſant deux arcs de cuivre 5, 6, taillés en forme de tenailles, contre l'extrêmité du cylindre, par le moyen d'une vis qui traverſe leurs branches, tels qu'on les voit repréſentés à côté de la figure. Le tube du téleſcope auroit dû être deſſiné octangulaire; & ſous la planche *a b*, on a omis le tiroir où l'on ferme les métaux & les oculaires lorſqu'on en a fait uſage.

Téleſcope de réflexion de M. Jacques Gregory.

924. Mr. *Hadley* a imaginé de la manière ſuivante une petite machine pour ſupporter & ménager un téleſcope de réflexion de Mr. *Jacques Gregory* d'environ 16 pouces de long (équivalent à un téleſcope dioptrique ordinaire de 15 ou 16 pieds). La baſe du piedeſtal *a b* eſt une planche épaiſſe *a* appuyée ſur quatre pieds de cuivre qui ſont en deſſous, dont l'un eſt une cheville *p* qui entre à vis dans la planche, pour la fixer ſur un plan inégal. *b* eſt un petit pilier droit d'environ un pied de long, arrêté dans la planche *a*; & *c d* eſt un bras de cuivre qui entre à vis dans ce pilier; *d e* eſt une piéce courte de cuivre qui tourne circulairement autour du bout du bras *c d*, & qui eſt arrêtée & roidie par la vis *d*. *e* eſt une douille qui porte une balle ronde de cuivre, laquelle ſe meut de tous les côtés, & qui eſt arrêtée & fixée par une ou deux vis qui ne ſont pas ici marquées. Le col de cette balle, eſt arrêté au milieu d'une longue piéce de cuivre *f g*, que l'on fixe le long du côté du tube *h i* par les vis *f*, *g*; & que l'on peut déplacer à volonté. Par ce moyen on ſoutient le tube, on le fait mouvoir par degrés, & on l'arrête dans la poſition convenable. Le grand miroir concave qui eſt percé au milieu, eſt au fond du grand tube *h i k*, & le petit métal concave eſt dans l'axe du tube auprès de ſon ouverture arrêté ſur un petit bras de cuivre qui ſe meut dans une fente du tube en *h*. Le long fil de fer *h i k* en dehors du tube entre à vis dans un trou de ce bras en *h*, & il eſt déterminé à ſe mouvoir en long par deux épaulements de chaque côté d'un petit trou dans une platine fixe en *i*. Lorſqu'on le tourne circulairement par le moyen du bouton en *k*, il attire le bras & le petit concave en avant ou en arrière pour procurer la viſion diſtincte des objets à diverſes diſtances, & pour les yeux de différentes ſortes; pendant que l'obſervateur a l'œil arrêté au bout *l* d'un petit tube délié qui entre

Fig. 515.

à vis dans le grand, & qui porte les oculaires. Lorſqu'on ſe ſert de ce téleſcope dans la maiſon, on place le piedeſtal *a b* ſur une table auprès d'une fenêtre ou ſur l'accoudoir de la fenêtre, mais lorſqu'on s'en ſert hors de la maiſon, on peut laiſſer chez ſoi le piedeſtal. Car ayant fait un trou dans le tronc d'un arbre ou dans un morceau de bois avec la tarière *m*, la vis en bois qui eſt au bout *c* du bras *c d* pourra entrer dans ce trou, en faiſant entrer la tarière *m* dans le trou *c*, afin que la main ait la force néceſſaire pour faire tourner la vis. On a donné ci-devant dans l'art. 302, & dans les remarques, la théorie de ce téleſcope.

REMARQUE.

Aberrations des rayons par un mauvais poli.

1°. M. *Molyneux* eſtime que l'aberration angulaire d'un rayon par rapport à ſa vraie route, lorſqu'il eſt réfléchi par une particule irrégulière d'une ſurface, eſt environ 5 ou 6 fois plus grande qu'elle ne ſeroit, ſi le même rayon étoit rompu par cette même particule. Si AC repréſente la ſurface irrégulière, E ſon centre, QGR*q*CFS ſon axe, QA un rayon incident, EA la perpendiculaire d'incidence. A*q* la reflexion régulière & AF la refraction régulière de ce rayon. Imaginons enſuite qu'une particule de la ſurface vers A eſt tellement altérée, que AG lui devient perpendiculaire, & ſoient AR & AS la réflexion & la réfraction du même rayon QA, formant les aberrations angulaires *q*AR par réflexion & FAS par réfraction. Prolongez par le point A, FA vers *f* & SA vers *s*. Nous aurons par la refraction l'angle QA*q* = 2 QAE & QAR = 2 QAG, & par conſequent leur difference *q*AR = 2 EAG. De même dans les petites refractions en s'éloignant de la perpendiculaire, l'angle QA*f* = ½ QAE & QA*s* = ½ QAG à fort peu près (la raiſon des ſinus étant de 3 à 2), & par conſéquent la difference *f*A*s* = ½ EAG. Donc la première différence *q*AR eſt à la dernière FAS ou *f*A*s* comme (2 EAG eſt à ½ EAG comme) 4 eſt à 1; mais dans les réfractions vers la perpendiculaire, cette raiſon eſt de 6 à 1. Fig. 316

2°. Donc ſi l'angle EAG, qui meſure l'irrégularité de la particule en A, eſt donnée en différentes ſurfaces, l'aberration du rayon dans l'image au foyer d'un teleſcope de réflexion ſera à un pareille aberration dans un teleſcope de réfraction, en raiſon compoſée de la raiſon directe de leurs foyers & de celle de 5 à 1, en prenant une réfraction dans l'autre aux deux ſurfaces.

CHAPITRE XII.

Deſcription d'un nouvel inſtrument pour prendre les angles à la mer, par Jean Hadley, *Ecuyer, Vice-Préſident de la Société Royale.*

Tranſ. philoſ. n°. 410, 15. Mai 1731.

925. ON s'eſt propoſé de faire ſervir cet inſtrument, lorſque le mouvement des objets, ou quelque autre circonſtance empêchent les inſtruments ordinaires d'être ſtables, & rendent par conſéquent les obſervations difficiles & incertaines.

926. Sa conſtruction eſt fondée ſur ce principe bien ſimple de Catoptrique, que ſi les rayons de lumière divergents ou convergents, ſont réfléchis par une ſurface plane polie, ils divergent ou convergent après la réflexion, vers un autre point ſur le côté oppoſé de cette ſurface à la même diſtance que le premier point; & une ligne perpendiculaire à la ſurface du miroir, traverſant un de ces points, les traverſe tous deux. Il s'enſuit de là, que ſi les rayons de lumière, qui partent d'un point quelconque d'un objet, ſont ſucceſſivement réfléchis par deux ſurfaces polies, un troiſiéme plan perpendiculaire aux deux premiers, traverſant le point d'émiſſion, traverſera auſſi les deux images ſucceſſivement réfléchies. Les trois points ſeront tous à égale diſtance de l'interſection commune des trois plans, & ſi l'on tire deux lignes par cette interſection commune, l'une du point original de l'objet, & l'autre de ſon image, formée par la ſeconde réflexion, elles feront un angle double de celui de l'inclinaiſon des deux ſurfaces polies.

Pl. 117.

927. Que R F H, & R G I, repréſentent les ſections du plan de la figure par les ſurfaces polies des deux miroirs B C, & D E, élevées perpendiculairement deſſus, & ſe rencontrant en R, point par lequel paſſera leur ſection commune, pareillement perpendiculaire au même plan : que H R I, ſoit l'angle de leur inclinaiſon : que A F, ſoit un rayon de lumière,

venant d'un point quelconque de l'objet A : que ce rayon tombé ſur le point F, du premier miroir BC, ſoit réfléchi par la ligne FG, & qu'enſuite du point G, du ſecond miroir DE, il ſoit encore réfléchi ſuivant la ligne GK : que l'on prolonge en arrière les lignes GF, & KG, vers M, & N, les deux repréſentations ſucceſſives du point A : que l'on tire enfin RA, RM & RN.

928. Puiſque le point A, eſt dans le plan de la figure, le point M y ſera auſſi, ſuivant les loix connues de la Catoptrique. La ligne FM eſt égale à FA, & l'angle MFA double de l'angle HFA ou MFH ; par conſéquent RM eſt égal à RA & l'angle MRA eſt double de l'angle HRA ou MRH. Pareillement le point N eſt auſſi dans le plan de la figure, la ligne RN eſt égale à RM, & l'angle MRN eſt double de l'angle MRI ou IRN. Ainſi que l'on retranche l'angle MRA de l'angle MRN, pour lors l'angle ARN reſte égal au double de la différence des angles MRI & MRH ou au double de l'angle HRI, dont la ſurface du miroir DE eſt écartée de celle du miroir BC, & les lignes RA, RM & RN ſont égales.

929. *Coroll.* 1. L'image N reſtera dans le même point, quoique l'on tourne circulairement ſur l'axe R les deux miroirs, tant que le point A ſera élevé ſur la ſurface de BC, pourvû que ces miroirs conſervent la même inclinaiſon.

930. *Coroll.* 2. Si l'œil eſt placé en L, (point où la ligne AF prolongée coupe la ligne GK) les points A & N, lui paroîtront former l'angle ALN égal à ARN, car l'angle ALN eſt la différence des angles FGN & GFL : or FGN eſt double de FGI, & GFL eſt double de GFR, & par conſéquent leur différence eſt double de FRG ou HRI : donc L eſt dans la circonférence d'un cercle qui paſſe par A, N & R.

931. *Coroll.* 3. Si la diſtance AR eſt infinie, ces points A & N paroîtront à la même diſtance angulaire, dans quelque point du plan que l'œil & les miroirs ſoient placés, pourvû que l'inclinaiſon de leurs ſurfaces ne varie point, & que leur ſection commune ſoit parallele à elle-même.

932. *Coroll.* 4. Quand on regardera un objet après les deux

réflexions ſucceſſives dont nous venons de parler, l'œil en verra toutes les parties dans la même ſituation que ſi elles euſſent tourné circulairement en même tems autour de l'axe R, & elles conſerveront leurs diſtances reſpectives entre elles, & l'axe dans la direction H I, c'eſt-à-dire, dans la direction, ſuivant laquelle, ce ſecond miroir D E s'écarte du premier B C

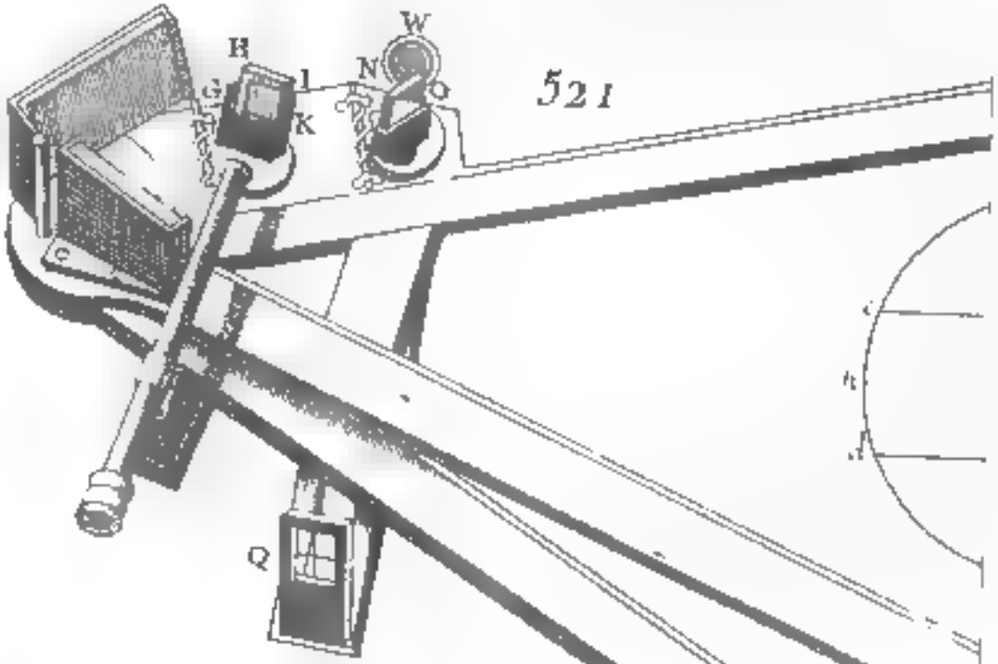
933 *Coroll.* 5. Si l'on ſuppoſe les miroirs au centre d'une ſphère infinie, les deux réflexions feront paroître les objets, qui ſeront dans la circonférence d'un grand cercle, auquel la ſection commune des miroirs eſt perpendiculaire, éloignés d'un arc de cercle égal au double de l'inclinaiſon des miroirs, ainſi qu'on l'a dit plus haut, mais l'œil verra les objets qui ſeront hors de la circonférence de ce cercle, éloignés de l'arc ſemblable d'un parallele: par conſéquent le changement de lieu apparent de ces objets ſera meſuré par l'arc d'un grand cercle, dont la corde eſt à la corde de l'arc égal au double de l'inclinaiſon des miroirs, comme les ſinus compléments de leurs diſtances reſpectives de ce cercle, ſont au rayon. Si donc ces diſtances ſont très-petites, la différence entre le changement de lieu apparent de quelqu'un de ces objets, & le changement de lieu de ceux qui ſont dans la circonférence du grand cercle dont on vient de parler, ſera à un arc égal au ſinus verſe de la diſtance où cet objet eſt du cercle, preſque comme le double du ſinus de l'angle d'inclinaiſon des miroirs eſt au ſinus de l'angle qui en eſt le complément.

Fig. 518. 934. Car ſoit O B C qui repréſente une ſphère infinie; ſoient à ſon centre R placés les deux miroirs qui forment enſemble un angle quelconque donné, & que leur ſection commune ſe confonde avec le diametre O R C. Soit B A N la circonférence d'un grand cercle, au plan duquel la commune ſection O R C des miroirs ſoit perpendiculaire, & B R le rayon de ce cercle: Soit *b a n* la circonférence d'un cercle parallele à B A N & à la diſtance B *b* de celui-ci: menez *b* D ſinus & *b r* coſinus de l'arc *b* B; B D ſera le ſinus verſe du même arc. Soit A un point d'un objet placé dans la circonférence du grand cercle B A N, & N le point où ſe forme ſon image par les deux réflexions ſucceſſives, comme ci-devant. Soit encore *a* un point d'un autre objet placé en quelque endroit que ce

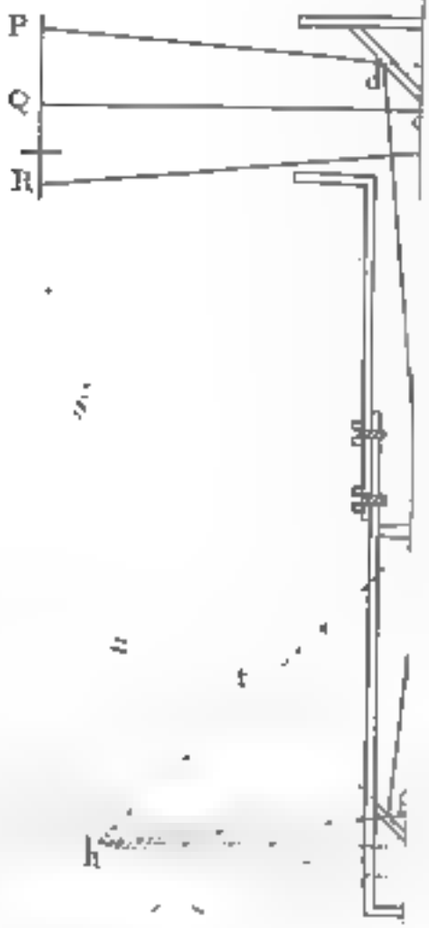
ſoit

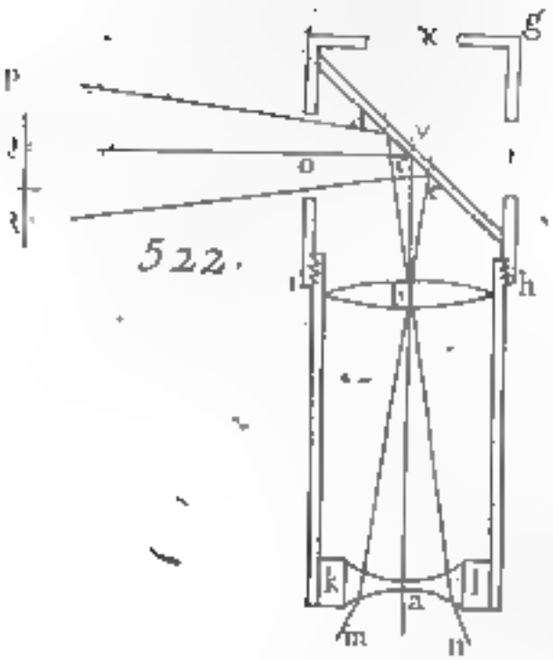
28. A

1.5 125



521





522.

ſoit de la circonférence du parallele *b a n*, & *n* ſon image. Soit enfin *a h n* un arc de grand cercle qui paſſe par les points *a* & *n*. Le point *a* eſt à la même diſtance du grand cercle B A N, que le point *b*; c'eſt-à-dire, à la diſtance B*b*. Menez A R, A N, R N, *a r*, *a n*, *r n*, *a* R & *n* R.

935 Par le 4e. corollaire, les figures A R N & *a r n* ſont ſemblables, & par conſéquent la ligne A N eſt à la ligne *a n*, comme A R ou B R eſt à *a r* ou *b r*, c'eſt-à-dire, comme le rayon eſt au coſinus de la diſtance B*b*. Mais A N eſt la corde de l'arc A H N du grand cercle B A N, & cet arc eſt égal à la tranſlation du point A ou à la double inclinaiſon des miroirs; & *a n* eſt la corde de l'arc *a h n* du grand cercle, qui meſure l'angle *a* R *n*, ſous lequel le point *a* paroît s'être éloigné par les deux réflexions, par rapport à l'œil placé au centre R. Donc la tranſlation ou le changement de place apparent du point *a* eſt meſuré par un arc d'un grand cercle, dont la corde eſt à celle de l'arc A H N (égal à la double inclinaiſon des miroirs), comme le coſinus de ſa diſtance au grand cercle B A N eſt au rayon.

936. D'un point quelconque C de la circonférence O B C menez les cordes C M & C *m*, du même côté de ce point C, & égales aux cordes A N & *a n* reſpectivement; menez le rayon R M, & des points R & *m* abaiſſez R Q & *m* P toutes deux perpendiculaires à C M, qu'elles coupent en Q & P; R Q eſt le coſinus & C M le double du ſinus de la moitié de l'angle M R C ou A R N ou de l'angle d'inclinaiſon des miroirs. Le petit arc M *m* repréſentera la différence des tranſlations apparentes des objets en A & *a*, & s'il eſt fort petit, on pourra le regarder comme une ligne droite, & le triangle mixte M *m* P comme un triangle rectiligne qui ſera ſemblable à R M Q, parce que R M eſt perpendiculaire à M *m*, R Q à C M & *m* P à P M. On peut prendre la ligne C P comme égale à C *m* & M P comme la différence des lignes C M & C *m*. Donc le petit arc M *m* eſt à la ligne M P à fort peu près comme R M à R Q. Mais C M, (c'eſt-à-dire, A N) eſt à C *m* (c'eſt-à-dire, *a n*) comme B R à *b r* & la différence M P de C M & C *m* eſt à la différence B D de B R & *b r*, comme C M eſt à B R. Donc M *m* différence des tranſlations

apparentes eſt à B D ſinus verſe de la diſtance B *b*, ou à un arc qui lui ſoit égal, en raiſon compoſée du rayon R M au coſinus R Q de l'angle d'inclinaiſon des miroirs & de C M double ſinus du même angle à B R rayon, ou comme C M à R Q.

937. On peut corriger l'obſervation par une opération aiſée de trigonométrie, comme on le voit par la première partie de ce corollaire, ſçavoir, en prenant la moitié de l'angle obſervé, & cherchant enſuite un autre angle, dont le ſinus ſoit à celui de cette moitié, comme le coſinus de la diſtance B *b* eſt au rayon : cet angle étant doublé, ſera la vraie diſtance des objets. Mais comme cette opération, quoique facile, exige qu'on ſe ſerve de figures, je préfère la méthode d'approximation ; parce qu'avec cette méthode, l'Obſervateur en retenant dans ſa mémoire les proportions des ſinus d'un petit nombre d'arcs particuliers au ſinus total, peut eſtimer aiſément la correction ſans recourir aux figures, lorſque l'angle n'eſt pas plus grand ; & par une ligne des nombres & des ſinus artificiels, il peut toujours la déterminer avec plus d'exactitude qu'il n'eſt néceſſaire.

938. Lorſque l'angle obſervé approche fort de 180 degrés, on peut omettre la correction ; parce qu'alors il eſt aiſé de tenir le plan de l'inſtrument ſi proche du grand cercle dont on vient de parler, qu'il n'y aura aucune différence, ſi l'on connoît la ſituation de ce cercle : mais ſi on ne la connoît pas, lorſque l'Obſervateur voit les deux objets enſemble, il peut tourner l'inſtrument ſur l'axe du téleſcope, juſques à ce qu'il en ait trouvé la poſition qui donne le moindre angle ; & cette poſition (ſi les miroirs ſont bien perpendiculaires au plan de l'inſtrument) arrivera toujours lorſque les objets paroîtront ſe confondre dans la ligne *g h* exprimée dans la fig. 520.

Pl. 119. 939. L'inſtrument eſt compoſé d'un demi-quart de cercle A B C, qui porte un limbe B C, ou arc de 45 degrés diviſé en 90 parties ou demi-degrés, dont chacun répond à un degré entier dans l'obſervation. Il y a une alidade M L mobile ſur le centre pour marquer les diviſions. Près du centre de cette alidade, eſt placé un miroir plan E F, perpendiculaire au plan de l'inſtrument & faiſant avec la ligne tirée ſur le milieu de l'alidade,

l'angle le plus favorable pour les uſages auxquels l'inſtrument eſt deſtiné (dans un inſtrument comme celui de la fig. 519, l'angle LMF peut être de 65 degrés). IKGH eſt un autre miroir plan plus petit, arrêté ſur telle partie du demi-quart de cercle que le beſoin & l'uſage particulier indiqueront Quand l'alidade eſt au commencement de la diviſion (c'eſt-à-dire à 0°.) la ſurface du ſecond miroir doit être exactement parallele à celle du premier : la glace du petit miroir ne peut être que vis-à-vis de l'Obſervateur, & celle du grand miroir dans le ſens contraire ; lorſqu'on place le téleſcope PR ſur un des côtés du demi-quart de cercle, il faut que ſon axe ſoit parallele à ce côté, & en même tems qu'il ſoit en face du milieu d'un des bords IK ou IH du miroir IKGH ; enfin il n'y a que la moitié de l'objectif qui reçoive les rayons réfléchis par ce dernier miroir, parce que l'autre moitié ſert à laiſſer paſſer les rayons qui viennent d'un objet éloigné Dans la diſpoſition des deux miroirs, il eſt néceſſaire qu'un rayon de lumière, venant d'un point voiſin du milieu du premier miroir, tombe au milieu du ſecond ſous un angle de 70°. ou environ, que de là il ſoit réfléchi parallélement à l'axe du téleſcope, & que les rayons qui viennent de l'objet du miroir EF par le côté HG, paſſent avec une entière liberté. Il y a enfin un verre noirci ST, encadré dans un chaſſis tournant ſur la charnière V, on le met devant le miroir EF, quand la lumière d'un des objets eſt trop vive ; il peut y avoir pluſieurs de ces verres.

940. Au foyer commun des verres du téleſcope repréſenté par le cercle *a b c d e f*, ſont placés trois cheveux ; deux *a e* & *b d*, ſont à égale diſtance de la ligne *g h* & paralleles à cette ligne, laquelle traverſe l'axe & eſt parallele au plan du demi-quart de cercle ; le troiſieme cheveu, *fc*, eſt perpendiculaire à *g h* & paſſe par l'axe. Fig. 518.

941. L'inſtrument tel qu'il vient d'être décrit, ſervira à prendre tout angle qui ne ſera pas au-delà de 90°. ; mais ſi l'on veut avoir des angles depuis 90°. juſques à 180°., il faut tourner la ſurface polie du miroir FF (fig 519) du côté de l'Obſervateur, & reculer le ſecond miroir IKGH au-delà de NO, pour que les rayons de lumière, qui viennent du milieu du premier miroir ſous un angle d'environ 25°., tombent au milieu de la ſurface du ſecond, parce que

les ſurfaces des deux miroirs doivent être perpendiculaires l'une à l'autre, quand l'alidade eſt au bas du limbe près de C. Il eſt néceſſaire que le ſecond miroir ſoit écarté de 5 ou 6 pouces du premier ; autrement la tête de l'Obſervateur intercepteroit les rayons qui vont à ce miroir, lorſque l'angle qu'on veut obſerver approche de 180°. Enfin ce même miroir eſt perpendiculaire ſur une platine de cuivre ronde, dont le bord eſt garni de dents qui s'engrainent dans une vis ſans fin.

942. Quand on veut obſerver, il faut diriger l'axe du téleſcope vers un des objets, & faire enſorte que le plan de l'inſtrument traverſe, le plus exactement qu'il eſt poſſible, le ſecond objet que l'obſervateur prend à droite ou à gauche, ſuivant que l'exige la conſtruction particulière de ſon inſtrument. Si l'inſtrument, par exemple, étoit fait conformément à la figure & à la deſcription qui ſont ici, on verroit l'objet réfléchi du côté dont le miroir EF s'écarte de HIKG. La régle générale eſt que l'alidade étant arrêtée au commencement de la diviſion (c'eſt-à-dire à 0°, lorſque l'inſtrument eſt deſtiné pour prendre des angles au deſſous de 90°., ou à 90°., lorſqu'il eſt deſtiné pour les angles depuis 90°. juſqu'à 180°.) Si alors on imagine une ligne ſur l'inſtrument parallele à l'axe du téleſcope ou au rayon viſuel, enſorte qu'elle pointe vers l'objet vû directement ; de quelque côté que cette ligne s'écarte par le mouvement de l'alidade le long de l'arc depuis 0° vers 90° dans le premier cas, ou depuis 90° vers 180°. dans le ſecond ; du même côté l'objet vu par réflexion doit s'éloigner de celui qui eſt vu directement. L'œil de l'Obſervateur étant appliqué au téleſcope, de manière qu'il ſoit toujours fixé au premier objet, il doit avancer ou reculer l'alidade juſqu'à ce qu'il apperçoive avec le téleſcope le ſecond objet, environ à la même diſtance du cheveu *cf* (fig. 520) que le premier objet. Si alors les deux objets paroiſſent écartés l'un de l'autre, comme en *i* & *k*, il faut tourner un peu l'inſtrument ſur l'axe du téleſcope, afin que ces objets viennent l'un contre l'autre ou très près l'un de l'autre, & faire marcher l'alidade juſques à ce qu'ils ſe confondent, ou que l'un rencontre l'autre ſuivant une ligne parallele à *cf*, en les tenant tous deux auſſi proches de la ligne *gh* qu'il eſt poſſible. Pour peu que l'on tourne alors l'inſtrument ſur un

axe quelconque perpendiculaire à ſon plan, les deux images marcheront dans une ligne parallele à *gh*, & conſerveront entr'elles la même ſituation. Ainſi dans quelque partie de cette ligne qu'on les obſerve, l'obſervation n'aura d'autre défectuoſité que le peu de netteté des objets. Si les deux objets ne ſont pas dans le plan de l'inſtrument, mais qu'ils ſoient également élevés au-deſſus ou également abaiſſés au-deſſous, ils paroîtront tous les deux éloignés de la ligne *g h*, quand l'alidade fera un angle un peu plus grand que celui de leur moindre diſtance dans un grand cercle; pour lors l'erreur de l'obſervation croîtra preſque proportionnellement au quarré de leur diſtance de la ligne *gh*, & on peut la corriger par le moyen du cinquiéme corollaire. En effet que les cheveux *ae* & *bd* ſoient éloignés chacun de la ligne *gh*, de $\frac{1}{100}$ du foyer de l'objectif, aſſez pour laiſſer entr'eux la place de l'image d'un objet, dont la largeur à l'œil ſimple auroit un peu plus de 2°. $\frac{1}{4}$, & que les images des objets touchent ces cheveux, pour lors comme le ſinus complément de la moitié des degrés & des minutes marquées par l'alidade eſt au ſinus double de cette moitié. De même une minute eſt à l'erreur qui doit toujours être retranchée de l'obſervation. On peut encore mettre dans l'aire *abcdef* d'autres cheveux qui ſoient paralleles à *gh*, & écartés de ce cheveu proportionnellement aux racines quarrées des nombres 1, 2, 3, 4, &c. Cette correction ſera toujours aſſez exacte, pourvû que l'Obſervateur ait attention (ſur-tout lorſque l'angle approche de 180°.) d'empêcher le plan de l'inſtrument de s'écarter trop du grand cercle qui traverſe les objets. Lorſque l'angle approche fort de 180°. on peut négliger la correction, parce qu'alors on peut aiſément tenir le plan de l'inſtrument fort près du grand cercle, comme on l'a dit dans l'art. 938.

943 Quant à la ſtructure méchanique de notre inſtrument, ſi l'on cherche une grande préciſion dans les obſervations, on fera diviſer le limbe avec un ſoin infini, parce que les réflexions doublent toutes les erreurs commiſes dans la diviſion. L'alidade doit avoir un mouvement aſſuré ſur le centre de l'inſtrument, & il eſt néceſſaire que ſon axe ſoit toujours perpendiculaire au plan du demi-quart de cercle; car pour peu qu'il vienne à changer, il fera changer auſſi l'inclinaiſon du

du miroir que porte l'alidade, par rapport au miroir qui eſt ſur le limbe. Il faut encore que le mouvement de cette piéce ſoit facile, à moins qu'elle ne ſoit ſujette à ſe dejetter ; c'eſt pour la même raiſon qu'on doit la faire la plus large qu'il eſt poſſible dans la partie voiſine du centre Les ſurfaces des miroirs doivent être parfaitement unies, car la moindre courbure dans l'un de ces deux miroirs, non-ſeulement rendroit l'objet confus, mais en feroit encore varier la poſition, parce que l'objet ſeroit diverſement réfléchi par différentes parties des miroirs. Il eſt bon de prendre garde auſſi que le téleſcope ait une longueur & un diamètre ſuffiſants pour prendre un angle convenable, ſans rien perdre de l'ouverture de l'objectif dans toutes les différentes poſitions de l'alidade. Il eſt néceſſaire que les miroirs ſoient de métal ou de glace, & que leurs ſurfaces ſoient les plus paralleles qu'il eſt poſſible ; on peut cependant leur paſſer une petite déviation, pourvû que leurs bords, tant le plus épais que le plus mince (& par conſéquent la ſection commune de leurs ſurfaces) ſoient paralleles au plan de l'inſtrument ; car en ce cas, quoique l'objet ſoit pluſieurs fois répété, les répétitions ſe font toujours fort près l'une de l'autre dans la ligne parallele à cf, & il y en a toujours quelqu'une que l'on peut prendre, à moins que l'on n'obſerve un angle fort petit. Le plus grand embarras ſera pour lors d'obſerver une petite étoile, parce que la lumière ſe partagera aux différentes images. En montant le téleſcope, il faut avoir l'attention que l'on en puiſſe changer facilement la ſituation, pour que les rayons réfléchis tombent ſur une étendue plus ou moins grande de l'objectif, ſuivant que les objets ſont plus ou moins éclairés Une partie de la glace du ſecond miroir doit être tranſparente, afin que ſi l'un des objets eſt ſuffiſamment lumineux & que l'autre ne le ſoit pas aſſez, l'on puiſſe voir au travers l'objet dont la clarté eſt la plus foible. Quand on prend pour l'un des objets le Soleil, ou que l'on compare la Lune à une petite étoile fixe, on doit toujours diminuer la vivacité de leurs images réfléchies, par l'interpoſition d'un ou de pluſieurs verres obſcurs S T. Il n'eſt pas néceſſaire d'aſſurer parfaitement le téleſcope, on peut même s'en paſſer tout-à-fait ; il ſuffit que les miroirs ſoient

bien disposés par rapport au secteur & à l'alidade, pour que l'Observateur voie parfaitement le second miroir, & se serve avec beaucoup d'avantage de l'instrument.

944. Il est facile de juger que cet instrument n'a pas besoin d'un piedestal ou support plus solide, qu'en auroit besoin le télescope même qui est employé; car quoique l'agitation de l'instrument puisse faire vaciller les images des objets, leurs mouvements apparents relatifs se feront cependant toujours à peu près dans les lignes paralleles à *c f*, & il ne sera pas difficile de déterminer si les objets se couvrent ou s'ils s'éloignent Quand les objets ne sont pas éloignés & que le télescope ne les grossit que quatre ou cinq fois, on peut tenir l'instrument à la main sans son pied; c'est de cette manière que l'on est en état de prendre sur mer, lorsqu'il n'y a pas de mauvais tems, la hauteur du Soleil, de la Lune & des étoiles les plus brillantes.

945. La fig 521 représente un instrument construit pour cet usage; il ne differe de celui qui a été décrit ci-devant que dans la disposition des miroirs & du télescope, par rapport au secteur & à l'alidade. Dans celui-ci, la ligne tirée par le milieu de l'alidade forme avec la surface antérieure du grand miroir un angle d'environ 4 ou 5 degrés La ligne visuelle ou l'axe du télescope (si l'on s'en sert) forme avec la surface du miroir IKGH un angle d'environ 70°. ou 71°. Il y a aussi un troisiéme miroir NO, ajouté pour prendre un angle au-delà de 90°. & pour observer la hauteur du Soleil par derrière. La ligne visuelle forme avec celui-ci un angle d'environ 32 ou 33 degrés. Quand on place ces deux petits miroirs, il faut bien prendre garde que le miroir IKGH n'intercepte les rayons qui viennent du grand miroir posé sur l'alidade au troisiéme NO, & que ni les uns ni les autres n'empêchent l'alidade de descendre jusqu'au bas de la division du limbe. WQ est un conducteur pour la vue; cette machine est nécessaire quand on ne se sert point du télescope; elle est composée d'une piéce de bois longue & étroite qui glisse dans une autre, attachée au dos de l'octant, & qui est garnie à chaque extrémité d'une pinnule perpendiculaire. on peut ôter cette machine quand on veut & substituer dans la coulisse un télescope. Pour lors on se servira indifféremment de l'un ou de l'autre avec l'un

Fig. 521.

des deux petits miroirs. L'œil doit être placé exactement contre la pinnule en W, & les fils croisés à l'ouverture de l'autre pinnule en Q, perpendiculaire au plan de l'instrument, aideront l'Observateur à le tenir dans une position verticale. Il faut pour cela qu'il tienne le fil qui est perpendiculaire à l'instrument, autant qu'il pourra, parallele à l'horizon, & son objet dans une ligne verticale. Je laisse maintenant à l'expérience à déterminer de quelle manière un instrument de cette espéce peut servir sur mer à prendre la distance du bord de la Lune au Soleil ou à une autre étoile, pour trouver la longitude du vaisseau, lorsque la théorie de cette planete sera bien connue.

946. Mr. *Hadley* nous dit, (*Transf Phil. n°.* 425. 1. *sept.* 1732) que son instrument avoit été exécuté en bois, dans l'intention principalement d'observer, soit en avant, soit en arrière, des hauteurs du Soleil, de la Lune & des étoiles sur l'horizon sensible, & qu'il en fit faire un autre en cuivre par Mr *Sisson*, pour prendre la distance de toutes sortes d'objets. Cet instrument étoit soutenu par un simple bâton, qui se vissoit par dessous, & qui se fixoit en terre, afin d'épargner à l'Observateur le poids de l'instrument. On pouvoit allonger ou racourcir ce pied, & par ce moyen mettre l'instrument à une hauteur commode pour l'œil de l'Observateur, soit qu'il fût droit, soit qu'il fût assis. Au lieu d'une tête & d'un genou, il y avoit sur le dos de l'instrument deux arcs circulaires, qui l'arrêtoient sans peine dans toutes les positions que peut exiger la différente situation des objets.

Résultat d'une expérience de ces instruments.

947. Ce Gentilhomme ingénieux, nous a aussi donné un détail particulier de l'expérience qu'on a faite à la mer, de ces instruments par ordre de Mrs. les Lords, Commissaires de l'Amirauté, en présence de plusieurs personnes habiles. Le résultat de l'expérience fut qu'après avoir fait les corrections nécessaires, trois observations de la distance entre deux étoiles, avec l'instrument de cuivre, ne différerent de celles que Mr. *Flamsteed* avoit faites à terre, que d'environ une minute, en prenant la distance moyenne, & que douze observations des hauteurs du Soleil, prises avec l'instrument de bois, pendant que le Navire étoit à l'ancre, s'accorderent tellement ensemble, qu'elles ne s'écarterent de la vraie hauteur que d'environ

une

une demi-minute, en prenant la hauteur moyenne; & enfin, qu'ayant pris une autre douzaine de hauteurs pendant que le navire étoit ſous voile avec un vent frais, elles ne différerent que d'une minute de la vraie hauteur, & que dans un autre tems elles s'accorderent plus exactement. Malgré ce grand accord de ces obſervations, elles auroient été très-probablement beaucoup plus exactes, ſi pluſieurs accidents n'avoient pas alors concouru à les déranger, comme, par exemple, que l'horizon n'étoit pas toujours dégagé de terre, & que par conſéquent, il n'étoit pas ſi facile à diſtinguer; qu'aucun des Obſervateurs n'étoit accoutumé au mouvement d'un vaiſſeau, mouvement toujours très grand & très vif près des côtes; que le vaiſſeau étoit fort léger & fort petit, & par conſéquent plus ſujet à monter & à deſcendre par l'action des vagues. Or ſi la différence de hauteur des Obſervateurs, occaſionnée par ce mouvement, pouvoit être de quatre ou cinq pieds, ſelon l'eſtime qu'on en fit, il en devoit réſulter néceſſairement une élévation & un abaiſſement de l'horizon viſible alternativement d'une minute ou environ; ce qui fut à fort peu près toute l'erreur qu'on trouva dans les hauteurs. On voit par là qu'on ne peut guéres ſouhaiter d'inſtrument plus exact & plus commode pour la navigation.

CHAPITRE XIII.

Des Lunettes de réflexion.

948. ON vend dans les boutiques un inſtrument que quelques-uns appellent lunette d'opera; d'autres le nomment perſpective diagonale. C'eſt proprement une lunette de réflexion. La fig. 522 en repréſente une ſection faite par un plan qui paſſe par ſon axe *a b c*, & qui coupe perpendiculairement le plan d'un petit miroir dans la ligne *d c e*. Ce plan réfléchiſſant eſt fixé obliquement dans un petit tube rond *f g h i*, qui entre à vis dans l'extrêmité du tuyau de la lunette *b i k l*; de ſorte que l'axe *a b c* de cette lunette, fait environ Lunettes d'opera. Fig. 522.

la moitié d'un angle droit *b c e* avec le miroir, dont le côté poli eſt tourné vers l'objectif *h b i*. Ainſi, en ſuppoſant que les rayons comme *a b c* vont de l'œil placé en *a*, & après la réflexion en *c* pour traverſer un ... ire fait en *o* dans le côté du petit tub... ... objet éloigné en Q; on verra cet objet par le ... reviennent ſelon les mêmes lignes Q *c b* ... ... objet que l'on veut voir avec cette lunette, il faut dirig... axe perpendiculairement aux rayons qui viennent de ... l'angle *a c e* étant la moitié d'... ... (art 9) l'angle Q *c a* ſera ... ...ngle droit, pour former avec ſes deux autres deux droits ... l'objet que l'on apperçoit par la lunette eſt plus n... plus bas que celui que l'on cherche, on amenera ... en tournant la lunette autour de ſon axe.

949. Si l'objet eſt trop ... être vu diſtinctement avec la lunette, vous en tournerez vers l'œil l'autre extrêmité, & en regardant par l'o... vous verrez l'objet S, par les rayons S *t v x* qui ... re ouverture *t* oppoſée à la première *o*, & ... en *v* par un autre miroir plan parallele au premier, & tourné vers l'œil en *x*. Si le ſpectateur a la vue courte, il ... placer un verre concave dans l'ouverture *x*, où s'il n'eſt pas myope, un verre plan pour rendre l'inſtrument plus ſemblable aux lunettes ordinaires. Mais quoiqu'on s'apperçoive par les ouvertures qui ſont à côté, que c'eſt une lunette de réflexion; cependant ces ouvertures étant oppoſées, il eſt impoſſible de découvrir de quel côté eſt placé l'objet que le ſpectateur examine.

950. Dans les ... le plan réfléchiſſant n'augmente pas l'apparence de ... la diminue pas. Car dans la lunette, ſi l'on prolonge ... ion axe *a c*, enſorte que *c q* ſoit égale à *c* Q, les rayons ... ſeront divergents comme s'il y avoit une image en *q* ega... ...'objet qui eſt en Q, & par conſéquent ils tomberont ſur l'objectif *b*, de la même manière que s'ils étoient venus de l'objet même placé en *q*; avec cette différence ſeulement que le côté de l'objet qui eſt à main droite paroîtra à main gauche & au contraire. Puiſque les lignes P *g*, Q *q*, *h r* qu... ...ſpondants

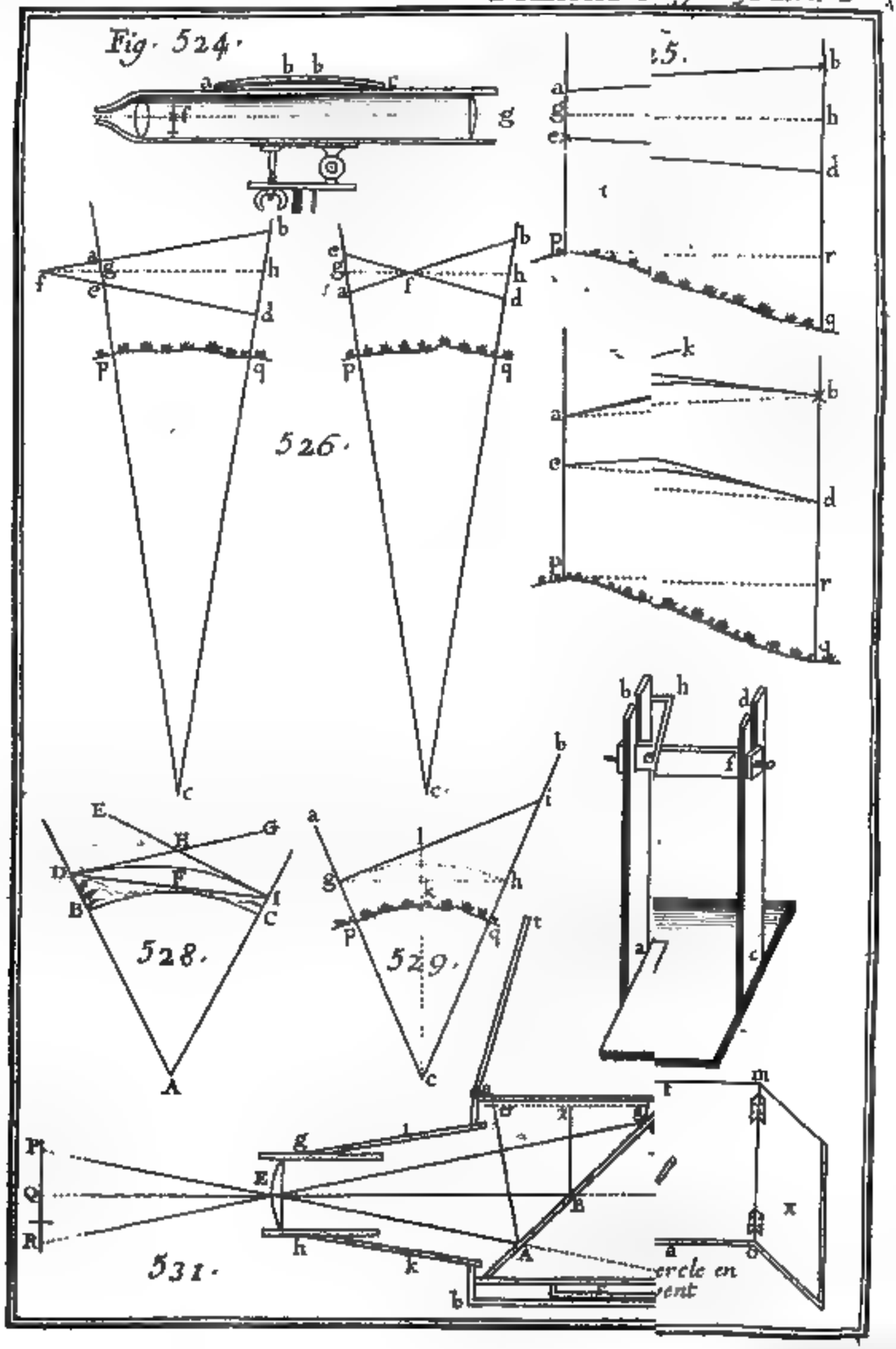


Fig. 524.
525.
526.
528.
529.
531.

de l'objet & de ſon image, ſont toutes perpendiculaires au plan réfléchiſſant *d e* prolongé, elles ſont par conſéquent paralleles entr'elles. Mais l'objet paroîtra droit tant par la ſimple réflexion que par la lunette, pourvû que ſon oculaire ſoit concave ; parce que les points les plus hauts de l'image *q*, répondent aux points les plus bas de l'objet Q, par la raiſon que nous venons de donner. Tout l'inſtrument eſt ordinairement de 4 pouces de longueur, & il eſt fort bien exécuté par Mr. *Scarlet* aupres de l'Egliſe Ste. *Anne* à *Londres*.

951. *Hevelius* dans la préface de ſa *Selenographie* décrit un inſtrument de cette eſpece qui eſt de ſon invention, & qu'il donne comme utile à la guerre, ſur-tout dans les ſiéges, pour découvrir ce que fait l'ennemi, pendant que le ſpectateur eſt caché derrière un obſtacle ; & c'eſt pour cela qu'il l'appelle Polimoſcope. Dans cette vue, il augmente l'intervalle entre l'objectif & le miroir, par le moyen d'un tube aſſez long pour porter le miroir au-delà de l'obſtacle qui couvre le ſpectateur, & pour avoir encore l'avantage d'obſerver par-devant, pour ainſi dire, il propoſe de placer un autre miroir plan *f g* à l'autre extrêmité du tube, pour réfléchir les rayons par une ouverture *k l* qui eſt à côté, & dans une direction *a o* parallele & conforme à la tendance des rayons incidents Q *c*, en plaçant dans cette ouverture le verre concave. Par ce moyen, l'objet paroît toujours droit, & de la même grandeur que ſi l'oculaire avoit été placé dans l'axe du tube. Car dans les rayons Q *c*, *o a* prolongés à travers les miroirs *d e*, *f g*, prenez *c i* égale à *c b* & *a h* égale à *a b*, & ſuppoſant que les rayons viennent de part & d'autre traverſer *b*, centre de l'objectif, après la réflexion des miroirs, ils deviendront divergents des points *h*, *i* (art. 23). Que deux de ces rayons viennent tomber ſur l'objet en P & R ; puiſque l'angle P *i* R ou *d i e* eſt égal à *d b e* ou *f b g* ou *f h g* ; ſi l'on ôtoit l'oculaire, l'objet paroîtroit ſous le même angle *f h g* ou *k h l* ſous lequel il ſeroit vu à l'œil nud, placé en *i* ; mais les rayons réfléchis *f k*, *g l*, après leurs réfractions en *k m*, *l n* à travers l'oculaire *k l* font entr'eux le même angle qu'ils auroient fait, ſi, ayant ôté le miroir *f g*, ils avoient été rompus par le même oculaire placé dans l'axe de la lunette à la même diſtance de *b* qu'il l'eſt main-

Le polimoſcope.

Fig. 115.

tenant de *b* ; & en traçant un rayon oblique R*ebfkm*, on voit clairement que l'objet doit paroître droit. Il paroît auſſi dans la même ſituation par rapport à la droite & à la gauche, qu'il paroîtroit à l'œil nud.

952. La longueur de la lunette *ab* ne doit pas être fort grande ; car autrement elle découvriroit un ſi petit eſpace tout à la fois, qu'il ſeroit difficile de trouver un objet, & c'eſt apparemment la raiſon qu'a eu l'Auteur de la joindre à un plus long tube. Il dit que la longueur de ſon petit tube étoit de 8 pouces, & celle du long 22. Je crois que ſon petit tube étoit la lunette ; ceux qui voudront être mieux inſtruits du méchaniſme de cet inſtrument, peuvent conſulter cet Auteur dans ſa Selenographie, pag. 24.

CHAPITRE XIV.

Niveau téleſcopique & ſes uſages.

Deſcription du niveau.

953. LE téleſcope eſt d'un uſage ſingulier dans l'art de niveller, c'eſt-à-dire, de trouver le terrain qui a aſſez de pente pour conduire l'eau d'un lieu à un autre, ſoit pour rendre les rivières navigables ou pour deſſécher les marais, faire des canaux, &c. Le long d'un côté d'un téleſcope de 2 ou 3 pieds, qui a des fils [illegible] dans ſon foyer, on fixe ſolidement un niveau à bulle d'air dans une poſition parallele au téleſcope ; & lorſque le téleſcope eſt placé à fort peu près horizontalement ſur ſon pied, on a une invention pour l'élever par degrés inſenſiblement par le moyen d'une vis, juſques à ce que les extrêmités de la bulle d'air reſtent en repos ſous deux marques que l'on a faites avec la pointe d'un diamant ſur le tube de verre. La ligne *fg* repréſente la ligne viſuelle qui paſſe par *f* interſection des fils & par *g* centre de l'objectif, & les points *b*, *b* ſont les marques tracées ſur le tuyau de verre *abc*. Tant que les parties de cet inſtrument ſeront immobiles, les unes par rapport aux autres, il eſt évident qu'auſſitôt que la bulle d'air ſera réduite exactement aux marques *b*, *b*, la ligne

Fig. 314.

viſuelle de la bulle d'air ſera réduite à la même poſition par rapport à l'horizon ou à un fil à plomb. Il n'eſt nullement néceſſaire dans le nivellem[illegible] que la ligne viſuelle ſoit exactement perpendiculaire à [illegible] verticale, il ſuffit qu'elle faſſe toujours le même angle avec elle.

954. Tout l'art du nivellement ne conſiſte que dans l'uſage réitéré du problême ſuivant : p & q étant deux points donnés dans le[illegible] on demande quel eſt le plus bas & de combien ? Soient [illegible] q deux perches droites arrêtées perpendiculairement à l'horizon par le moyen d'un fil à plomb. Ayant placé le téleſcope à côté de la perche pa, & ayant dirigé la ligne viſuelle vers la perche qb, on changera ſon élévation par le moyen de la vis dont on a parlé, juſques à ce que la bulle d'air ſoit exactement placée entre les deux marques ſur les tubes. Un aide marquera alors le point b qui ſera couvert par l'interſection des fils, & l'on marquera auſſi le point a qui eſt exactement à la même hauteur que l'interſection des fils, ce qui ſe fait aiſément avec une équerre commune appliquée à la perche pa. Enſuite on portera le téleſcope à la perche bq, & l'on répétera la même opération ; c'eſt-à-dire, que ſi le point d eſt à la même hauteur que l'interſection des fils, & ſi le point e de l'autre perche pa, eſt couvert par la même interſection, lorſque la bulle d'air eſt ſous les mêmes marques qu'auparavant ; en diviſant également l'intervalle ae en g & l'intervalle bd en h, les points [illegible], h ſeront dans le même niveau ; ou ſi $gpqh$ repréſente un [illegible]anal plein d'une eau tranquille, les points g, h ſeront dans la ſurface de cette eau ; & par conſéquent ſi l'on ſouſtrait la moindre profondeur pg de la plus grande qh, leur différence qr fera voir combien le point q eſt plus bas que les points, p ou r.

Manière de niveller.

Fig. 549.

955. Si l'on ne peut pas voir mutuellement les endroits p & q, ou ſi la différence de leurs hauteurs eſt plus grande que la longueur des perches ordinaires, on fera pluſieurs ſtations intermédiaires & répétant la même opération entre deux ſtations ſucceſſives, on aura le niveau des deux extrêmes.

956. Lorſqu'on aura une fois trouvé les points g, h ſur les deux perches, il ſera bon de faire mouvoir [illegible] fils pour rectifier la ligne viſuelle, enſorte qu'elle ſe confonde à fort peu-

près avec la ligne $g h$, ou avec une ligne qui lui ſoit parallele ; car alors dans les autres nivellements, à de plus grandes diſtances, les marques b, e ſeront moins ſujettes à tomber au-deſſus ou au-deſſous des perches.

Raiſon de cette pratique. 957. La raiſon de cette pratique dépend des principes ſuivants. 1°. Qu'une ligne à plomb eſt perpendiculaire à la ſurface de l'eau tranquille qui eſt ſous elle, ou à un plan que l'on conçoit toucher l'eau dans le point où la ligne à plomb prolongée la couperoit. 2°. Que la ſurface d'un canal ou d'un lac d'eau dormante, qui ſeroit étendue dans tout le pays que l'on veut niveller, peut paſſer pour la portion d'une ſurface ſphérique, quoique la figure de la terre ne ſoit pas exactement ſphérique. 3°. Que deux points ſont à niveau lorſqu'ils ſont ſur la ſurface d'un lac, & par conſéquent à égales diſtances de ſon centre ou du concours des lignes à plomb prolongées.

Fig. 516. 958. Soit donc $a c b$ l'angle formé par les deux lignes à plomb $a e$, $b d$ prolongées en bas, juſques à leur rencontre en c. Dans un point quelconque a de la ligne $a c$ faites un angle $c a b$ d'une grandeur donnée, & dans un point quelconque d de l'autre ligne $b c$, l'angle $c d e$ égal à $c a b$. Que $a b$ & $d e$ (prolongées) ſe rencontrent en f; & que la ligne $f g h$ qui diviſe également l'angle $b f d$ coupe la ligne à plomb $a e$ en g & $b d$ en h. Je dis que les points g, h ſeront de niveau, ou que $c g = c h$. Car les angles $c a b$, $c d e$ étant égaux, & l'angle en c étant commun aux triangles $c a b$, $c d e$, les angles qui reſtent $c b a$, $c e d$ ſeront auſſi égaux. Donc l'angle extérieur $c h f = (h b f + h f b = c e d + h f b : - g e f + g f e$ = l'angle extérieur $a g f =) c g h$, & par conſéquent les côtés $c g$, $c h$ du triangle $c g h$ ſont égaux. Ce qu'il falloit prouver.

959. Dans la pratique du nivellement les intervalles $a e$, $b d$ ſont fort petits en comparaiſon de la diſtance $g h$, & par conſéquent l'angle $a f e$ ou $b f d$ eſt fort petit. Donc ſes côtés $a f$, $f e$, & $b f$, $f d$ approchent fort de la raiſon d'égalité. Donc la ligne $g h$ qui diviſe également l'angle en f, diviſe auſſi également à fort peu-près les intervalles $a e$, $b d$, parce que le ſegment $g a : g e :: a f : f e$ (*Eucl. l.* 6. 3), & de même

$bb : bd :: bf : fd$, c'eſt-à-dire, en raiſon d'égalité ſans erreur ſenſible dans la pratique du nivellement.

960 Ce nivellement réciproque paroît être le plus exact de tous ceux que l'on trouve dans les livres, ſur-tout ſi on l'exécute avec deux inſtruments que l'on ait fait accorder enſemble auparavant; comme on peut le faire en les plaçant l'un auprès de l'autre, & faiſant mouvoir les fils croiſés de l'un des deux, juſques à ce que la même marque ſur un objet éloigné ſoit couverte par les deux interſections, lorſque les deux bulles d'air ſeront en repos ſous leurs marques reſpectives dans les tubes. Alors deux Obſervateurs pourront dans le même tems trouver les marques ſur les perches oppoſées; & par conſéquent les réfractions des rayons dans l'air quelle que ſoit leur quantité, ſeront égales autant qu'il ſera poſſible, & le réſultat de cette pratique ſera auſſi exact que s'il n'y avoit eu point de réfraction du tout. Car ſi la courbe bia repréſente le cours du rayon viſuel de b en a, & que les lignes ak, bl touchent cette courbe en a & b, les points a & b étant à fort peu-près de niveau, la denſité & la conſtitution de l'air & des vapeurs au même inſtant, ſeront à fort peu près les mêmes dans chaque endroit, & par conſéquent la courbe aib & ſes tangentes en a & b, ſeront également inclinées à la corde ab. Par la même raiſon, la courbe emd ſera ſemblable & égale à la courbe aib étant placée auſſi près de celle là. Donc l'angle edn, ſous la corde ed, & la tangente dn, ſera égal à l'angle abl ou bak, & par conſéquent, puiſque les angles qdn, pak ont été pris égaux dans les deux obſervations, en retranchant les angles égaux edn, bak produits par les réfractions égales, les angles reſtants qde, pab ſeront égaux entr'eux, tout comme s'il n'y avoit point eu de réfractions.

Examen de la réfraction des rayons dans l'air.

Fig. 527.

961. Si l'on fait les obſervations réciproques vers le milieu du même jour, lorſque l'air eſt le plus pur, on aura rarement occaſion d'employer deux inſtruments; mais ſi on les fait vers le matin ou le ſoir, même dans le même jour, on ne peut pas compter ſur une égalité de réfractions, à moins qu'on ne les faſſe dans le même inſtant. Les Membres de l'Académie Royale des Sciences de *Paris*, nous diſent dans leur livre de

la meſure de la terre, qu'ils ont ſouvent trouvé qu'un objet qui à la pointe du jour paroiſſoit à niveau & quelquefois un peu au-deſſus du niveau, paroiſſoit enſuite, lorſque le Soleil étoit élevé, au deſſous du niveau. Et qu'au contraire après le coucher du Soleil, les objets fort éloignés paroiſſoient s'être élevés ſi ſenſiblement que dans moins de demi-heure leur hauteur apparente s'étoit augmentée de plus de 3 minutes. Quant à la cauſe de ces apparences, ils ajoutent que le froid de la nuit condenſe les vapeurs, leſquelles deſcendent au lieu le plus bas, laiſſant l'air plus pur dans les endroits plus élevés, que pendant le jour. Et au contraire lorſque la chaleur du Soleil a fait monter une partie des vapeurs aux endroits plus élevés, il doit y avoir moins de différence dans les milieux, & par conſéquent moins de réfraction. Ils nous apprennent enſuite la manière ſuivante de déterminer par quelques obſervations la quantité de chaque réfraction particuliere.

Fig. 112. 962. Soit A le centre de la terre, B C ſa ſurface ordinaire, & D, I les ſommets de deux montagnes. On doit faire réflexion que la terre étant enveloppée d'une atmoſphère ou d'un air chargé de vapeurs & compoſé de différentes régions, qui ſont par degrés plus ſubtiles à meſure qu'elles ſont plus éloignées de la terre, il arrive que le rayon viſuel qui vient d'un endroit plus élevé à un lieu plus bas, comme de D en I, & qui paſſe obliquement d'un air plus ſubtil à un air plus groſſier, ſe plie continuellement dans ſa route à meſure qu'il change de milieux; ce qui lui donne la poſition d'une courbe aſſez ſemblable à celle de D F I. Mais l'œil placé en I reçoit le rayon courbé, comme ſi c'étoit la tangente I E, & il voit l'objet D dans cette direction. Par la même raiſon, ſi l'on ſuppoſe un autre œil en D, il verra l'objet I dans la droite D G, tangente au même rayon courbé D F I. Et en ſuppoſant que les deux tangentes I E & D G, qui tiennent lieu de rayons viſuels, ſe coupent mutuellement en H, on peut s'imaginer que la même choſe arrive ici, comme ſi les deux objets D & I étoient vus par une ſeule réfraction qui ſe feroit en H, & qui ſeroit équivalente à toutes celles du vrai rayon D F I.

963. Pour découvrir les réfractions & pour connoître auſſi

leur

leur valeur totale, que l'on ſuppoſe être réduite à l'angle DHE ou IHG, il faut obſerver les deux angles AIE & ADG, & de plus il faut déterminer l'angle en A, en meſurant la diſtance BC ou ID, & la changeant en minutes & ſecondes d'un grand cercle de la terre; parce que l'excès de ces trois angles AIE, ADG & DAI ſur 180 degrés eſt la réfraction totale, égale à l'angle IHG ou DHE.

964. Ils ajoutent auſſi l'expérience ſuivante, pour faire voir (contre l'opinion de quelques Auteurs), que même à midi, il reſte un peu de réfraction, lorſque la diſtance eſt ſi grande, que le rayon viſuel ne ſçauroit paſſer d'un lieu à un autre ſans s'approcher de la terre. L'été dernier, diſent-ils, étant au haut des tours de *Notre Dame de Paris*, nous pointâmes le quart de cercle vers la tour de *Montlhery*, & nous trouvâmes que le pied de cette tour étoit préciſément dans le niveau apparent. C'étoit vers le midi dans un tems fort ſerein. Quelques jours après à la même heure, le haut de la tour de *Notre Dame* obſervé du pied de *Montlhery*, parut ſous le niveau apparent 11′. 30″ : au lieu que conformément à la diſtance de 12796 toiſes, qui eſt entre ces deux lieux, cet angle auroit dû être 13′. 30″. par où l'on voit que le rayon de lumière avoit deux minutes de réfraction en tout; c'eſt-à-dire, que l'angle DHE étoit de deux minutes. Dans ce calcul on a ſuppoſé le diamètre de la terre de 6538594 toiſes.

965. Laiſſant à part la courbure du rayon, que Mr. *Picard* nous dit être à peine ſenſible vers le midi, lorſque la diſtance de l'objet n'excéde pas 1000 toiſes, on peut placer la ligne viſuelle du téleſcope perpendiculairement à une ligne à plomb ou parallélement à l'horizon en cette manière. Ayant trouvé deux points *g*, *h* dans le même niveau comme ci-devant, ſoit *g i* perpendiculaire à *g c* & qui coupe *c h* en *i*, & ayant calculé la ligne *h i*, (comme on va voir), & fait une marque en *i*, on placera le niveau en *g*, & l'on changera la ſituation des fils croiſés dans le foyer, juſques à ce qu'ils paroiſſent couvrir le point *i*, lorſque la bulle d'air eſt ſous ſes marques, & tout eſt fait. Or la ligne *h i* eſt égale au quarré de *g h* diviſé par 2 *g c*, & par conſéquent on peut la trouver en meſurant la diſtance *gh*, & diviſant ſon quarré

Autre méthode de nivellement.

Fig. 119.

par le diamètre de la terre, que l'on peut ſuppoſer égal à $2gc$, quoiqu'il ne le ſoit pas exactement, la terre n'étant pas exactement ſphérique. Car diviſant également gh en k, menez ck qui coupe gs en l; & puiſque les triangles klg, kcg ſont ſemblables, nous avons $kl : kg :: kg : kc$, & en doublant tous les termes, $hs : gh :: gh : 2kc$ Mr. *Picard* trouve par le calcul, que lorſque la diſtance gh eſt de 300 toiſes ou 1800 pieds de *Paris*, la ligne hi eſt d'un pouce, & par là on peut trouver tout autre hi pour une autre diſtance connue, puiſqu'elle eſt comme le quarré de la diſtance gh.

966. Lorſque donc l'inſtrument eſt ainſi rectifié, on peut trouver le point h qui eſt à niveau de g, par une ſeule obſervation; c'eſt-à dire, en marquant le point i couvert par l'interſection des fils, & en calculant ih par la régle précédente. Comme les intervalles entre les ſtations doivent être petits dans cette méthode, à cauſe des réfractions comme on l'a dit ci-devant, le plus court eſt de les faire tous égaux; ce que l'on peut connoître aſſez exactement pour ce deſſein, en obſervant ſi la perche étant portée à cette diſtance, ſon image (ou celle de l'une de ſes parties données) dans le foyer du téleſcope, eſt toujours de la même longueur, étant meſurée par la diſtance entre deux fils paralleles dans le foyer, & alors on doit toujours avoir le même égard pour l'abaiſſement du point h au-deſſous de i.

967. Enfin, par le moyen de ces fils paralleles, on trouve aiſément ſi le téleſcope eſt placé au milieu entre les deux ſtations, & alors on trouve promptement les points de niveau dans chaque perche, en dirigeant le téleſcope à l'une & enſuite à l'autre, & en marquant les points couverts par l'interſection des fils. Ces points ſeront de niveau malgré toutes les réfractions des rayons viſuels, parce que la réfraction de chaque rayon eſt la même. Ceux qui voudront être plus inſtruits de la pratique du nivellement, peuvent conſulter le traité du nivellement de Mr. *Picard* où ils trouveront différentes ſortes d'inſtruments pour niveller, & le détail de quelques nivellements que l'Auteur a faits.

CHAPITRE XV.

Machines optiques pour former l'image des objets & leur uſage dans la peinture.

968. DAns l'art. 67, j'ai expliqué la raiſon de cette expérience fameuſe & admirable où l'on forme l'image des objets extérieurs ſur un papier blanc, par le moyen d'une lentille placée au volet de la fenêtre d'une chambre obſcure, & j'ai fait voir pourquoi les images renverſées doivent paroître droites lorſqu'elles ſont réfléchies en-bas ſur une table. Pour diriger plus aiſément l'axe de la lentille vers un objet, on la place ordinairement dans un grand trou cylindrique, percé au milieu d'une boule de bois, qui ſe meut aiſément autour de ſon centre dans une zone de bois percée & attachée au volet de la fenêtre. Cette zone eſt compoſée de deux demi-zones liées enſemble par une vis après qu'on y a mis la boule; & la concavité de la zone empêche la lumière de paſſer entre la zone & la boule. Les images des objets ſont d'autant plus grandes que la diſtance du foyer de la lentille eſt plus grande, & d'autant plus brillantes que ſon ouverture eſt plus grande. Si la diſtance du foyer de la lentille eſt de 8 ou 10 pieds, il eſt à propos de recevoir les images ſur un grand écran couvert d'un linge ou de papier blanc, & de le rendre mobile ſur de petites roues pour le placer aiſément à la diſtance convenable de la lentille. *Peintures dans une chambre obſcure.*

969. La plus grande lentille de cette eſpèce que j'aie jamais vûe, eſt dans la boutique de Mr. *Scarlet* auprès de l'Egliſe de Ste. *Anne*, à *Londres* où je me ſouviens que non-ſeulement je pris beaucoup de plaiſir à voir l'expérience dans une ſi grande perfection, mais que je fus encore ſurpris d'une apparence à laquelle je ne m'attendois pas. C'eſt que les images des perſonnes qui marchoient dans la rue, outre leur mouvement progreſſif, avoient un mouvement d'ondulation en-haut & en-bas, comme celui des chaiſes roulantes, mais plus prompt & *Apparence remarquable dans ces peintures.*

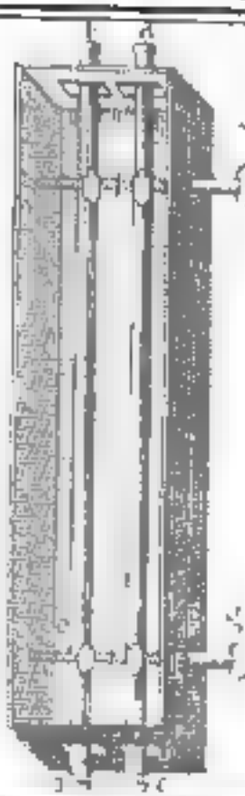
plus ſenſible. Peut-être que cela ne vient que d'une ondulation réelle dans le mouvement progreſſif d'une perſonne qui marche ; car je demande ſi l'on pourroit marcher librement entre deux planches paralleles, ſuppoſé que la planche ſupérieure fut ſeulement un peu plus haute que la tête, lorſqu'on eſt droit, & ſi l'ondulation de la tête comparée avec la planche fixe ne ſera pas ſenſible à un ſpectateur qui ſeroit proche. Or cela étant, elle doit être encore plus ſenſible dans l'image faite ſur l'écran, à proportion que la peinture eſt plus proche de l'œil que de la lentille. Car ſi l'on place l'œil à côté de la lentille en regardant d'abord l'image & enſuite l'objet, leurs mouvements apparents ſeront égaux, parce que les rayons ſe croiſent dans le centre de la lentille. Or ſur l'écran, l'image d'une planche ſur la tête de l homme eſt inutile, parce qu'on y voit d'un ſeul coup d'œil les parties fixes de l'écran avec l'image au-deſſus, & qu'elles ſuffiſent pour diſtinguer le mouvement de l'image. Si l'on voyoit ces images qui ſont ſur l'écran par la réflexion d'un miroir que l'on tiendroit d'une main preſque horizontal, enſorte que les rayons qui viennent de la peinture vinſſent ſe réfléchir en-haut à l'œil, les paſſants dans la rue paroîtroient droits & ſans aucun mouvement d'ondulation ; ce qui confirme la raiſon que j'ai donnée de cette apparence. Car alors ils ne paroîtroient plus comme des peintures plates ſur l'écran, mais on les verroit marcher droit ſur le terrein ; l'écran ne ſe voyant plus comme lorſqu'on le regardoit directement & ſans miroir.

Uſage pour deſſiner.

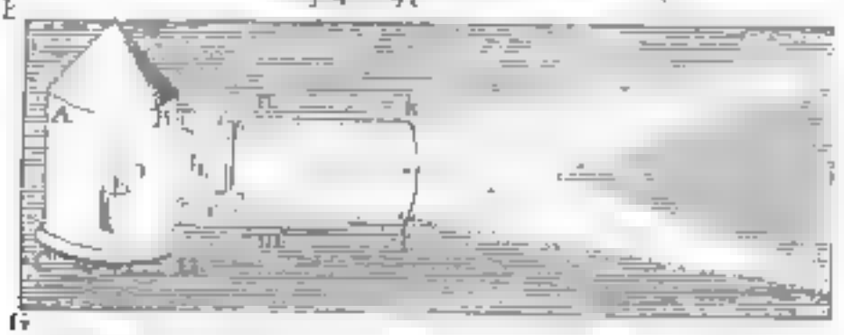
970. Pour tirer des copies des images peintes ou imprimées, ou la perſpective des ſolides, en traçant les lignes extérieures de leurs images formées par la lentille ; il faut placer l'original hors de la chambre à la diſtance convenable, & recevoir ſon image ſur une feuille de papier, ou ſur un grand verre plan qui ſoit brut d'un côté. Ce verre étant arrêté verticalement avec ſon côté brut tourné vers le ſpectateur, on pourra aiſément avec un crayon tracer ſur ce verre les principaux traits de l'image. Enſuite ſi l'on étend une feuille de papier fin ſur le verre, on verra les traits du crayon à travers, en l'oppoſant à la lumière du jour, & l'on pourra par ce moyen tracer l'image ſur ce papier. La manière la plus aiſée de rendre

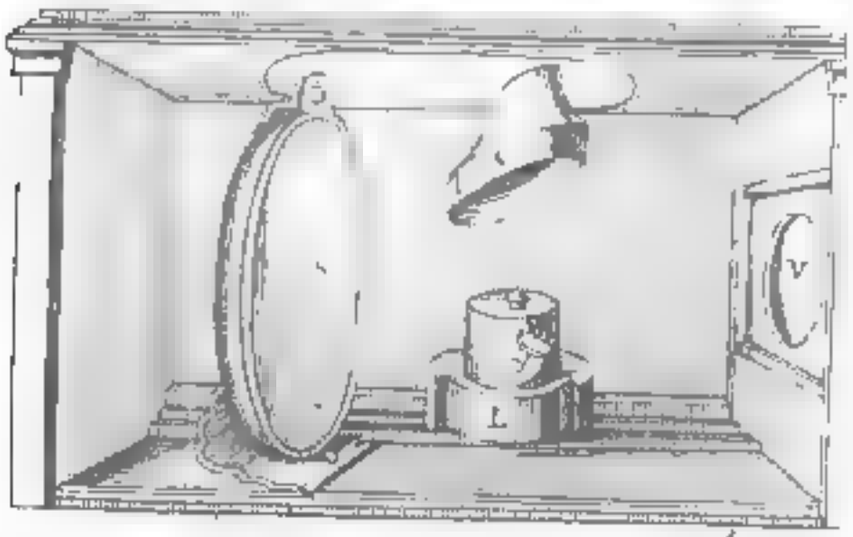
Fig. 532

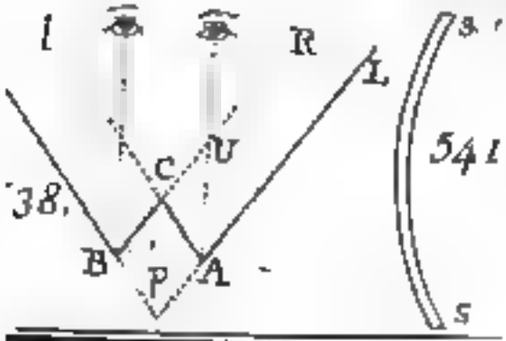
533.



534

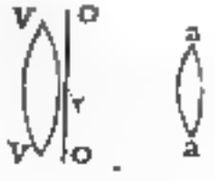






538.

541.



Faure Sculp.t

l'image diſtincte ſur le verre, lorſqu'on l'a arrêté, eſt de placer la lentille dans un tube qui gliſſe dans un autre petit tube fixé au volet de la fenêtre.

971. Mais pour éviter la peine de tracer deux fois ces figures, on peut ſe conduire en cette manière. Le papier ſur lequel on veut deſſiner les objets étant étendu ſur une planche bien polie, on placera cette planche ſur une petite table bien ſolide au-deſſous de la lentille qui eſt au volet de la fenêtre ; on aura un miroir incliné pour réfléchir l'image ſur le papier, & on l'arrêtera au-deſſus de la table en cette manière. *a b* & *c d* ſont deux planches arrêtées verticalement ſur la table de part & d'autre du papier où l'on veut deſſiner les objets ; *e f* eſt une troiſième planche égale en longueur à l'intervalle entre les planches verticales, & portant à chaque bout une cheville ronde. Lorſqu'on a attaché cette planche derrière un miroir par des vis qui en ſaiſiſſent le chaſſis, on place les chevilles dans deux échancrures faites au haut des planches verticales, & par le moyen de deux noix qui entrent à vis dans les chevilles, on peut arrêter le miroir au degré d'inclinaiſon, néceſſaire pour porter la peinture directement en-bas ſur le papier, & on la rendra diſtincte en pouſſant le tube qui porte la lentille, en dehors ou en dedans. Fig. 310.

Chambre obſcure portative.

972. La chambre obſcure portative, ou chambre noire qui ſe vend communément dans les boutiques, ne demande qu'une courte deſcription. En voici la théorie. Les rayons qui viennent de l'objet P Q R, après avoir traverſé la lentille E, tendent à former une image *pqr*, mais étant réfléchis en haut par le miroir ABC, ils forment une image horizontale *r x p* ſur un verre plan qui n'eſt pas poli, & que l'on place au-deſſus, ſur lequel on peut faire une eſquiſſe de la peinture avec un crayon, & à l'égard du ſpectateur qui tourne la face vers l'objet, & elle paroît droite. La figure repréſente une ſection de la machine par l'axe du tube qui porte la lentille, & par le milieu de la boîte quarrée, & du miroir qui eſt en dedans. On n'a pas repréſenté ici la ſection de l'autre côté du tube qui eſt une porte qui s'ouvre par côté ; les bords du verre non poli entrent par-deſſus dans deux couliſſes aux deux côtés de la boîte, & lorſqu'on le retire, on le place dans un tiroir *e f* au fond de- Fig. 311.

la boîte. On peut auſſi tirer le miroir A B C des couliſſes qui ſont dans la boîte, & l'enfermer dans le même tiroir. Le tube quarré de bois eſt compoſé de 3 parties; l'intérieure qui porte la lentille ſe tire en avant ou en arrière pour rendre la peinture diſtincte. Les parties *g h* & *i k*, étant arrêtées enſemble & attachées à la boîte par de petits verrouils, peuvent s'en ſéparer & ſe mettre dans la boîte. Enſuite le couvercle *a s* qui eſt en haut & la porte qui eſt au bout étant fermés & arrêtés, la machine ſe tranſporte plus aiſément. L'intérieur du couvercle dont la ſection eſt *a r*. a deux aîles qui s'ouvrent à angles droits de chaque côté, & qui s'arrêtent ſur les côtés de la boîte pour donner de l'ombre à l'image qui ſe peint ſur la glace brute.

Fig. 511. 973. Mr. *Scarlet* fait une autre eſpèce de chambre obſcure portative pour le deſſein en cette manière. Au milieu du haut d'une boîte quarrée on fait entrer un tube droit ou plûtôt une pyramide quarrée tronquée, au haut de laquelle on inſinue un petit tube quarré qui porte un grand objectif dans un trou fait en deſſus. Le foyer de ce verre eſt un peu moindre que ſa plus grande hauteur au deſſus du fond de la boîte, où doivent ſe former les peintures pas ſon moyen. Sur un côté du haut de ce tube, on fait tourner un couvercle qui porte un miroir plan qui lui eſt attaché en deſſous, & pouvant être incliné d'une manière propre à réfléchir directement en-bas les rayons qui viennent d'un objet, au travers de l'objectif, ſur un papier à deſſein, placé au fond de la boîte, on y verra clairement & diſtinctement la peinture de l'objet, lorſque l'objectif ſera arrêté à la hauteur convenable. La boîte étant entièrement fermée & obſcure en dedans, on y voit la peinture par un petit trou fait en travers dans le bord ſupérieur de la boîte du côté oppoſé à l'objet, où le deſſinateur eſt aſſis, pouvant paſſer la main & le crayon par un autre trou pratiqué dans ce côté de la boîte, ou plutôt dans une longue piéce qui y gliſſe horizontalement, à meſure qu'il eſt obligé de remuer ſa main. La boîte quarrée eſt *a b c d e f*, le tube fixe *g*, le tube qui gliſſe en dedans *h*, l'objectif *o*, le miroir incliné *r*, le trou pour y voir, *k*, le trou pour la main *l*, dans le gliſſoir *m n*.

CHAPITRE XVI.

Deſcription du Téleſcope binocle.

974. C'Eſt une obſervation commune que les objets vus des deux yeux paroiſſent plus vifs & plus forts que lorſqu'on ne les voit que d'un ſeul œil, ſur-tout lorſque les deux yeux ſont également ouverts. Un homme qui n'a pas la vue courte peut bientôt ſe convaincre de ce fait en regardant attentivement des objets fort éloignés, d'abord avec un ſeul œil, & enſuite des deux yeux. Le P. *Cherubin*, dans ſon Livre de la *viſion parfaite*, dit que cette expérience réuſſit auſſi lorſqu'on regarde des objets proches; pour moi je n'ai pas pu y réuſſir auſſi bien; mais un homme qui a la vue courte peut s'en convaincre parfaitement en appliquant d'abord un verre concave à un œil, & enſuite un autre verre concave à l'autre œil. Cette obſervation a donné lieu à l'invention du téleſcope binocle, dans lequel cette apparence eſt encore plus ſenſible.

975. Le Binocle eſt compoſé de deux téleſcopes différents qui ſont appliqués chacun à un œil vers un même objet, & combinés de la manière ſuivante. Dans la fig 533, *a b* & *c d* ſont deux téleſcopes égaux placés dans une longue boîte, preſque paralleles entr'eux; l'intervalle entre les ouvertures *a*, *c* des oculaires étant égal à celui des prunelles, & celui des centres des objectifs un peu plus petit que l'autre. Les deux bouts des téleſcopes paſſent dans des fentes oblongues aux deux extrêmités de la boîte, pour pouvoir agrandir ou rétrecir leurs intervalles par un long clou à vis placé au-deſſus de chaque bout des deux téleſcopes; les filets de la moitié de chaque vis étant tournés d'un ſens contraire, les uns à droite & les autres à gauche; car ces deux moitiés de chaque vis traverſant les écroues *e f*, arrêtées aux côtés ſupérieurs des téleſcopes, il arrive qu'en tournant d'un côté le clou à vis, les deux téleſcopes s'approchent l'un de l'autre, & qu'en les tournant de l'autre côté ils ſe ſéparent. On fait donc jouer l'une de ces vis juſques à ce que l'intervalle entre les ouvertures *a*, *c* des Fig. 533.

oculaires devienne égal à l'intervalle entre les prunelles de l'Obſervateur, & l'on fait jouer l'autre clou à vis, juſques à ce que les axes des téleſcopes ſoient dirigés au même objet : ce que l'on connoit exactement s'il y a des fils en croix au foyer de chaque téleſcope ou même en dehors des téleſcopes ; car avant cette poſition, les objets paroîtront doubles, & enſuite on n'en verra qu'un ſeul. Alors, outre l'apparence beaucoup plus forte & plus brillante de l'objet à travers les deux téleſcopes qu'elle ne l'étoit par un ſeul, il y a un autre phénoméne très-remarquable.

Apparence remarquable dans le Binocle.

976. Dans les foyers des deux téleſcopes, il y a deux anneaux ou diaphragmes égaux à l'ordinaire, pour borner les images qui s'y forment des objets, & par conſéquent l'aire viſible des objets. Ces anneaux égaux, à cauſe des oculaires égaux, paroiſſent égaux & également éloignés lorſqu'on les voit ſéparément de chaque œil, en tenant l'autre fermé ; mais lorſqu'on les voit unis des deux yeux, ils paroiſſent beaucoup plus grands & plus éloignés, & les objets qu'on voit à travers paroiſſent auſſi plus grands, quoique terminés par les anneaux réunis dans les mêmes endroits où on les avoit vus ſéparément.

Apparence ſemblable à l'œil nud.

977. Voulant eſſayer d'expliquer cette apparence extraordinaire, j'en trouvai une autre encore plus ſurprenante. Ayant ouvert les pointes d'une paire de compas un peu plus que n'eſt l'intervalle de vos yeux, étendez votre bras & tenez dans la paume de la main la tête du compas avec ſes pointes en dehors & à égales diſtances de vos yeux, mais un peu plus haut que la tête ou charnière du compas. Fixant enſuite la vue ſur quelque objet éloigné dans la ligne qui diviſe également les pointes du compas, vous appercevrez d'abord deux paires de compas (chaque jambe étant double) & leurs jambes intérieures paroîtront ſe croiſer à peu près comme la lettre W. Mais en reſſerrant les jambes avec la main, les deux pointes intérieures paroîtront s'approcher l'une de l'autre, & lorſqu'elles ſeront unies (après avoir arrêté la compreſſion) les deux jambes intérieures ſe confondront encore entièrement, & diviſeront l'angle formé par les jambes extérieures en deux parties égales ; elles paroîtront plus vives, plus épaiſſes & plus longues qu'elles ne ſont, tant que les tenant à la main vous viſerez de la même

maniere

manière aux objets les plus éloignés, même dans l'horizon, ſi les points paroiſſent ſe confondre exactement Cette apparence continuera d'être la même en quelque endroit que vous dirigiez votre vue vers quelqu'autre objet collatéral, & elle ne diſparoîtra pas, ſi l'on incline diverſement à l'horizon le plan des jambes du compas ou en toute autre maniere, excepté lorſqu'on les regardera directement. On verra la même apparence ſi l'on met deux bouchons ronds égaux de liége ou deux autres ſurfaces égales quelconques à la pointe des compas, & de même ſi l'on prend deux pailles ou deux pipes à tabac ou deux autres corps quelconques d'égale épaiſſeur à la place des compas, avec cette ſeule différence, que les extrêmités des pipes ou des bouchons ne paroîtront pas ſortir auſſi avant que les pointes nues du compas. Si l'on tient les pipes paralleles entr'elles & perpendiculaires aux rayons viſuels, leur union apparente paroîtra auſſi leur être parallele & un peu plus éloignée; & la même choſe arrivera auſſi lorſqu'on tiendra paralleles les jambes de deux paires de compas; mais ſi elles ſont convergentes, comme vers la charnière, les pointes s'éloigneront plus que les autres parties des jambes, comme dans la première expérience, où leur plan n'étoit pas perpendiculaire aux rayons viſuels. Dans la 534 fig. les pointes des compas ſont *a* & *b*, la tête ou charnière *c*, les yeux de l'Obſervateur *d* & *e*, la jambe imaginaire *cf*, qui diviſe également l'angle *a c b* & s'étend à l'objet *f* Fig. 514.

978. Je crois que la raiſon de ce phénomène eſt celle-ci: en fermant les yeux *d*, *e*, alternativement, il eſt évident que les points *d*, *a*, *f* ſont dans une ligne droite, & les points *e*, *b*, *f* dans une autre ligne droite; & ainſi la raiſon de l'union apparente des points *a*, *b* avec l'objet *f*, eſt que leurs images ſont ſur les mêmes points des rétines, que celles de l'objet même Par la même raiſon, pendant que les jambes des compas ſe reſſerrent par degrés, ſi l'on tient toujours l'œil fixé ſur le point imaginaire des jambes unies, ce point paroîtra s'approcher par degrés: ce qui fait voir d'où vient que deux points quelconques des jambes, comme *g*, *h*, également éloignés des extrêmités, paroiſſent d'autant plus proches des yeux qu'ils ſont plus proches de la tête des compas. L'apparence des bouchons ronds ſur les pointes des compas, Raiſon de cette apparence.

eſt ſi exactement analogue à celle des deux trous dans les foyers des deux téleſcopes, que ce qui a été dit de ces bouchons ſuffit pour expliquer le phénomène des trous.

979. Pour exclure des yeux toute la lumière inutile & nuiſible, on a fort élargi les tuyaux des oculaires pour couvrir une partie des temples, & l'on a coupé les parties intérieures pour laiſſer la place à la partie ſupérieure du nez. Mr. *Searles* qui fait ces binocles à *Londres*, dit que trois oculaires plan-convexes pour chaque téleſcope, placés comme dans la 535e. figure, réuſſiſſent mieux que trois doubles convexes. Mais un binocle compoſé de deux téleſcopes de réflexion de *Grégory*, ſera moins embarraſſant & groſſira plus que ceux là. Cet inſtrument peut ſe diriger par une machine, dont le haut a un mouvement circulaire horizontal, & un mouvement vertical ſur un aiſſieu horizontal, le tout conduit par un fil attaché à l'extrêmité la plus légère du téleſcope & lié autour d'une cheville qui tourne aiſément dans un trou fait dans le ſupport.

Fig. 535.

REMARQUES

Sur le Téleſcope Binocle.

Art. 974. 978.

1 Un téleſcope Binocle dioptrique étant peſant & embarraſſant, on en peut faire un autre plus commode avec deux petits téleſcopes de réflexion de *Gregory*. Le phénomène de l'augmentation du cercle de l'aire viſible, expliqué dans ces articles, peut ſe voir très-clairement en regardant des objets éloignés avec des beſicles, que l'on écarte des yeux de la longueur environ de ces eſpèces de crampons dont on ſe ſert pour les attacher aux temples, en les tenant ferme à cette diſtance. Les deux anneaux intérieurs parmi les quatre qui paroiſſent, ſemblent alors ſe réunir en un ſeul plus grand & plus éloigné que ne ſont les deux extérieurs, qui ſeroient à peine viſibles ſi l'on n'éloignoit pas davantage ces lunettes.

Expériences Du D. *Jurin*. pour ſçavoir combien un objet eſt plus clair aux deux yeux qu'à un ſeul.

2. Pour découvrir ſi un objet vu des deux yeux paroît plus brillant, plus fort ou plus grand que d'un œil ſeul; j'ai fait les expériences ſuivantes.

Je plaçai un morceau de papier bien blanc directement devant mes yeux ſur une table; & appliquant le côté d'un livre contre ma temple droite, de ſorte que le livre s'avançoit beaucoup plus que mon viſage, je le tins de manière qu'il cachoit à mon œil droit la moitié du papier qui reſtoit à ma main droite, pendant que je voyois des deux yeux ſans aucun empêchement la moitié gauche du même papier.

Enſuite regardant le papier des deux yeux, il me parut diviſé de haut en

lieu par une ligne noire, & la moitié du papier qui étoit à main droite de cette ligne, me parut notablement plus obſcure que la moitié qui reſtoit à main gauche.

3 En regardant d'autres objets de la même maniére, comme le lambris ou le plafond, je trouvai conſtamment que la partie que j'avois vue d'un ſeul œil, paroiſſoit manifeſtement plus obſcure que celle que je voyois des deux yeux.

Lorſque j'appliquois le livre à ma tempe gauche au lieu de la droite, je trouvois la même différence, ce qui fait voir que mes deux yeux étoient d'une égale bonté.

4 Lorſque je regardois de cette maniére une page d'un livre diviſée en deux colonnes, je trouvois que la colonne vue des deux yeux étoit beaucoup plus claire & plus viſible que celle que je ne voyois que d'un œil ſeul, cette différence étoit plus ſenſible, lorſqu'en faiſant l'expérience avec la lumiére de la chandelle le livre étoit à une telle diſtance de la chandelle, qu'il y avoit à peine aſſez de lumiére pour y lire des deux yeux, car alors la colonne que je voyois d'un œil ſeul n'étoit nullement viſible, tandis que je pouvois lire l'autre, quoiqu'avec quelque peine.

5 Etant maintenant pleinement convaincu qu'un objet vu de deux yeux paroit plus brillant & plus fort que lorſqu'il eſt vu d'un œil ſeul, je me ſuis efforcé de trouver juſqu'à quel degré cet excés de clarté pouvoit monter; & en particulier, s'il y avoit autant de différence dans la clarté d'un objet vu d'un ſeul œil & des deux yeux, qu'il y en a lorſqu'il eſt éclairé par une ſeule ou par deux chandelles.

Pour y parvenir, je plaçai ſur une table deux chandelles d'égale hauteur, & qui paroiſſoient donner une lumiére égale, je les mis à environ un pied de diſtance au delà d'un morceau de papier qui étoit devant mes yeux, & à environ 4 pouces de diſtance l'une de l'autre, de ſorte que la diſtance entre les chandelles étoit parallele au morceau de papier blanc.

Je mis enſuite un livre ſur un bout de la table entre la chandelle qui étoit à main droite & le papier, de ſorte qu'il jettoit ſon ombre par le moyen de la chandelle ſur la moitié du papier à main droite, ainſi la moitié du papier à main gauche étoit éclairée par les deux chandelles, & l'autre moitié à droite par une ſeule, par conſequent la moitié à gauche étoit deux fois auſſi éclairée que l'autre moitié, & la lumiére entre ces deux moitiés étoit très bien terminée par le bord de l'ombre.

Je pris alors un autre livre & je l'appliquai à ma tempe gauche, de maniére qu'il cachoit à mon œil gauche la moitié à gauche la plus brillante du papier, & qu'ainſi je ne voyois cette moitié que par mon œil droit, pendant que je voyois l'autre moitié des deux yeux, je m'attendois que la moitié droite du papier ne recevant que la lumiére d'une ſeule chandelle, mais étant vue des deux yeux, paroitroit auſſi lumineuſe que la moitié gauche qui recevoit deux fois autant de lumiére, mais qui n'étoit vue que d'un œil ſeul, mais en cela je me trouvai trompé: car la moitié gauche me parut beaucoup plus blanche & plus brillante que la moitié droite, par conſequent un objet vu des deux yeux n'eſt pas, il s'en faut bien, deux fois auſſi lumineux que lorſqu'il eſt vu à un œil ſeul.

6 Etant curieux de ſçavoir plus exactement la quantité de cet excés de clarté, j'attachai au lambris avec des épingles un morceau de papier blanc

& à la diſtance d'une verge ou de trois pieds une chandelle, de maniére que la flamme fut environ à la même hauteur que le papier & à peu près vis-à-vis du milieu de ce papier, mais inclinant un peu vers la droite. A deux verges de diſtance du papier, je plaçai une autre chandelle avec ſa flamme à la même hauteur & vis-à-vis du milieu de la moitié gauche du papier. Je plaçai enſuite un livre de maniére qu'il enlevoit la lumiére de cette ſeconde chandelle à la moitié gauche du papier, & ainſi cette moitié n'étant éclairée que par une ſeule chandelle paroiſſoit notablement plus obſcure que la moitié droite du papier, que les deux chandelles éclairoient ſans interruption.

La différence de clarté des deux moitiés du papier s'eſtime aiſément en faiſant attention que la 2e chandelle étant deux fois auſſi éloignée, doit donner à la moitié droite du papier préciſément un quart de la lumiére que la chandelle la plus proche donne à cette même moitié (art. 58), & par conſéquent l'éclat de la moitié droite du papier eſt à celui de la moitié gauche comme 5 eſt à 4.

Tout étant ainſi preparé & les chandelles brulant avec une égale clarté, j'appliquai un livre à ma tempe droite, de maniére qu'il cachoit à mon œil droit la moitié droite du papier, & regardant le papier des deux yeux, ſa moitié droite qui avoit cinq degrés de lumiére, & que je ne voyois que du ſeul œil gauche, me parut évidemment plus blanche que la moitié gauche qui avoit quatre degrés de lumiére & que je voyois des deux yeux. Par conſéquent un objet vu des deux yeux n'eſt pas un quart plus lumineux que lorſqu'il eſt vu d'un œil ſeul.

3. De même en plaçant une ſeconde chandelle à la diſtance de 3 verges du papier, je trouvai que la moitié droite du papier, qui recevoit alors 10 parties de lumiére & que je voyois d'un ſeul œil, paroiſſoit un peu plus blanche que la moitié gauche qui avoit 9 parties de lumiére & que je voyois des deux yeux.

8. En éloignant la même chandelle un pied plus loin, de maniére que les diſtances des deux chandelles au papier étoient reſpectivement comme 3 à 10, & que par conſéquent les quantités de lumiére qu'elles donnoient à la moitié droite du papier étoient comme 100 & 9 reſpectivement, c'eſt-à-dire à fort peu près comme 11 & 1, la moitié droite du papier vue d'un ſeul œil me paroiſſoit encore un peu plus blanche que la moitié gauche vue des deux yeux.

9. Ayant mis la ſeconde chandelle à la diſtance de 4 verges du papier, la moitié droite du papier vue d'un ſeul œil parut un peu plus obſcure que la moitié gauche vue des deux yeux.

10. De là il ſuit que lorſque la ſeconde chandelle eſt à environ 11 pieds de diſtance du papier, la moitié droite vue d'un ſeul œil, & la moitié gauche vue des deux yeux, doivent paroître d'une blancheur égale.

Par conſéquent un objet vu des deux yeux paroît plus brillant d'environ un treiziéme, que lorſqu'il n'eſt vu que d'un ſeul, mais il eſt difficile d'en faire l'expérience exactement.

Si un homme louche vouloit faire ces expériences, je crois qu'aucune ne lui réuſſiroit, & qu'en particulier de la premiére expérience, les deux moitiés lui paroîtroient également brillantes, ſi cela eſt ainſi, c'eſt une preuve qu'il ne voit le papier que d'un ſeul œil, & cela confirme ce que nous en avons dit dans la remarque ſur l'art. 137.

11 Je vais à préſent examiner ſi un objet vu des deux yeux paroît un peu plus grand que lorſqu'on ne le voit que d'un œil.

Si les objets paroiſſent plus grands aux deux yeux qu'à un ſeul.

Pour cela j'ai appliqué le côté d'un livre à l'une de mes tempes, comme ci-devant, & j'ai regardé deux imprimés de même grandeur ſuſpendus l'un devant l'autre à deux panneaux d'une fenêtre, d'une porte & divers autres objets ſemblables; mais je n'ai pu appercevoir aucune différence dans leur grandeur apparente, lorſque je regardois l'un des deux yeux & l'autre d'un œil ſeul.

12 Non content de ces épreuves, j'en ſuis venu à faire l'expérience ſur des objets plus petits, telles que ſont les lettres d'un livre imprimé, & j'ai trouvé que quoiqu'elles paruſſent plus brillantes & plus fortes des deux yeux que d'un ſeul, elles ne paroiſſent nullement plus grandes, mais voici l'expérience qui m'a donné le plus de ſatisfaction.

13 Sur un morceau de papier rectangulaire & étroit, je tirai deux lignes avec de l'encre, paralleles entr'elles & paralleles auſſi au plus long côté du papier, enſuite ayant placé le papier directement devant moi, de manière que mes yeux fuſſent à diſtances égales des lignes noires & des bords du papier, j'appliquai un livre à l'une de mes tempes, de manière que je voyois d'un ſeul œil la moitié du papier & des lignes paralleles, & des deux yeux l'autre moitié.

Alors j'examinai avec attention les lignes paralleles ſur tout à la jointure des deux différentes moitiés, mais je ne trouvai aucune différence entre ces deux moitiés, excepté que celle que je voyois d'un œil ſeul ne donnoit pas une apparence auſſi forte que l'autre. Les lignes paroiſſoient parfaitement droites, auſſi bien que les bords du papier, ce qui ne ſeroit pas arrivé, ſi la moitié du papier ou de l'eſpace intercepté entre ces deux lignes noires, qui étoit vue des deux yeux, avoit paru un peu plus grande que celle qui n'étoit vue que d'un œil ſeul.

De là je conclus que les objets ne paroiſſent pas plus grands aux deux yeux qu'à un ſeul, à moins que ce ne ſoit à raiſon de quelques circonſtances particulieres, comme dans le cas de *Léonard de Vinci* (Rem. ſur l'art. 138) ou du téleſcope binocle (art. 976) ou des miroirs concaves (Rem. ſur les art. 598 — 614.

14 Parmi les différentes expériences que j'ai faites pour trouver la différence entre la clarté & la grandeur des objets vus des deux yeux ou d'un ſeul, il y en a une qui, quoiqu'inutile au but propoſé après celle que je viens de rapporter, a été cependant accompagnée de quelques phénomenes ſi ſurprenants & ſi ſinguliers, qu'elle mérite à cet égard que nous en faſſions une mention expreſſe.

Quelques phénomenes ſurprenants dans la double viſion.

Je plaçai une table avec deux chandelles à environ 4 pieds de diſtance de trois imprimés de même grandeur, ſuſpendus contre une muraille dans la ſituation repréſentée par la fig. 536, de manière que ces chandelles leur donnoient une forte lumière. Enſuite me tenant à environ 4 pieds de diſtance des chandelles, le viſage tourné vers elles & vers les imprimés en delà, j'ouvris un petit œil nud à un angle d'environ 40 degrés, à telle diſtance, que tout ce que je pouvois faire étoit de voir tout le livre quoique fort indiſtinctement, de chaque œil, le dos du livre étant obliquement incliné en bas & vers ma poitrine, par cette poſition, mes yeux étoient défendus contre la lumière directe des chandelles & contre celle qui venoit

Pag. 1107

du dedans du livre, enſuite dirigeant mes yeux vers les imprimés, je tins le livre de maniere que l'imprimé A, à main gauche, étoit caché à mon œil gauche par le côté gauche du livre, & que l'imprimé B, à main droite, étoit caché à mon œil droit par le côté droit du livre; pendant que je voyois de l'œil droit l'imprimé A, de l'œil gauche l'imprimé B, & des deux yeux l'imprimé C.

Les choſes étant dans cette ſituation, j'obſervai que les imprimés A, B & C paroiſſoient, autant que je pus en juger, exactement de la même grandeur; je ne puis pas bien m'aſſurer que l'imprimé C, que je voyois des deux yeux, parut plus clair ou plus fort que A & B, que je voyois d'un œil ſeul, cette expérience n'étant pas auſſi propre que quelques-unes des précédentes à me le faire conclure.

15 Mais en voyant que le lambris paroiſſoit inégalement lumineux en différentes parties, je me tournai tout autour tenant toujours le livre dans la même ſituation, à l'égard de mon viſage, & je portai d'abord mes yeux à une autre partie du lambris où n'étoient pas les imprimés, & où l'apparence que je vais décrire étoit plus parfaite, & enſuite au plafond d'en-haut, dont la ſurface blanche & unie, rendoit le phénomene encore plus ſenſible.

Fig. 137. Dans la fig. 53e, l'eſpace L M A B m r / R L repréſente la partie du plafond, & la ligne A L, la projection du bord ſupérieur à main droite du livre, faite par mon œil gauche ſur le plafond. R C H la projection du même bord, faite par mon œil droit, A C. la projection du bord ſupérieur du livre à main gauche, faite par mon œil gauche. B. la projection du même bord faite par mon œil droit, R M. la projection d'une partie du bord antérieur du livre à main droite, faite par mon œil droit r, / m la projection d'une partie du bord antérieur à main gauche, faite par mon œil gauche.

Par le moyen de ces lignes la partie viſible du plafond étoit diviſée en ſix portions différentes, L M R, / m r, A M R C, B m C, R C / & A C B. Les trois portions L M R, R C / & / m r étoient les plus brillantes & elles l'étoient également. Les portions A M R C & B m C étoient entr'elles également brillantes, mais beaucoup plus obſcures que les trois premieres, & la portion A C B étoit la plus obſcure de toutes.

16 On conçoit aiſément la cauſe de ce phénomene, la voici. Par la deſcription donnée ci-devant, il paroît que la portion du plafond A M R C B eſt entierement cachée à l'œil droit par l'interpoſition du côté droit du livre, & que la portion B m r C A eſt entierement cachée à l'œil gauche par l'interpoſition du côté gauche du livre, c'eſt-à-dire, que la portion A C B eſt entierement cachée aux deux yeux, & que par conſéquent elle doit paroître noire par l'interpoſition d'une partie du livre entr'elle & les deux yeux. A M R C n'eſt vu que par l'œil gauche ſeul, B m r C par le ſeul œil droit, mais / m r, R C / & L M R ſont vus par les deux yeux & paroiſſent par conſéquent plus brillants.

17 Mais il reſte encore la partie la plus extraordinaire de cette apparence. Car la partie obſcure A C B ne paroît pas comme un plan, auſſi qu'on devroit s'y attendre, étant une partie du plafond, mais elle paroît comme une pyramide qui s'étend depuis le livre juſques au point C dans le plafond. Et ſi au lieu du plafond, les yeux étoient dirigés vers quelqu'autre objet quelque éloigné qu'il fut, ſoit en haut ou en bas ou horizontalement,

le point C de cette pyramide paroîtroit s'étendre juſqu'à cet objet ſans changer de le toucher, pourvû qu'il fut placé dans l'interſection de deux plans dont l'un paſſe par la ligne B C R de l'œil droit & l'autre par A C I de l'œil gauche Et à cet égard cette pyramide eſt analogue au point moyen du compas dans l'apparence qui a été décrite dans l'art 900

18 Il eſt encore à remarquer qu'il paroît un autre corps obſcur A B b c a A de la figure d'un cone, d'où la pyramide A C B ſemble naître, & dont elle paroît être la terminaiſon, mais ce corps obſcur en forme de cone paroît en dedans du livre même, entre la retine & les yeux

19 Pour expliquer ces apparences, on doit premierement ſe rappeller que les axes de nos yeux n'étoient pas alors dirigés vers le livre même, auquel cas ces phénomenes auroient diſparu à l'inſtant, mais qu'ils étoient tournés vers le plafond, comme il a été dit ci-devant Or en ce cas, il eſt clair que le livre & tout ce qui étoit en dedans devoit paroître double, parce que les images formées par les deux yeux ne tomboient pas ſur les parties correſpondantes de la retine (art 119) Il nous faut donc conſiderer les diverſes portions de ces images, & voir comment elles contribuent à la production des phénomenes precedents

20 Premierement, donc, la ſection des feuilles ou la ligne dans laquelle elles ſe rencontrent dans la retine paroiſſant double, l'image de cette ſection formée dans l'œil droit doit paroître à main gauche de la ſection a A vûe de l'œil gauche Par conſequent l'image de la feuille à main gauche formée dans l'œil droit, comme a B c d, doit paroître vûe à main gauche à la ſection a B vûe de l'œil droit, & l'image de la feuille à main droite formée dans l'œil gauche, comme a A L S, doit paroître vûe à main droite à la ſection a A vûe de l'œil gauche Ces deux images doivent donc être entierement diſtinctes l'une de l'autre, étant ſéparées par l'eſpace a D A a

21 Mais l'image de la feuille à main gauche vûe par l'œil gauche, comme a A I r, doit paroître vûe à main gauche à la ſection a A vûe de l'œil gauche. L'image de la feuille à main droite vûe par l'œil droit, comme a B K D doit paroître vûe à main droite à la ſection a B vûe de l'œil droit Par conſéquent ces deux images doivent ſe confondre l'une avec l'autre dans l'eſpace a A C B a, & avec les deux premieres images, par la remarque précédente, dans les eſpaces a B a, & a A M S reſpectivement Mais pour faire voir dans un plus grand détail, comment ces deux dernieres images contribuent à la production des phénomenes rapportés ci-devant, il eſt néceſſaire de les diviſer en différentes parties

22 L'image a A I r de la feuille à main gauche vûe de l'œil gauche doit être conçue diviſée en quatre parties, a B m r, B C I m, b c n m, & b B C A a c b De ces quatre parties, la premiere a B m r qui eſt à main gauche de la ſection a B vûe de l'œil droit, ſe confondra par conſequent avec une partie de l'image de la même feuille a B c d formée dans l'œil droit, & ſera effacée par cette image Car comme les deux images ſe confondent, celle qui eſt formée par l'œil droit, qui eſt plus forte & plus diſtincte étant vûe plus directement & d'une plus grande diſtance, effacera & devorera celle qui eſt formée par l'œil gauche, comme étant vûe plus obliquement & de beaucoup plus près La ſeconde & la troiſieme partie de cette image, comme B C I m, b c n m tomberont hors de l'image de la même feuille formée dans l'œil droit, & ſe repreſenteront comme une ombre ſituée ſur une partie

des objets extérieurs tels qu'un plafond, une muraille ou le pavé en de l'œil droit La 4e partie de l'image, comme BCA ce, ſe confondant, ainſi qu'on l'a déjà obſervé, avec une partie de l'image oppoſée, nous examinerons bientôt ces deux parties enſemble.

23 De même l'image de la feuille à main droite BRD vue de l'œil droit, doit être conçue diviſée en quatre parties AMN, ACRM, ADN, & ACBca. La première AMN ſe confond avec une partie de l'image de la même feuille ALS formée dans l'œil gauche, & en eſt effacée par la raiſon que nous avons donnée dans le cas ſemblable, remarque précédente La ſeconde & troiſième partie ACRM, ADN tomberont hors de l'image de la même feuille formée par l'œil gauche, & ſe répandront comme une ombre foible ſur une partie des objets extérieurs vus de l'œil gauche

24 La 4e partie ACBbca de cette image ſe confondra avec une partie ſemblable de l'image oppoſée, & ce ſont ces deux parties oppoſées que nous allons examiner dans un plus grand détail. Il faut pour cela diviſer cette quatrième partie ACBbca en deux portions BCc & CcaA, & diviſer la 4e partie BCAacb de l'image oppoſée en deux portions ACc & Ccab.

25 Puiſque j'ai tenu le livre directement devant mes yeux ſans l'incliner plus d'un côté que d'un autre, & que je l'ai ouvert à un angle d'environ 40 degrés, il s'enſuit que l'image des deux feuilles vues de l'œil droit, comme BRD & Bca doivent paroître renfermer à fort peu-près le même angle de 40 degrés & de même l'image des deux feuilles vues de l'œil gauche doivent paroître former à peu près le même angle de 40 degrés. C'eſt à dire, que BCc étant partie de l'image de la feuille à main droite vue de l'œil droit, doit paroître former un angle d'environ 40 degrés avec Bca, image de la feuille à main gauche vue du même œil droit & de même ACc étant partie de l'image de la feuille à main gauche vue de l'œil gauche, doit paroître faire un angle d'environ 40 degrés avec ALS image de la feuille à main droite vue du même œil gauche Par conſéquent, ces deux premières portions BCc, & ACc doivent paroître inclinées l'une à l'autre ſous un angle d'environ 40 degrés, ou elles doivent paroître comme les deux côtés d'un coin qui comprennent cet angle.

Fig. 518. Car ſi LPc repréſente l'angle d'environ 40 degrés qui forme l'ouverture du livre, & que LACc & RCBc repréſentent la double image d'une ſection faite par un plan qui paſſe perpendiculairement par les deux feuilles, Bc ſera l'image de la feuille à main gauche vue par l'œil droit, BC la portion de l'image de la feuille à main droite, qui dans la fig 517 eſt exprimée par BCc vue par le même œil droit, AL l'image de la feuille, à main droite vue par l'œil gauche; & AC la portion de l'image de la feuille à main gauche vue par le même œil gauche, qui eſt exprimée dans la fig 517 par ACc

Or, comme nous avons déjà dit que l'angle LPc eſt d'environ 40 degrés, & que les deux angles cBC, CAL ſont chacun à fort peu-près de 40 degrés, il s'enſuit que les lignes Bc, AC, auſſi bien que les lignes BC, AL ſont à fort peu-près paralleles Par conſéquent l'angle ACB doit auſſi être à fort peu-près de 40 degrés. C'eſt-à-dire, que les portions ACc & BCc

& bBC c des images dont on a parlé ci-devant, doivent paroître les côtés d'un coin qui comprend un angle d'environ 40 degrés, qui eſt l'apparence que nous avions à expliquer.

16. Il nous reſte à faire voir ce que devient la ſeconde portion C c a A de la quatrieme partie de l'image de la feuille à main droite vue de l'œil droit; auſſi bien que la ſeconde portion C c b B de la quatrieme partie de l'image de la feuille à main gauche, vue de l'œil gauche, n'y l'une ni l'autre n'ayant pas encore été expliquée.

Il faut obſerver pour cela, 1° que la premiere C c a A ſe confond avec la premiere a A C c de la quatrieme partie de l'image de la feuille à main gauche, vue par l'œil gauche, & qu'elle forme le côté droit du coin, & que la ſeconde C c b B ſe confond avec la premiere b B C c de la quatrieme partie de l'image de la feuille à main droite, vue par l'œil droit, & forme le côté gauche du coin.

2° Que comme le livre étoit trop proche des yeux pour donner aucune image diſtincte, la partie de chaque feuille qui étoit plus éloignée de l'œil qui la voyoit, devoit former une image plus diſtincte, & par conſequent plus forte que celle qui étoit plus proche de l'œil.

Delà il ſuit, que de deux images qui ſe confondent C c a A, a A C c, la derniere qui eſt plus proche de la jonction a A, & par conſequent plus éloignée de l'œil gauche qui la voit, doit être plus diſtincte & plus forte que la premiere qui eſt plus éloignée de la jonction b B, & par conſequent plus proche de l'œil droit qui la voit.

Donc la premiere de ces portions C c a A, doit être entierement effacée par la derniere.

17. On fera voir de la même maniere que C c b B eſt entierement effacée & diſſipée par b B C c.

18. On peut confirmer la vérité de cette explication par l'obſervation ſuivante. Si l'une des feuilles, par exemple, la gauche eſt en blanc, & que la droite ſoit imprimée, alors C c a A, vue par l'œil droit, quoique plus éloignée de la jonction a A, & par conſequent plus proche de l'œil qui la voit, & par-là moins diſtincte, cependant comme elle forme une apparence plus forte à cauſe de l'impreſſion, elle effacera la partie a A C c, vue par l'œil gauche, quoique plus proche de la jonction, & par conſequent plus éloignée de l'œil qui la voit & par-là plus diſtincte, mais formant une impreſſion plus foible & les lettres de la page à main droite, paroîtront continuées depuis le côté gauche du coin b B C c juſques au côté droit c C A a du même coin. On voit aiſément que cela doit ſe faire par la projection de C c fig. 538, ſur C A.

19. De même lorſque ni l'une ni l'autre page n'eſt en blanc, les deux côtés du coin paroiſſent empreints des lettres ou figures d'une ſeule & même page, pourvû qu'elles forment une impreſſion plus forte que celles de l'autre page, ſoit en raiſon de leur plus grande force ou étendue, ou même en cas d'égalité, à raiſon d'une attention plus particuliere à ces figures. Dans ce dernier cas, on peut varier le phenomene à volonté, en fixant notre attention, même ſans changer la ſituation des yeux, d'abord ſur une page, & enſuite ſur l'autre. Par cette conſidération on peut expliquer quelques autres phenomènes des images concidentes, qui ſans cela ſeroient inexplicables.

Fig. 337. 30. Il reſte à expliquer d'où vient que la partie la plus éloignée du coin, comme ABC, au lieu de paroître en dedans du livre, comme le reſte du coin, paroît en dehors & s'etend à une grande diſtance en-delà, & auſſi d'où vient qu'elle paroît ſous la forme d'une pyramide; & enfin d'où vient que ſon extrêmité C paroît toucher l'objet le plus éloigné, vers lequel le livre & les yeux ſont dirigés.

On doit ici obſerver que l'image la plus diſtincte & la plus forte de la feuille à main droite, étant celle qui eſt vue par l'œil gauche ou ALSα & l'image la plus diſtincte & la plus forte de la feuille à main gauche, étant celle qui eſt vue par l'œil droit, comme Bτδβ, on regarde ſur les bords de ces images AL & Bτ, comme ſur les bords du livre.

31. Par conſéquent, l'image BR du bord le plus éloigné de la feuille à main droite, vue par l'œil droit & l'image Aι du bord le plus éloigné de la feuille à main gauche, vue par l'œil gauche, doivent paroître toutes deux hors du livre: c'eſt-à-dire, que les lignes BC & AC, parties de ces bords, & la partie du coin qui ſe trouve entre ces lignes, comme ABC doivent paroître hors du livre.

32. Et comme les objets ſur quoi ſe fait la projection des bords BR, Aι en regardant horizontalement ou obliquement en bas, ſont beaucoup plus éloignés que ceux où ſe fait la projection des bords AL & Bτ; il eſt évident que les bords BR, Aι & leurs parties BC, AC ou la partie du coin ACB doit paroître en projection à une plus grande diſtance au-delà des bords AL, Bτ, c'eſt-à-dire, au-delà du livre, & le point C paroiſſant par cette raiſon plus éloigné au-delà du livre qu'aucune autre partie du coin, la partie ACB doit néceſſairement avoir l'apparence d'une pyramide dont C eſt le ſommet.

33. Enfin, comme le point C eſt placé dans le plan qui paſſe par l'œil droit & par la ligne BR, & auſſi dans le plan qui paſſe par l'œil gauche & par la ligne Aι, c'eſt-à-dire dans l'interſection de ces deux plans, il doit néceſſairement paroître dans la même ligne où paroît un objet éloigné placé également dans la même interſection.

Donc l'image de C & celle de l'objet doivent tomber ſur les parties contigues de la rétine dans chaque œil, & par conſéquent paroître dans le même endroit; donc le point C doit paroître toucher l'objet.

Ces expériences réuſſiſſent avec la lumière du jour & avec un livre d'une grandeur quelconque & ouvert ſous un angle quelconque, en faiſant les changements convenables.

Telle eſt l'explication du Dr. *Jurin*.

CHAPITRE XVII.

Explication de la Lanterne magique que quelques Auteurs appellent Mégalographique.

980. EN voici l'artifice en peu de mots : A B D C eſt une lanterne d'étain d'où part un bras quarré ou rond, ou un tube *b n k c l m* compoſé de deux parties, dont l'extérieure *n k l m* gliſſe ſur l'autre, de manière qu'on peut par ſon moyen allonger ou accourcir tout le tube. A l'extrémité de *n k l m* on arrête un verre convexe *k l* : autour de *d e*, il y a une couliſſe pour y recevoir & placer un objet *d e* peint avec des couleurs légères & tranſparentes ſur un verre plan fort mince. Cet objet doit y être placé renverſé. On choiſit ordinairement quelque repréſentation burleſque ou effrayante pour amuſer les ſpectateurs. *b h c* eſt un verre convexe épais, tellement placé à l'autre bout du tube qui avance en dehors, qu'il peut lancer fortement la lumière de la flamme *a* ſur la peinture *d e* faite ſur le verre plan. Et l'on doit ici remarquer que le verre *b h c* n'eſt deſtiné que pour éclairer fortement la peinture *d e*, & qu'il n'a aucune part à la repréſentation de cet objet. C'eſt pour cela que dans quelques-unes de ces lanternes, au lieu du verre *b h c*, il y a un miroir concave tellement placé qu'il peut renvoyer fortement la lumière de la flamme *a* ſur la peinture *d e* ; & que quelquefois on emploie l'un & l'autre.

Deſcription de cette lanterne par M. *Molyneux.*

Fig. 510.

981. Conſiderons maintenant la peinture *d e* comme un objet très-éclairé, & dont les couleurs & les parties ſont diſtinctes, & concevons *d e* comme plus éloigné du verre *k l* que n'eſt ſon foyer. Il eſt évident que la projection de l'image diſtincte de l'objet *d e* par le verre *k l* ſur une muraille blanche F H vis-à-vis en *f g* ſera droite. Car toute la chambre E F H G étant obſcure, & la lanterne A B D C renfermant toute la lumière, cette apparence de la lanterne magique n'eſt rien de plus que ce que nous avons dit de la repréſentation des objets

extérieurs dans une chambre obſcure, par le moyen d'un verre convexe, & nous devons ici remarquer que ſi l'on raccourcit le tube, & que par ce moyen le verre convexe *k l* s'approche de l'objet *d e*, la projection *f g* de ſon image, en ſera d'autant plus grande & d'autant plus éloignée du verre *k l* ſelon les régles établies ci-devant, (art. 48). De ſorte que la moindre peinture en *d e* ſera repréſentée en *f g* dans la plus grande proportion requiſe, quoique cependant avec les limites convenables Delà vient le nom de lanterne Megalographique. Et par conſéquent en allongeant le tube & éloignant le verre *k l* de l'objet *d e*, on diminuera la repréſentation *f g*, & elle ſe fera plus près du verre *k l*. Quant à la conſtruction mécanique de cette lanterne & à la proportion la plus convenable des verres &c c'eſt une choſe ſi commune parmi les ouvriers, qu'il eſt inutile d'en parler plus au long. Je me ſuis borné à en donner ici la théorie.

Autre lanterne magique décrite par le Docteur *S'gravesande.*

982. On a fait différentes machines par la combinaiſon des miroirs & des lentilles, qui fourniſſent des apparences utiles & agréables. Leur explication ſe tire aiſement de ce qu'on a dit ci-devant Entre pluſieurs autres, je me borne à en expliquer une, par le moyen de laquelle les figures peintes ſur de petits morceaux de verre ſont repréſentées prodigieuſement grandes ſur une muraille blanche. C'eſt un phénomène aſſez ſurprenant pour mériter une explication particulière. L'inſtrument qui le produit ſe nomme lanterne magique ; les Opticiens ne l'ont pas paſſée ſous ſilence ; mais ils ne l'ont pas aſſez perfectionnée.

983. On a une boîte de bois d'environ un pied & demi de long, 14 pouces de haut & autant de large. Il y a dans cette boîte un miroir concave S de 8 pouces de diamètre, & qui eſt la portion d'une ſphére de 18 pouces. Ce miroir eſt fixé à un pied qui ſe meut ſur des régles le long de la boîte: Il y a auſſi une boîte L, ſoutenue par un pied de bois qui ſe meut en long entre deux régles à côté de la boîte en-dedans. Le tuyau de la lampe ſort en dehors, de manière que le centre de la flamme eſt vis-à-vis le centre de la ſurface du miroir, cette flamme eſt compoſée de 4 petites flammes, qui en ſe touchant mutuellement, forment une flamme quarrée de deux pouces de large. Au haut ou au plan ſu-

Fig. 140.

périeur de la boîte, il y a un trou oblong, dont le couvercle gliſſe dans deux couliſſes ou entre deux régles Ce couvercle eſt traverſé par la cheminée C qui s'éleve environ un demi-pied au-deſſus de la boîte Elle eſt mobile avec le couvercle pendant que la boîte reſte fermée ; afin que la cheminée ſoit toujours au-deſſus de la lampe. Dans le petit côté de la boîte qui eſt vis-à-vis le miroir, il y a un trou rond d'environ 5 pouces de large, dans lequel on place une lentille de la même grandeur V, convexe des deux côtés, chaque convexité étant portion d'une ſphére d'un pied de diamètre, l'axe de cette lentille étant continué juſqu'à la ſurface du miroir, lui eſt perpendiculaire, & tombe ſur ſon centre ; il paſſe auſſi par le milieu du plan de la flamme & lui eſt perpendiculaire Ce trou ſe ferme & s'ouvre par le moyen d'un plan mobile dans une rainure, & il ſe meut par le moyen d'un cylindre qui ſort de la boîte en F A ce trou hors de la boîte, répond le tube T, dont la longueur & le diamétre eſt d'environ 6 pouces, & à ſon extrêmité il y a un anneau, dans lequel ſe meut le ſecond tube r, d'environ 4 pouces de diamètre & de 5 ou 6 pouces de long Dans le plus petit tube, il y a deux lentilles ; la premiére dans le bout qui entre dans le tube T, & elle a autant de convexité que le verre V avec 3 pouces & demi de diamètre. La ſeconde lentille eſt à 3 pouces de la premiére, & elle eſt moins convexe, étant terminée par des portions d'une ſphére de 4 pieds de diamètre. Entre ces lentilles, à la diſtance d'environ un pouce de la ſeconde, on place une ouverture circulaire de bois, dont les bords ferment tout le tube, excepté un trou d'un pouce & un quart de diamètre au milieu du bois. Les objets qui doivent être repréſentés ſont peints ſur un morceau de glace mince, qui peut ſe mouvoir dans la boîte vis-à-vis du verre V, entre ce verre & le tube T, la peinture étant renverſée. Si ces peintures ſont rondes, on peut leur donner 5 pouces de diamètre, & pour les mouvoir aiſément, on les met dans des planches plates, trois dans chacune On peut auſſi peindre ces figures ſur de longues glaces, que l'on fait mouvoir ſucceſſivement devant le verre V.

984. Toute la boîte eſt montée ſur un chaſſis ou ſur un pied, de maniére qu'on peut la fixer à différentes hauteurs.

Il y a des piéces plates de bois fixées à la boîte en deſſous, & qui gliſſent dans des rainures ſur le chaſſis. Il y a dans chacune une fente, de manière qu'on peut élever la boîte à la hauteur requiſe par le moyen des vis attachées au chaſſis & mobiles dans ces fentes. On place toute la machine à la diſtance de 15, 20, ou 30 pieds d'une muraille blanche, & cette diſtance doit être différente, ſelon la grandeur de la muraille ou du plan, & la boîte doit être placée à une hauteur telle que les tubes ſoient exactement vis-à-vis du milieu du plan. La lampe étant allumée, on ferme la boîte, & les figures peintes ſur le verre vont ſe repréſenter ſur un plan blanc. En faiſant mouvoir en avant & en arrière le tube qui porte les deux lentilles, on trouvera la poſition requiſe des verres pour donner une repréſentation diſtincte. Quant à la diſpoſition des parties différentes de la machine qui ſervent immédiatement à donner cette apparence, je vais les expliquer plus en détail

Fig. 141. 985 Dans cette figure on voit les parties ſéparément; S S eſt le miroir, *l l* la flamme qui eſt compoſée de 4 flammes dans la ligne *l l*; V V eſt le verre V de la fig. 540; O O une peinture faite ſur un morceau de glace mince; *a a* la plus groſſe lentille; *d d* la moins convexe; *b b* l'anneau de bois entre les lentilles; *f* l'ouverture ou trou au milieu du cercle de bois. Tout cela étant placé comme on l'a déjà expliqué, & comme on peut le voir dans la figure, les rayons qui viennent d'un point de la peinture O O, en traverſant la lentille *a a*, deviennent moins divergents & tombent ſur la lentille *d d*, comme s'ils venoient d'un point plus éloigné; ils ſortent convergents de cette lentille, & ils ſe réuniſſent ſur une ſurface blanche, où ils repréſentent le point de la peinture faite ſur la glace. Cette peinture eſt éclairée, tant par les rayons qui viennent de la flamme *l l*, que par les rayons que le miroir S S réfléchit. Il faut pour la perfection de cette machine 1°. Que la peinture O O ſoit éclairée autant qu'il eſt poſſible; 2°. Qu'elle ſoit également éclairée dans tous ſes points; 3°. Que toute la lumière par où chaque point de la peinture eſt éclairé, traverſe les lentilles *a a* & *d d* juſques à la ſurface blanche & ſerve à faire la repréſentation; 4°. Qu'il n'y

ait point d'autre lumière que celle qui ſort de la boîte, autrement la repréſentation ſeroit moins vive, à raiſon de la lumière étrangère La première condition dépend de la grandeur de la flamme & du miroir & de ſa concavité; plus il eſt concave & plus le tube doit être approché de la flamme, & alors un plus grand nombre de rayons ſont interceptés & réfléchis. On doit encore prendre garde que le miroir qui doit être d'une glace très-forte, ne s'échauffe pas trop. Lorſque la flamme & le miroir ſont tellement diſpoſés, que la peinture eſt éclairée autant qu'il eſt poſſible, & qu'elle l'eſt par-tout également, il faut encore placer tellement la flamme & le miroir, que l'image renverſée de la flamme tombe préciſément ſur la peinture. Mais comme on peut augmenter & diminuer la repréſentation de la flamme, il faut tellement placer le miroir que cette repréſentation couvre toute la peinture ſur le verre ſans la ſurpaſſer; car alors la peinture eſt autant éclairée par la lumière réfléchie qu'elle peut l'être, & tous ſes points ſont également éclairés; la lumiere directe tombe auſſi à fort peu près également ſur tous les points de la peinture. Il eſt vrai que cette lumière ſeroit plus forte ſi l'on approchoit davantage la flamme; mais la lumière réfléchie en ſeroit diminuée & la diminution de celle-ci ſeroit plus grande que l'augmentation de l'autre. Le verre V V ſert à rompre la lumière par où la peinture O O eſt éclairée, & par cette inflexion toute la lumière entre dans la lentille *a a*, & ſert à la repréſentation ſur la ſurface blanche. Toute la lumière qui ſert à cette repréſentation paſſe par le trou *f*, & les rayons qui viennent de différents points ſe coupent mutuellement dans ce trou. Delà vient que la peinture renverſée ſur le verre, ſe repréſente droite ſur la ſurface blanche. Par le moyen de l'anneau *b b* tous les rayons qui ne ſervent pas à former la repréſentation ſont interceptés, afin qu'ils n'entrent pas dans la chambre, & qu'ils ne rendent pas la peinture moins diſtincte. Cet anneau ou ouverture intercepte auſſi les rayons par où un point eſt plus éclairé qu'un autre, & par ce moyen la lumière qui (par ce qui a été dit) eſt aſſez également répandue devient encore plus égale. Mais à moins que l'anneau ou ouverture *b b* ne ſoit exactement dans l'endroit où les rayons ſe coupent, elle ſera très-nuſible.

CHAPITRE XVIII.

Méchaniſme de différents microſcopes avec quelques obſervations microſcopiques.

986. APrès avoir examiné la théorie du microſcope ſimple & du microſcope double dans les art. 118, 127, 129, 690, 705, 715, 720, &c. & dans les remarques, j'en viens à la deſcription de quelques machines ingénieuſes pour placer les objets à la diſtance convenable des verres, & pour y porter la lumière néceſſaire Mais auparavant je ferai voir de quelle manière on fait les petits globules de verre pour les microſcopes ſimples; car la manière de faire les petites lentilles, étant la même que celle de faire les objectifs pour les téleſcopes, ne doit pas être répétée ici.

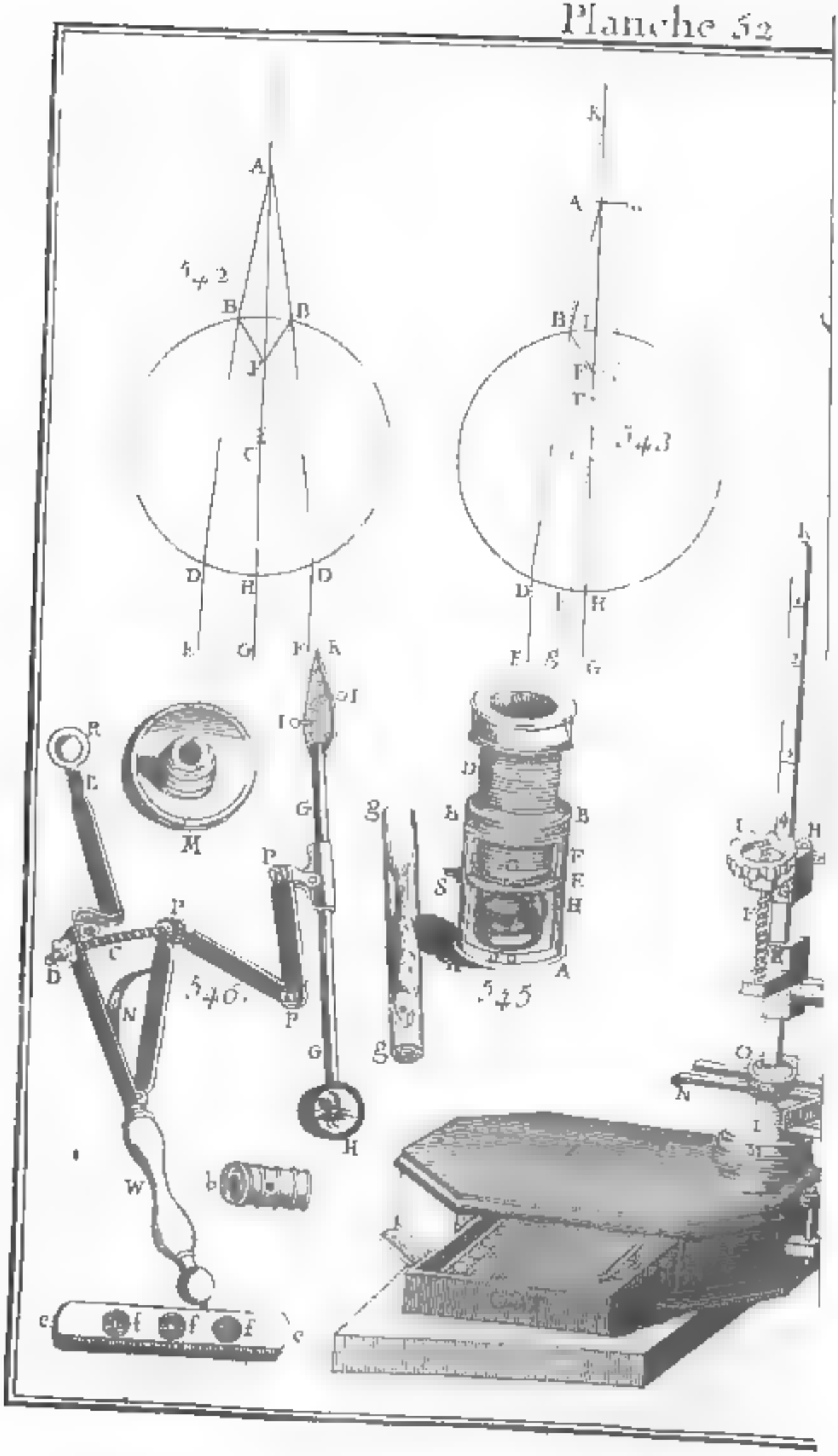
Faire les globules de verre pour les microſcopes.

987 Mr. *Butterfield* nous dit (*Tranſ. Phil.* n°. 141) qu'il a éprouvé différentes manières de faire les globules de verre de la grandeur des têtes d'épingle grandes & petites, comme dans la flamme d'une chandelle de ſuif ou de cire; mais que la meilleure eſpèce de flamme pour les faire clairs & ſans taches étoit celle d'une lampe faite avec de l'eſprit de vin rectifié; ou au lieu d'une meche de cotton, il ſe ſervoit d'un fil délié d'argent qu'il doubloit en haut & en bas comme un écheveau de fil. Enſuite ayant préparé du verre bien fin, réduit en poudre & bien lavé, il en prenoit un peu avec la pointe d'une aiguille d'argent humectée par la ſalive, il la tenoit dans la flamme, juſques à ce que cette pouſſière ſe fondit & s'arrondit parfaitement; mais il ne la tenoit pas plus long-tems, de peur qu'elle ne ſe brulât. Tout l'artifice conſiſte à donner au globule une rondeur exacte, ce qu'on ne peut apprendre que par expérience. Lorſqu'il avoit ainſi formé une grande quantité de globules, il les frottoit & nettoyoit avec du cuir bien doux Enſuite ayant préparé pluſieurs morceaux de platines minces de cuivre, deux fois auſſi longues que larges, il les doubloit en forme de quarrés, & il les perçoit d'un

320 A

S.125

Planche 52



d'un petit trou au milieu ; ayant après cela ôté la bavure autour des trous avec une pierre à aiguiſer & noirci le dedans des platines avec la fumée d'une chandelle, il plaçoit un globule entre les deux trous, & ſerroit les platines enſemble avec deux ou trois petits trous. Enfin, il voyoit combien ils groſſiſſoient les petits objets & gardoit les meilleurs pour en faire uſage.

988 Le Dr. *Hook* étoit en uſage de prendre un morceau de verre fort clair, & d'en tirer de longs fils par le moyen d'une lampe Enſuite il tenoit ces fils dans la flamme, juſques à ce que leurs bouts inférieurs fuſſent terminés en globules. Après quoi, ayant arrêté ces globules avec de la cire à cacheter au bout d'un bâton, enſorte que les fils étoient tournés en haut, il travailloit le bout de ces fils ſur une pierre à aiguiſer, & il les poliſſoit avec de la potée ſur une platine de métal bien unie.

989. Mr *Etienne Gray*, nous dit, (*Tranſ Phil.* n°. 221, 223), qu'au lieu d'une lampe à eſprit de vin, il mit une petite particule de verre d'environ la groſſeur du verre propoſé ſur le bout d'un charbon, & par le moyen d'un chalumeau il l'eut bientôt fondue en globule. Il les rendoit ainſi aſſez clairs, & les plus petits étoient fort ronds ; mais les plus grands reſtant ſur le charbon étoient un peu applatis, & prenoient des rayes de ce côté là. Ainſi il ſe mit à les travailler & à les polir ſur une platine de cuivre, de manière qu'il en faiſoit des hémiſphéres. Mais il trouva que les petits globules ronds, outre qu'ils groſſiſſoient davantage, faiſoient voir les objets plus diſtincts que les hémiſphéres.

990. Ces expériences le conduiſirent à une autre qui eſt très-curieuſe. Ayant obſervé, dit-il, quelques particules irrégulières en dedans des globules de verre, & trouvant qu'elles paroiſſoient diſtinctes & prodigieuſement groſſies lorſque je les tenois fort proches de l'œil ; je conclus que ſi je portois un petit globule d'eau proche de l'œil, je verrois diſtinctement les particules opaques, ou moins tranſparentes que l'eau, qui ſeroient dans ce globule. Je pris donc avec une aiguille une petite portion d'eau, où je ſçavois qu'il y avoit quelques petits animaux, & je la mis à l'extrêmité d'un petit fil de

Comment les particules dans un globe tranſparent ſont groſſies.

cuivre, d'environ $\frac{1}{10}$ d'un pouce de diamètre, pour en former un peu plus qu'une demi-ſphère d'eau Enſuite tenant le fil droit, je l'appliquai à mon œil, & m'étant placé à une diſtance convenable de la lumière, je vis ces animaux & quelques particules irrégulières, comme je l'avois prévu, mais d'une grandeur énorme. Car au lieu qu'à peine je pouvois les diſtinguer avec mon microſcope de verre, ils me parurent dans le globule peu différents d'un pois-chiche dans leur figure & dans leur grandeur. On ne peut pas bien les voir à la lumière du jour, à moins que la chambre ne ſoit obſcurcie, comme dans la fameuſe expérience dioptrique, mais on les voit très-diſtinctement à la lueur de la chandelle. On les voit auſſi très-bien à la lueur de la pleine Lune.

Fig. 542. 991. Mr. *Gray* explique la raiſon de cette apparence en cette manière. Si le cercle D B B D repréſente un globule d'eau, A un objet placé à ſon foyer, lequel envoie un cone de rayons, dont deux ſont A B, A B; ces rayons entrant dans l'eau en B & B, ſe rompent & s'écartent de leur route directe, en devenant B D, B D & en D & D paſſant dans l'air, ils ſe rompent encore & deviennent D E, D E paralleles entr'eux & à l'axe du globe A F C G. Or c'eſt un principe connu d'Optique que l'angle de réflexion eſt égal à l'angle d'incidence, donc ſi l'on imagine que les rayons B D, B D ſont venus de quelque point F d'un objet placé en dedans du globe d'eau, & qu'ils ſoient réfléchis de la ſurface intérieure de la ſphére en B, B, l'angle de réflexion ſera C B D, & faiſant l'angle C B F égal, le point F ſera le lieu d'où un objet envoyant un cone de rayons, deux de ces rayons F B, F B ſe réfléchiront par les lignes B D, B D, & venant alors à l'autre côté du globule en D, D, ils ſe rompront en D F, D E, comme auparavant; & par conſéquent ils leront propres à la viſion diſtincte, ſoit que l'objet ſoit placé en F en dedans, ou en A, en dehors du globe, ſi l'on regarde ſa ſurface intérieure comme un miroir concave.

Et en quelle proportion. 992. Cette explication de Mr. *Gray*, peut ſe pouſſer un peu plus loin, pour faire voir la raiſon pour laquelle ces animaux paroiſſent d'une grandeur auſſi énorme qu'il les repréſente. La concluſion eſt que les animaux dans le globule

d'eau ſont groſſis $3\frac{1}{7}$ fois plus en diametre, qu'ils ne le ſeroient s'ils étoient placés hors du globule à ſon principal foyer, & cette augmentation de force pour groſſir dans les plus petits globules eſt très-conſidérable. Pour démontrer cette concluſion, ſoient les perpendiculaires A a, F f au diamètre H F I coupées par un autre diamètre $h f i$ en a & f, & que les objets inégaux A a, F f, dont le premier eſt vu par réfraction, & le ſecond par réflexion, paroiſſent ſous le même angle H C h, & par conſéquent de la même grandeur. Donc un ſeul & même objet placé en F paroîtra plus grand qu'en A en raiſon de C A à C F (art. 222). Imaginons que les rayons E D, G H reviennent ſur leurs pas ou qu'ils partent de l'œil, & qu'après la premiere réfraction ils ſe coupent en K, & après la ſeconde en A, qui coupe en deux parties égales la ligne I K (art. 227). Donc en diviſant également C I en T, nous avons C A : C T :: (2 C A ou H K : H C, c'eſt-à-dire : :) le ſinus d'incidence m : à la différence des ſinus ($m - n$) (art. 224). Et en diviſant, nous avons T A : T C :: n $m - n$. Donc C A $= \frac{m}{m-n}$ C T & T A $= \frac{n}{m-n}$ C T. Fig. 143.

Mais puiſque K eſt le foyer des rayons incidents comme D B ſur la ſurface B I, leur foyer F après la réflexion ſe trouvera en prenant T F T I ou T C :: T C : T K (art. 207), & en compoſant C F : C T :: (C K : T K, c'eſt-à-dire :: 2 T A : 2 T A — T C :: $\frac{2n}{m-n}$ T C : $\frac{2n}{m-n}$ T C — T C ::) $2n$: $3n - m$. Donc C F $= \frac{2n}{3n-m}$ C T & C A : C F :: $\frac{m}{m-n}$: $\frac{2n}{3n-m}$ Donc ſi l'on fait $m : n$ :: 4 : 3, comme dans l'eau, nous avons C A : C F :: 10 : 3 :: $3\frac{1}{3}$: 1. Ce qu'il falloit prouver.

993. Dans un globule de verre faiſant $m : n$ :: 3 : 2, nous avons C A : C F :: $2\frac{2}{3}$: 1. Ce qui fait voir combien de petites particules en dedans du verre ſont plus groſſies que ſi elles étoient placées dans ſon foyer principal.

994. Delà il ſuit auſſi que les animaux en dedans du glo-

bule d'eau ſont plus groſſies que ſi on les voyoit par un globule de verre de la même groſſeur en raiſon de $2\frac{1}{4}$ à 1. Car dans le verre $CA = 3\,CT$ & dans l'eau $CF = \frac{4}{3}\,CT$. Donc $CA : CF :: 2\frac{1}{4} : 1$.

995. Donc auſſi les animaux en dedans du globule d'eau paroiſſent de la même grandeur qu'ils paroîtroient à travers d'un globule de verre dont le diamètre ſeroit $\frac{3}{4}$ de celui du globule d'eau. Car en ſuppoſant CA ou 3 CT dans le verre égal à CF ou $\frac{4}{3}$ CT dans un plus grand globule d'eau; nous avons CT dans le globule de verre eſt à CT dans le globule d'eau, comme $\frac{9}{4}$ eſt à 3 ou comme $\frac{3}{4}$ eſt à 1.

996. Mais Mr. *Gray*, nous dit, que ces petits animaux paroîtront plus diſtinctement, ſi l'on porte des gouttes d'eau avec la pointe d'une aiguille, dans un trou rond, percé dans une platine de cuivre, dont l'épaiſſeur ſoit environ $\frac{1}{10}$ d'un pouce, & le diamètre du trou cylindrique un peu moins que la moitié d'un dixième, en obſervant de le remplir juſques à ce qu'on voie un demi-globe d'eau de part & d'autre. Si l'on ſuppoſe que l'axe de ce cylindre d'eau ſoit terminé par des ſurfaces ſphériques égales, & qu'il ſoit exactement égal à trois diamètres de la ſphère de ces ſurfaces, je trouve que les petits animaux vus par la réflexion de la ſurface plus éloignée, paroîtront préciſément deux fois auſſi gros en diamètre, que s'ils étoient placés dans le foyer de l'un de ces globules d'eau, & s'ils étoient vus à travers comme dans les microſcopes ordinaires.

Deſcription des petits animaux dans l'eau, &c.

997. Le détail que nous donne l'Auteur, des petits animaux obſervés de cette manière, étant très-curieux, mérite d'être ici tranſcrit » Ils ont une figure globuleuſe, & ils ne ſont qu'un peu moins tranſparents que l'eau où ils nagent. Ils ont dans certains tems deux taches noires diamétralement oppoſées; mais on les voit rarement. On voit quelquefois deux de ces inſectes globuleux attachés enſemble, l'endroit où ils ſont attachés eſt opaque; peut-être qu'ils ſont accouplés. Ils ont un double mouvement, l'un progreſſif & régulier avec beaucoup de vîteſſe, & dans le même tems un mouvement de rotation autour de leurs axes, à angles droits avec le diamètre qui joint les taches noires: mais on ne le voit que

lorſqu'ils ſe meuvent lentement. Ils ſont d'une petiteſſe preſque incroyable. Mr. *Leeuwenhoek* eſt aſſez modéré dans ſon calcul, lorſqu'il nous dit, (*Tranſ. Phil.* n°. 213, *p.* 198), qu'il a vu des inſectes dans l'eau ſi petits que 30000 pourroient à peine égaler un grain de ſable. Mais je crois qu'il regardera cela comme un paradoxe, lorſqu'on lui dira qu'il peut les voir, en appliquant ſeulement ſon œil nud à la particule d'eau où ils ſont contenus. J'ai examiné pluſieurs fluides tranſparents, tels que l'eau, le vin, le brandevin, le vinaigre, la biere, la ſalive, l'urine, &c. & je ne crois pas d'avoir trouvé aucune de ces liqueurs qui ne contînt plus ou moins de ces inſectes. Mais je n'en ai pas trouvé beaucoup qui fuſſent en mouvement, excepté dans l'eau commune qu'on a laiſſé croupir quelquefois plus long-tems, & d'autres fois moins, comme l'a obſervé Mr. *Leeuwenhoek*. Quoique je ne me rappelle pas qu'il ait obſervé qu'ils exiſtoient dans l'eau avant que de donner des ſignes de vie. Dans les rivieres, lorſque l'eau a été épaiſſie par la pluye, il y en a un nombre ſi prodigieux, qu'il paroît que ſa blancheur & ſon opacité viennent en grande partie de ces globules. L'eau de pluye auſſitôt qu'elle eſt tombée, en a un grand nombre, & l'eau de neige encore plus. La roſée qui s'arrête ſur les verres des fenêtres, en contient un grand nombre; & comme la pluye & la roſée montent & deſcendent continuellement, je crois que nous pouvons dire que l'air eſt plein de ces animaux. Ils paroiſſent avoir la même peſanteur ſpécifique que l'eau où ils nagent, ceux qui meurent reſtant indifféremment dans toutes les parties de l'eau. De pluſieurs mille que j'ai vu, je n'ai pas pu diſtinguer aucune différence ſenſible dans leurs diamètres; ils paroiſſent de la même groſſeur dans l'eau que l'on a fait bouillir; ils y conſervent leurs figures & paroiſſent quelquefois revivre.

998. Il y a une autre ſorte d'inſectes que j'ai vus par ce moyen; mais on ne les trouve pas auſſi fréquemment, du moins en hiver. Ils ſont beaucoup plus longs que les premiers, & ils prennent différentes figures. Ils ſont pour la plûpart elliptiques; mais quelquefois ils ſe reſſerrent de maniére à devenir preſque globuleux; d'autre fois ils s'étendent juſqu'à devenir deux ou trois fois plus longs que larges. Ils tournent quelquefois

circulairement ſur leurs axes & diamètres, en s'avançant, & ſont compoſés de parties tranſparentes & opaques.

Autre microſcope d'eau par M. *Gray*.

999. Le même Auteur ingénieux nous donne la deſcription d'un autre microſcope d'eau de ſon invention, en cette manière. J'appelle A B le chaſſis du microſcope, qui doit avoir environ $\frac{1}{16}$ de pouce d'épaiſſeur. Il y a en A un petit trou d'environ $\frac{1}{50}$ de pouce de diamètre au milieu d'une cavité ſphérique d'environ $\frac{1}{5}$ de pouce de diamètre, & d'une profondeur un peu plus grande que la moitié de l'épaiſſeur du cuivre. De l'autre côté oppoſé à celui-ci, il y a une autre cavité ſphérique, la moitié auſſi large que la première, & aſſez profonde pour réduire la circonférence du petit trou preſque à un tranchant très-fin. On place l'eau dans ces cavités, & on la prend avec un clou ou une grande aiguille pour la loger dans ces cavités, juſques à ce qu'il ſe forme une lentille d'eau double convexe, laquelle ſera équivalente à une lentille double convexe de convexités inégales, parce que les concavités ſont de différents diamètres. Par ce moyen, je trouve que l'objet eſt plus diſtinct que par une lentille d'eau plan-convexe, ou que par une lentille double convexe formée ſur les ſurfaces planes du métal. C D E eſt le ſupport où l'on place l'objet; ſi c'eſt de l'eau, dans le trou C; s'il eſt ſolide dans la pointe F. On arrête ce ſupport au chaſſis du microſcope par le moyen de la vis E, qui eſt courbée vers le haut, afin que ſa partie ſupérieure C F puiſſe s'arrêter à quelque diſtance du chaſſis A B. Ce chaſſis ſe meut autour de la vis E comme centre, afin que le trou C ou la pointe F puiſſent ſe préſenter devant le microſcope A, & que l'on puiſſe y arrêter l'objet dans le foyer du microſcope. Il y a une autre vis d'environ un demi-pouce de longueur, qui traverſe une platine ronde dans le chaſſis du microſcope A E, & qui prend le ſupport vers D, où il y a une fente un peu plus grande que le diamètre de la vis. Cette fente eſt néceſſaire pour faire venir le trou C ou la pointe F, (ſelon la nature de l'objet) au foyer de la lentille d'eau qui eſt en A. Car en faiſant tourner la vis G, le ſupport s'approche ou s'éloigne du chaſſis, ce qui s'exécute plus vîte, ſi pendant que l'on tourne la vis d'une main, on

Fig. 544.

autre tient le microſcope par la queue B, & regarde à travers l'eau juſques à ce que l'objet paroiſſe bien diſtinct Le ſupport doit être de cuivre bien mince & bien battu, afin que par ſon reſſort, il puiſſe mieux obéir au mouvement de la vis. Il vaut mieux fixer le ſupport par une vis E, que par une goupille rivée, parce qu'on peut avec un couteau la retirer, & par le moyen de l'autre vis G amener au chaſſis du microſcope le ſupport, ſans affoiblir ſon reſſort, & qu'il eſt par là plus portatif Si l'on remplit d'eau le trou C du ſupport, mais de manière qu'elle ne ſoit pas ſphérique, tous les objets qu'elle contiendra y ſeront vus plus diſtinctement. La roſée qui s'arrête ſur les verres des fenêtres eſt pleine de petits animaux auſſi bien que les gouttes de pluye.

1000. Le trou qui eſt en B ſert pour voir les animaux dans l'eau par la réflexion de ſa ſurface plus avancée, comme on l'a expliqué ci-devant.

Deſcription du microſcope de poche de M *Wilſon* tirée des tranſ. phil. n° 281.

1001. Cette ſorte de microſcope a neuf verres différents pour groſſir, dont huit ſont employés avec deux inſtruments différents pour les mieux appliquer à différents objets. L'un de ces inſtruments eſt repréſenté en A A B B, & il eſt d'ivoire ou de cuivre; il a trois platines minces de cuivre en E, & un reſſort ſpiral de fil d'acier H en dedans; à l'une des platines minces de cuivre eſt attaché un morceau de cuir F, où l'on place les objets. Dans l'un des bouts de cet inſtrument, il y a une longue vis D avec un verre convexe C placé en deſſous. A l'autre bout de l'inſtrument, il y a une écroue *oo*, où l'on fait entrer à vis une petite piéce M qui renferme chacune des lentilles qui groſſiſſent les objets, lorſque l'on veut s'en ſervir Cette petite piéce eſt d'ivoire, & il y en a 8 qui ſont conſtruites comme on voit en M. La lentille qui groſſit le plus eſt marquée ſur l'ivoire où elle eſt placée par n°. 1, la ſuivante n°. 2, & ainſi de ſuite juſques à n°. 8 La 9e. n'eſt pas marquée, mais elle eſt faite comme un petit barril d'ivoire, *b. c c* eſt une petite piéce d'ivoire plate, & il y en a 8 de cette eſpèce, (ceux qui ont envie d'avoir une ſuite d'objets peuvent s'en procurer un plus grand nombre à volonté). Chacune de ces piéces eſt percée de trois trous *f*, *f*, *f*, où l'on place

Fig. 545, 546.

pluſieurs objets entre deux verres minces, ou entre deux tales, lorſqu'on veut ſe ſervir des lentilles les plus fortes.

1002 Voici l'uſage de cet inſtrument A A B B. On prend le manche W de l'inſtrument qui eſt repréſenté par la fig. 546, & on le fait entrer dans la vis S fig. 545. On prend l'une des piéces plates ou gliſſoirs d'ivoire *e e*, (ſi l'on veut les nommer ainſi), & on la fait gliſſer entre deux platines minces de cuivre en E, au travers du corps du microſcope, de manière que l'objet que l'on veut voir, ſoit préciſément au milieu; en obſervant de mettre le côté de la platine *e e* où eſt l'anneau de cuivre, de l'autre côté de l'extrêmité A A du microſcope. Enſuite on fait entrer à vis dans l'écroue *o o* qui eſt au bout du microſcope, la 3e, 4e, 5e, 6e, ou 7e lentille M; ce qui étant fait, on approche de l'œil l'extrêmité A A, & pendant qu'on regarde l'objet au travers de la lentille, on fait avancer ou reculer la longue vis D, laquelle ſe mouvant ſur le cuir F que le reſſort ſpiral tient ferme contre elle, portera l'objet à ſa vraie diſtance, & on aura cette diſtance lorſqu'on verra l'objet clairement & diſtinctement: mais comme avec les plus fortes lentilles, on ne peut voir qu'une petite partie de l'objet, comme les jambes ou les pâtes d'une puce, lorſque l'on regarde une partie d'un objet, ſi l'on tient le bout de la platine ou du gliſſoir *e e* qui porte cet objet, & ſi on le meut doucement, on pourra voir tout l'objet ſucceſſivement, ou la partie que l'on voudra, & cette partie que l'on veut voir n'eſt pas à ſa vraie diſtance; on ſe ſouviendra qu'avec la vis D on peut approcher ou éloigner l'objet.

1003. On voit de cette manière tous les objets tranſparents, les pouſſières, les liqueurs, les criſtaux des ſels, les petits inſectes, comme les puces, les mites &c ſi ce ſont des inſectes qui puiſſent s'échapper, ou des objets que l'on veuille conſerver, on pourra les placer entre deux des verres *f f*. Car en ôtant avec la pointe d'un canif ou avec de petites pinces, l'anneau qui arrête les verres *f f* où ſont les objets, ils tomberont d'eux mêmes; de ſorte qu'on pourra placer l'objet entre les deux côtés du trou, & y remettre l'anneau comme auparavant: mais ſi les objets ſont en poudre ou s'ils ſont liquides,

une petite goutte de la liqueur, ou un peu de cette pouſſière placée en dehors du verre *ff*, & appliquée comme ci-devant, ſe verra fort aiſément.

1004. Quant à la premiere, ſeconde & troiſiéme lentilles qui ſont marquées avec un + ſur l'yvoire où elles ſont placées, on ne s'en ſert qu'avec les platines ou gliſſoirs qui ſont auſſi marqués avec un +, & où les objets ſont placés entre deux tales fort minces, parce que l'épaiſſeur des verres dans les autres platines ou gliſſoirs empêche les objets de s'approcher de la vraie diſtance de ces lentilles fortes; mais on s'en ſert de la même maniere que des autres. Il faut ſeulement ſe ſouvenir que l'on doit être attentif en mettant ou en pouſſant la platine ou gliſſoir *e e* qui porte l'objet, ou en le faiſant mouvoir pour paſſer d'un objet à l'autre, de ne pas ſouffrir qu'il frotte votre lentille; ce que vous empêcherez en relâchant un peu le bout de la vis D, lorſque vous placerez ou lorſque vous pouſſerez votre platine, ou que vous la ferez paſſer d'un objet à l'autre.

1005. Pour voir la circulation du ſang aux extrêmités des artéres & veines dans les parties tranſparentes des queues des poiſſons, &c. il y a deux tubes de verre l'un plus grand & l'autre plus petit, tels qu'ils ſont repréſentés en *g g* & où l'on place le poiſſon; lorſque l'on veut faire uſage de ces tubes on relâche le bout de la vis D dans le corps du microſcope, juſques à ce que le tube *gg* puiſſe entrer aiſément dans la petite cavité G de la platine de cuivre arrêtée au cuir F ſous les deux autres platines minces de cuivre en E. Lorſque la queue de votre poiſſon eſt bien étendue dans le tube de verre, il faut la placer vis-à-vis de votre lentille, & en ſerrant ou relâchant la vis D, comme on l'a dit ci-devant, vous pourrez aiſément lui donner ſa vraie diſtance & voir la circulation du ſang avec beaucoup de ſatisfaction.

1006. Si vous voulez voir circuler le ſang dans le pied d'une grenouille, choiſiſſez-en une qui puiſſe entrer exactement dans votre tube, & étendez avec un petit bâton le pied de derriére de la grenouille; enſuite vous l'appliquerez au côté du tube de maniére qu'aucune partie de la grenouille n'empêche la lumière d'éclairer ſon pied; & lorſque vous l'aurez mis dans ſa vraie diſtance, par le moyen de la vis D, comme ci-devant,

vous verrez le mouvement rapide du ſang dans ſes vaiſſeaux, qui ſont en très grand nombre, dans la membrane fixe & tranſparente qui eſt entre les doigts du pied de la grenouille. Pour un pareil objet, la 4e. & 5e. lentilles reuſſiſſent fort bien; mais on peut voir la circulation dans la queue des têtards avec la 6e. & 7e. lentilles, parce que les globules du ſang de ces animaux ſont une fois auſſi gros que ceux des grenouilles & des petits poiſſons, comme on l'a remarqué dans le n°. 280 des Tranſactions Philoſophiques, page 1184

1007. On ne voit pas ſi bien la circulation avec la 1re., 2e. & 3e. lentille, parce que l'épaiſſeur du tube de verre où eſt le poiſſon empêche l'objet de s'approcher du foyer de la lentille.

1008. L'autre inſtrument, fig 546, eſt de cuivre ou de métal de prince avec les charnières P, P, P pour le tourner aiſément de tous les côtés, & de petites pinces G G qui s'ouvrent dans leurs pointes K & qui ſont ſerrées par les deux clous I, I, pour ſaiſir les objets. A l'autre bout de ces pinces G G on fait entrer à vis une piéce ronde de bois noir H avec une piéce d'yvoire en dedans, pour y placer les objets opaques, ſelon leurs différentes couleurs. Au bout L de l'inſtrument il y a une vis dans laquelle on fait entrer le petit tuyau *b* qui porte la lentille. Lorſqu'on veut y employer d'autres lentilles, on y fait entrer un anneau R de cuivre au bout L à vis, & dans cet anneau on fait entrer à vis toutes les autres lentilles M; de ſorte qu'ayant ſaiſi un objet par les pointes de la pince K, ou l'ayant placé à l'autre bout H, on peut très-aiſément (comme on le voit par la conſtruction de l'inſtrument) appliquer cet objet à la vraie diſtance du foyer de chaque lentille M, par le moyen des charnières P, P, P, & de la vis C jointe à la roue D, laquelle étant réglée par un reſſort N, porte l'objet à ſa vraie diſtance pour la viſion diſtincte.

1009. On ne ſe ſert du verre placé dans le petit tube *b* qu'avec cet inſtrument de cuivre ou à la main, pour les plus grands objets, tels que les mouches, les inſectes ordinaires, &c. parce que c'eſt celui qui groſſit le moins. Il faut ſe ſouvenir d'approcher beaucoup de l'œil ſon ouverture *b*

1010. En regardant les objets, il faut bien prendre garde de ne pas empêcher la lumière de les éclairer, par la ſituation

du chapeau, de la perruque ou de tout autre choſe, ſur-tout lorſqu'on obſerve des objets opaques; car on ne verra rien avec les meilleurs verres, ſi l'objet n'eſt pas dans ſa vraie diſtance, & s'il n'eſt pas ſuffiſamment éclairé. La meilleure lumière pour les platines ou gliſſoirs qui renferment l'objet entre deux verres, eſt celle d'un jour ſerein, ou la réflexion des rayons du Soleil par un corps blanc, ou celle de la lumière du jour par un miroir. La lumière d'une chandelle eſt également bonne pour obſerver les plus petits objets, quoique ceux qui n'ont pas la pratique des microſcopes ayent quelque peine à s'en ſervir.

L'unique uſage de la lentille convexe en C (fig. 545) eſt de réunir la lumière ſur l'objet, lorſqu'elle a paſſé par un trou médiocre dans le cuir F.

1011. Pour la commodité de ceux qui veulent deſſiner ou faire une eſquiſſe des objets microſcopiques, on peut leur donner un piedeſtal qui porte ces deux inſtruments, & qui les place au jour convenable; ils peuvent placer ce piedeſtal ſur une table; & après qu'ils ont fixé l'objet & la lumière, chacun peut voir l'objet, ſans avoir la peine & l'embarras de chercher la lumière.

Deſcription du microſcope double de M. *Marſhal*, faite par le Doct. *Harris* dans ſon *Lexicon Technicum*.

1012. L'oculaire eſt en W, l'objectif en C, le verre moyen en A 1; B eſt le couvercle pour défendre l'oculaire de la pouſſière, X eſt la place de l'œil: W une vis qui arrête l'oculaire; A 1 une vis qui arrête le verre moyen; A 2 l'endroit où le tube extérieur A 1 eſt ſéparé de l'intérieur de la même longueur; Z le chaſſis ou la baſe qui ſoutient le microſcope; T un petit tiroir dans cette baſe avec des tablettes en dedans contenant ſix petites cellules pour y tenir autant de différents objectifs qui groſſiſſent les uns plus que les autres, & qui ſont arrêtées dans des piéces de cuivre que l'on peut faire entrer à vis en C. Ces piéces ſont marquées 1, 2, 3, 4, 5, 6, & les cellules ont les mêmes repaires. Le reſte du tiroir contient la platine *a* de l'objet, les petites pinces *b* pour ſaiſir ou tenir un objet; une autre platine *d* pour les objets, dont un côté eſt blanc & l'autre noir, pour y placer les objets blancs ſur le noir & les objets noirs ſur le blanc. M L eſt un genou de cuivre ſur lequel tout le microſcope ſe meut pour le mettre dans la poſition

Fig. 147.

qui convient à la lumière K O eſt un pied quarré de cuivre le long duquel le microſcope peut monter & deſcendre par le moyen du collier E, dans lequel le bras qui tient le microſcope eſt arrêté. G eſt un autre collier de cuivre qui gliſſe en-haut & en-bas ſur le pied K O, ayant une petite vis H par laquelle on l'arrête lorſqu'on le veut à ce pied dans la hauteur requiſe. I eſt une grande noix de cuivre, qui porte dans ſon centre une écroue dans laquelle entre la vis F qui eſt arrêtée dans le collier E. En tournant cette noix I (le collier G étant auparavant arrêté par la vis H) on éleve ou l'on abaiſſe le microſcope le long de ſon pied pour l'approcher ou l'éloigner de l'objet P *c* ; & ce qui eſt encore un plus grand avantage, c'eſt que l'axe du microſcope ſe tient toujours perpendiculaire au point de l'objet ſur lequel on l'avoit d'abord placé ; enſorte qu'ici il n'y a point l'inconvénient qui ſe trouve dans les autres verres où l'on prend ſouvent la vue de l'objet en faiſant monter ou deſcendre par une vis le verre C. F Q eſt une platine de verre pour les objets arrêtés dans un chaſſis de cuivre, dont le bras N N eſt arrêté au pied du microſcope par le moyen de la noix O. Ce bras N N a une fente pour entrer dans ce pied, pour en ſortir & pour s'y arrêter à toutes les diſtances requiſes. P eſt un petit poiſſon ſur la platine de verre pour y voir la circulation du ſang au bout de la queue en *c*. R eſt un verre convexe par le moyen duquel les rayons de lumière d'une chandelle S qui eſt à terre ſe réuniſſent en un petit cercle, pendant que le microſcope eſt au bord d'une table, & ce petit cercle lumineux *c* ſert à rendre plus ſenſible la circulation du ſang. V eſt un cornet de plomb que l'on met ſur le poiſſon pour l'empêcher de remuer ſa queue pendant l'obſervation. 1, 2, 3, 4, 5, 6 ſont des repaires ſur le pied K O du microſcope pour indiquer les diſtances reſpectives des objectifs à l'objet que l'on obſerve, ſelon qu'ils groſſiſſent plus ou moins. Ainſi, par exemple, ſi l'on ſe ſert de l'objectif 5 ou 6 (l'un ou l'autre eſt bon pour voir la circulation du ſang), il faut arrêter le bord ſupérieur du collier E à la marque 5 ou 6 ; alors le microſcope ſera à fort peu près dans ſa vraie diſtance à l'objet, de ſorte qu'avec un ou deux petits tours de la noix I d'un côté ou de l'autre, en le cherchant par expérience, on l'aura bientôt placé à la diſtance qui convient à l'œil.

1013. On peut auſſi par le moyen de ce microſcope examiner très-commodément les liqueurs, car ſi l'on place une petite goutte de quelque liqueur ſur la platine de verre préciſément au milieu du cercle lumineux *c*, on en verra très-clairement les parties, & l'on y découvrira tous les petits inſectes qu'elle pourra contenir. C'eſt ainſi qu'on voit preſque auſſi clairement par ce microſcope que par tout autre, les anguilles du vinaigre, les petits animaux qui ſont dans l'eau, où l'on a fait infuſer du poivre noir, du froment, de l'orge &c. les anguilles & les autres petits animaux de l'eau bourbeuſe.

1014. Il y a ici une choſe que je ne dois pas oublier dans cette occaſion. C'eſt que j'ai vu ſouvent la circulation du ſang avec ce microſcope dans les nageoires de la queue des petits crapauts; & même plus clairement que dans tous les autres animaux: car ces nageoires environnant toute la queue, & ne s'en écartant que fort peu, l'éjaculation du ſang par les artéres, & ſon retour par les veines eſt beaucoup plus prompt que dans les queues des poiſſons; ce qui produit plus de courants, de tours & de retours qu'on n'en peut voir dans aucun autre animal. A quoi je puis ajouter que ces animaux vivent long-tems hors de l'eau, & qu'ils reſtent fort tranquilles. Telle eſt la deſcription du Dr. *Harris*.

1015. Le Dr. *Hook* nous dit dans la préface de ſa Micrographie, que dans la plûpart de ſes obſervations, il s'eſt ſervi d'un microſcope double, en conſervant le grand verre moyen, lorſqu'il vouloit voir tout-à-la fois une grande partie de l'objet, & en le ſupprimant lorſqu'il en vouloit examiner les moindres parties plus exactement. Car moins il y a de réfractions, & plus l'objet paroît clair & brillant. En conſéquence, il nous dit, que les objets paroiſſent plus diſtincts, & plus groſſis par un ſimple globule de verre, préparé comme ci-devant, (art. 987), que par aucun microſcope double. Cependant, il a employé rarement le microſcope ſimple à cauſe de la difficulté qu'il trouvoit à placer les objets auſſi près du globule qu'il eſt néceſſaire

1016. Comme l'ouverture de l'objectif d'un microſcope double doit être fort petite pour rendre l'objet diſtinct, & par conſéquent, il ne peut en recevoir que très-peu de

Moyen d'éclairer les objets microſcopiques.

lumière ; le moyen de remédier à cet inconvénient, eſt d'éclairer l'objet autant qu'il eſt poſſible. Le Dr. *Hook* choiſiſſoit une chambre qui n'avoit qu'une fenêtre du côté du ſud, & à la diſtance de 3 ou 4 pieds de la fenêtre, il plaçoit ſon microſcope double ſur une table, & par le moyen d'un globe de verre plein d'eau, & d'une lentille épaiſſe plan-convexe, il ramaſſoit la lumière ſur l'objet. Ou lorſque le Soleil briloit, il plaçoit un morceau de papier huilé fort proche de l'objet, & avec un grand miroir ardent, il portoit les rayons du Soleil ſur ce papier, de manière qu'il s'en tranſmettoit une grande quantité à l'objet. Mais le papier étant ſujet à prendre feu, lorſque le foyer des rayons du Soleil lui tomboit deſſus, il lui ſubſtituoit quelquefois un morceau de verre plan non poli, mais dégroſſi ſeulement avec du ſable fin ; lequel ne s'échauffant que par degrés, ſouffroit beaucoup plus la chaleur du Soleil que le papier huilé, & par conſéquent tranſmettoit à l'objet plus de lumière. Il dit que par ce moyen la lumière du Soleil étoit répandue plus uniformément ſur les parties de l'objet que ſa lumière directe, qui ne venant que par une ſeule direction, étoit ſi fortement réfléchie par certaines parties de l'objet, qu'elle détruiſoit l'apparence de toutes les autres qui étoient dans l'ombre. Pendant la nuit, il éclairoit ſon objet avec la lumière d'une lampe qui étoit d'abord rompue au travers de ſon globe plein d'eau, (ou de ſaumure claire qui eſt plus réfringente que l'eau), & enſuite réunie en un petit cercle lumineux ſur l'objet, par le moyen d'une lentille plan-convexe. Du côté de la lampe oppoſé au globe, il plaçoit auſſi un miroir concave de métal bien poli pour réfléchir ſur le globe une partie des rayons. Et il dit, que par ce moyen, il pouvoit éclairer un objet avec une petite lampe, autant qu'il étoit néceſſaire, & qu'il a tiré la plûpart des repréſentations qu'il a faites de ces objets, avec la lumière de ſa lampe. Je ne vois pas pourquoi ce Dr. preſcrit toujours l'uſage d'une lentille plan-convexe ; car il eſt évident qu'une lentille doublement convexe réunit un pinceau donné de rayons dans un eſpace beaucoup plus petit, que ne fait une lentille plan-convexe de la même ſphère, parce que ſon foyer principal eſt une fois plus proche de la lentille. Mais après tout, quoi-

qu'un plus grand degré de lumière ſoit d'un grand ſecours pour groſſir beaucoup avec les plus petits objectifs, cependant il obſerve qu'après qu'ils les ont groſſi juſques à un certain point, ils nous laiſſent encore dans l'obſcurité.

Détail des microſcopes de M. Leeuwenhoek par M. Folkes.

1017. Mr. *Leeuwenhoek* au contraire dans toutes ſes obſervations qu'il a continué de communiquer à notre Société Royale, pendant plus de 50 ans de ſuite, ne s'eſt preſque jamais ſervi d'aucun autre microſcope que d'un microſcope ſimple, comme nous l'apprend notre illuſtre Vice-Préſident, *Martin Folkes*, Ecuyer, dans le compte qu'il nous a rendu du légat que Mr *Leeuwenhoek* a fait à notre ſociété de 26 de ces microſcopes. Ceux qui ſe ſont accoutumés à ces obſervations microſcopiques liront avec plaiſir ce détail de Mr. *Folkes*. Je vais en tranſcrire ici une partie. „ Ces microſcopes ſont tous des microſcopes ſimples, qui ne conſiſtent chacun qu'en une petite lentille convexe des deux côtés, placée dans une douille entre deux platines d'argent rivées enſemble & percées d'un petit trou. L'objet eſt placé ſur une pointe ou aiguille d'argent, qui par le moyen d'une vis du même métal peut ſe tourner, s'élever ou s'abaiſſer, s'approcher ou s'éloigner du verre, ſelon que l'œil de l'Obſervateur, la nature de l'objet, & l'examen convenable de ſes différentes parties peuvent l'exiger. Mr. *Leeuwenhoek* fixoit ſes objets, lorſqu'ils étoient ſolides, à cette pointe d'argent avec de la cole, & lorſqu'ils étoient fluides, ou de telle nature qu'on ne pouvoit pas les voir commodément ſans les étendre ſur un verre, il les plaçoit d'abord ſur une petite plaque de talc, ou ſur un verre très-mince, qu'il coloit enſuite au bout de l'aiguille de la même manière que les autres objets. Il eſt vrai que l'obſervation de la circulation du ſang & quelques autres ſemblables, exigent un appareil un peu différent; & il en avoit un convenable pour y fixer dans l'occaſion les mêmes microſcopes. Mais comme cet inſtrument ne fait pas partie de ſon légat, je n'en parlerai pas ici; je dirai ſeulement qu'on en trouve la deſcription dans une lettre à la Société Royale du 12 Janvier 1689, imprimée dans ſon livre *Arcana Naturæ detecta* n°. 96 Je me borne à faire voir l'uſage univerſel de ces microſcopes ſimples, qui me donnent lieu de croire, indépendamment de pluſieurs

autres raiſons, que ce Gentilhomme curieux ne s'eſt ſervi communément, & peut-être uniquement que de ces ſortes de microſcopes dans toutes ſes obſervations, & que nous leur ſommes redevables de ſes découvertes les plus ſurprenantes.

1018. Ses verres ſont tous exceſſivement clairs, & font paroître l'objet très-brillant & très-diſtinct, ce qui vient de la grande attention que ce Gentilhomme avoit dans le choix de ſes verres, de ſon attention à leur donner la vraie figure, & de ce qu'enſuite il ne gardoit pour ſon uſage que ceux qu'il avoit trouvé par expérience être les plus excellents. Leurs forces pour groſſir, étoient différentes ſelon que l'exigeoient les différentes ſortes d'objets; & comme d'un côté, ces verres étant tous des lentilles travaillées, aucune n'étoit auſſi petite, & par conſéquent ne groſſiſſoit pas autant que quelques-unes de ces gouttes qu'on emploie ſouvent dans les autres microſcopes, d'un autre côté la diſtinction que ces lentilles donnoient, ſurpaſſoit beaucoup tout ce que j'ai jamais vu dans les verres de cette eſpèce; & c'étoit là ce que Mr. *Leeuwenhoek* s'étoit toujours principalement propoſé, en rejettant tous les degrés de force par où il ne pouvoit pas auſſi bien parvenir à ce but. Car il nous apprend dans une de ſes lettres, où il parle du grand cas que quelques-uns faiſoient de leurs verres à cet égard, que quoiqu'il eût depuis plus de 40 ans des verres d'une petiteſſe extraordinaire, il ne s'en étoit ſervi que très-rarement, ayant trouvé par une longue ſuite d'expériences, que les découvertes les plus conſidérables devoient ſe faire avec des verres, qui groſſiſſant modérément, repréſentoient l'objet avec le plus de clarté & de diſtinction

1019. Nous ne devons pas oublier le point où il excelloit principalement, qui étoit de préparer ſes objets de la meilleure manière pour les obſerver par le microſcope; & je ſuis bien perſuadé que ſi l'on veut s'appliquer à examiner quelques-uns des mêmes objets, tels qu'ils ſe trouvent encore placés devant ces lentilles, on en ſera très-ſatisfait. Au moins ai-je trouvé tant de difficulté dans cette préparation, que la différence entre les apparences d'un objet que j'avois appliqué moi-même, & du même objet préparé par Mr. *Leeuwenhoek* a été très-ſenſible, quoique je l'aie obſervé avec des verres de la

même

même bonté. J'ai fait cette remarque, afin qu'on ſe gardât bien de condamner avec précipitation aucune des obſervations de ce Gentilhomme, quand même on ne pourroit pas parvenir à les vérifier avec ſes propres verres. Nous avons un grand déſavantage, en ce qu'il a beaucoup plus d'expérience que nous; & il nous a lui-même averti, que ceux qui ſeront le plus exercés dans l'uſage de ces lentilles pourront ſe méprendre, s'ils précipitent leur jugement ſur ce qui paroît à leurs yeux avant que de s'en être aſſurés par des expériences réitérées. Mais nous avons vu un ſi grand nombre de ſes découvertes les plus ſurprenantes, qui ont été parfaitement confirmées par les Obſervateurs les plus curieux & les plus judicieux, que nous n'avons ſurement aucune raiſon de nous défier de ſon exactitude dans toutes les autres qui n'ont pas été examinées auſſi fréquemment ou avec tant de ſoin. Tel eſt le rapport de Mr. *Folkes*.

Application du micromètre aux microſcopes doubles.

1020. Ceux qui ſont curieux d'avoir des peintures exactes des objets qui paroiſſent dans le microſcope double, peuvent tirer un grand avantage d'un réticule de fils d'argent, ou d'un verre plan, avec des lignes tracées à la pointe d'un diamant, en plaçant l'un ou l'autre au foyer de l'objectif, & tranſportant les parties de l'objet qui paroiſſent ſur les quarrés du reticule, dans les quarrés correſpondants d'un réticule ſemblable tracé ſur le papier. Il peut être auſſi fort utile aux recherches philoſophiques de connoître les meſures exactes des divers vaiſſeaux, & autres parties des animaux & des végétaux, & l'on peut les trouver fort exactement, comme Mr. *Baltha-ſars* l'a obſervé dans ſon petit traité ſur les micromètres, par le moyen d'un micromètre, ſemblable à ceux dont on ſe ſert dans les téleſcopes. Car en ouvrant les fils du micromètre, de manière qu'ils contiennent exactement un objet d'une longueur connue; par exemple, un dixième d'un pouce, & obſervant le nombre des révolutions de cette ouverture, on trouvera le diametre de tout autre objet, qui répond à un nombre connu de révolutions, en y employant la regle de trois.

Manière de meſurer les objets microſcopiques par le Dr. *Jurin*.

1021. Mais l'ingénieux Dr. *Jacques Jurin*, dans ſes excellentes Diſſertations ſur des ſujets Phyſico-Mathématiques p. 45,

nous a appris une manière très-exacte & très-facile de faire la même choſe, même ſans micromètre. Premièrement il entortille un fil d'argent très-fin, un grand nombre de fois, autour d'une épingle ou d'un cylindre délié, d'une manière ſi ſerrée qu'il ne laiſſe aucun intervalle entre les tours, ce qu'il examine avec ſoin par le moyen d'une loupe qui groſſit beaucoup. Enſuite il prend l'intervalle des tours les plus extérieurs entre les pointes d'un compas fin; & il applique cette ouverture à une échelle diagonale de pouces. En diviſant cette meſure par le nombre des tours qu'elle contient, il parvient à connoître l'épaiſſeur du fil. Alors il le coupe en très-petits morceaux, & les diſperſant ſur la platine objective, il y place l'objet en deſſus, s'il eſt tranſparent, ou en deſſous, s'il eſt opaque, & il compare avec ſon œil les parties de l'objet avec l'épaiſſeur des fils qui s'y trouvent contigus.

Appliquée aux globules du ſang.

1022. C'eſt ainſi qu'il obſerva que 4 globules du ſang humain couvroient ordinairement l'épaiſſeur d'un fil qui étoit par ſon obſervation $\frac{1}{100}$ partie d'un pouce, & que par conſéquent le diamètre d'un globule ſeul eſt $\frac{1}{400}$ partie d'un pouce. Ce qui fut auſſi confirmé par les obſervations que fit Mr *Leeuwenhoek* avec un morceau du même fil que le Dr. *Jurin* lui avoit envoyé. *Tranſ. Phil. n°. 377.*

Autres obſervations ſur les globules du ſang par le Dr. Jurin.

1023. Nous ſommes auſſi redevables à ce ſçavant & judicieux Gentilhomme, mon bon ami, de deux autres obſervations microſcopiques, qui corrigent deux erreurs vulgaires. La première eſt qu'on a cru que les globules du ſang étoient plus légers que la ſéroſité; ce qui a donné lieu à une autre erreur, ſçavoir qu'ils contiennent ou de l'air ou quelque autre fluide élaſtique. J'ai placé ſouvent, dit le Dr., une goutte de ſéroſité ſur une glace bien propre devant un microſcope, où j'avois diſſous une très-petite quantité de ſang, & j'ai obſervé que lorſque je tenois la glace dans une ſituation perpendiculaire, les globules du ſang deſcendoient au bas de la goutte, & qu'en renverſant le verre, ils deſcendoient encore en bas au travers de la ſéroſité. J'ai eu auſſi le même ſuccès avec une petite quantité de ſéroſité & de ſang dans un tube capillaire. Le fameux Mr *Leeuwenhoek* a auſſi obſervé la même choſe. Il n'eſt donc nullement probable que les globules du ſang ſoient des veſſies pleines d'air, ou de quelque autre fluide plus leger

que la ſéroſité. Et l'on verra par l'expérience ſuivante, qu'ils ne ſont remplis d'aucun fluide élaſtique. J'ai fait diſſoudre dans une petite quantité de ſéroſité, aſſez de ſang humain, pour que les globules ne fuſſent pas trop proches les uns des autres, & qu'on pût les voir bien diſtinctement. Enſuite ayant verſé une petite goutte de cette liqueur dans un petit tube de verre, j'appliquai le tube à une machine pneumatique, & je plaçai un microſcope à côté, de manière que je pouvois voir les globules au travers du tube. Ce qui étant fait, je fis pomper l'air du tube, ayant toujours l'œil ſur les globules pendant tout le tems, pour obſerver s'ils ſe dilateroient à meſure que l'air ſe retireroit; mais je ne pus pas y remarquer la moindre altération Ils paroiſſoient avoir exactement la même groſſeur dans le vuide qu'ils avoient auparavant. Au lieu que s'ils avoient été remplis de quelque fluide élaſtique, ou ils ſe ſeroient rompus, ou bien, ils ſe ſeroient dilatés au moins 70 ou 80 fois plus qu'auparavant. Ayant enſuite tourné le robinet & fait rentrer l'air dans le tube, les globules du ſang conſervérent la même groſſeur qu'ils avoient dans le vuide. Tel eſt l'expoſé du Dr. *Jurin. Tranſ Phil. n°.* 361.

1024. Dans ce microſcope conſtruit par Mr. *Culpeper*, & par Mr. *Scarlet*, le tube intérieur *a b* qui gliſſe dans l'extérieur *c d*, contient tous les verres. L'oculaire eſt en *a a*, le grand verre moyen en *b b*, & l'objectif eſt arrêté dans un petit tube *e*, qui entre à vis au bout d'un tube plus étroit que les précédents, *f g*, lequel étant fixé à la baſe du tube intérieur, paſſe librement par un trou percé dans la baſe du tube extérieur. Les petits tubes qui contiennent les différents objectifs ſont marqués 1, 2, 3, &c & la convexité du tube intérieur eſt auſſi marquée par des cercles ponctués & numerotés 1, 2, 3, &c. pour pouvoir faire convenir avec l'ouverture *c c* du tube extérieur, le cercle dont le numero eſt le même que celui de l'objectif dont on veut ſe ſervir. Mais ſi l'objet ne paroît pas encore tout-à-fait diſtinct, on relâchera peu à peu le petit tube *e* de ſon écroue *f g* pour approcher davantage le verre de l'objet qui eſt en deſſous. On connoît parmi ces verres ceux qui groſſiſſent le plus, en ce qu'ils ont une ouverture plus petite.

Microſcope double où les objets ſont éclairés par réflexion.

Fig. 148.

1025. La baſe *d d* du tube extérieur eſt ſupportée par trois

pieds de cuivre arrêtés dans un piedeſtal *h* ; & un peu au-deſſous de l'objectif *f*, on place une platine circulaire *i k*, comme un petit théâtre entre les trois pieds. Elle a trois échancrures demi-circulaires dans ſa circonférence pour y recevoir les pieds, & s'y arrêter ſur trois anneaux qui les environnent. On place trois petits cercles de cuivre *m n* avec des trous au milieu ſur le trou *k* qui eſt au milieu du petit théâtre ; & alors on peut mettre la platine d'ivoire *o o* entre les deux cercles les plus élevés, qui ſont preſſés l'un contre l'autre par un fil de fer ſpiral à reſſort, lequel eſt logé entre les deux cercles inférieurs ; les deux extérieurs étant liés enſemble par trois petits piliers qui paſſent par trois trous dans la circonférence du cercle moyen. Pour voir la circulation du ſang, on fait paſſer dans une rainure *i* du petit théâtre le bouton *p* qui eſt au côté inférieur du chaſſis d'un grand verre plan *q r*, & l'on pouſſe en dedans une petite platine qui eſt ſous le théâtre juſques à ce qu'une rainure plus petite qui y eſt faite, embraſſe le cou dudit bouton ; alors le poiſſon étant placé ſur ce verre & couvert de la plaque *r*, on peut mettre ſa queue exactement ſous l'objectif, en faiſant tourner le verre *p q* autour du bouton, ou en le pouſſant en dedans ou en dehors le long de la rainure *r*. La platine circulaire objective *v x* a un bouton ſemblable à ſon centre, qui doit entrer dans la même fente que ci-devant ; & alors les différents objets placés entre deux tales dans les trous pratiqués tout autour de la circonférence de cette platine, pourront être obſervés ſucceſſivement en tournant la platine autour de ſon centre.

1026 Tous ces objets tranſparents ſont très-bien éclairés dans ce microſcope, ſoit par la lumière de la chandelle, ou par celle du jour réfléchie en-haut par un miroir concave de verre *y z* placé dans un chaſſis ſur le centre *h* du piedeſtal. Lorſqu'on regarde l'objet avec le microſcope, on fait tourner ce miroir concave ſur ſes poles horizontaux *y*, *z*, & l'on trouve bientôt la poſition dans laquelle il réfléchit le plus de lumière ſur l'objet par le trou *k* ; ce qui arrive lorſqu'il renvoie les rayons très-obliquement. Les objets opaques, étant placés ſur une platine noire d'ébene, ou ſur une platine blanche d'ivoire, placée dans le trou *k* ſur le petit théâtre, peuvent être éclairés par la lumière d'une chandelle, tranſmiſe au

340 ft

548.

549.

May 18

Aou. 20.

Nov 19.

E F G H I

Jun 10.

Sep. 12.

travers d'une lentille double convexe « β; le pied γ du chaſſis «βγ où elle tourne, entre dans le trou *l* du théâtre. On doit placer la chandelle dans une ligne menée de l'objet par le milieu de cette lentille, à telle diſtance que le petit cercle lumineux qu'elle produit ſur la platine objective, ſoit le plus étroit qu'il eſt poſſible. Pendant le jour cette lentille ne donne que peu ou point d'avantage à la lumière directe du jour.

Eſſai d'un microſcope de réflexion.

1027. N'ayant pas tout ce qu'il me falloit pour un microſcope de réflexion, je fis avec celui-ci les épreuves dont j'ai parlé dans l'article 758. J'en ôtai le miroir de verre concave & ſon chaſſis *b y z*. Je cimentai le deſſous d'un métal concave A B au haut d'un petit cylindre de bois C d'environ un pouce de long. Je plaçai ce cylindre dans un tube de cuivre D, dont les côtés étoient coupés pour faire reſſort contre le cylindre C, & le ſoutenir dans toutes les hauteurs données. Enſuite je fis entrer le bas de ce tube dans le centre du piedeſtal, par le moyen d'une vis, dont la tête étoit en deſſous. Je plaçai mon objet au-deſſus du trou *k* ſur le verre plan *q r* deſtiné à porter le poiſſon; & je l'éclairai pendant la nuit avec une chandelle, dont la lumière ſe rompoit au travers de la lentille «β: après quoi, ayant ôté l'objectif & la grande lentille moyenne *b b*, j'ajuſtai la diſtance de l'oculaire *a a* au miroir concave, en élevant ou en abaiſſant le tube intérieur qui le portoit, ou en inſérant un tube plus long. Je crois que ces expériences auroient mieux réuſſi, ſi j'avois environné le métal de réflexion d'un tube large & lâche, noirci en dedans, & qui ſe ſeroit étendu du piedeſtal en-haut, vers le trou *k*, ſous la platine objective, pour exclure toute autre lumière qui pouvoit tomber ſur le métal, excepté celle qui venoit de l'objet.

Fig. 548, 549.

REMARQUES.

Comparaiſon des différens moyens d'éclairer les objets microſcopiques, les peintures de la lanterne magique, &c. & de la force des verres & des miroirs pour bruler. Sur l'art. 1018.

PROPOSITION.

Soit QR *l'image d'un objet lumineux* QR, *formée par la réflexion d'un miroir concave ou par la réfraction d'une lentille convexe ou d'une ſphère* AC, *dont* Fig. 550, 551.

le centre eſt E, *le foyer principal* F, *l'arc* QFCE *& la demi-ouverture* AC; *& ſoit une perpendiculaire* FG *à l'axe qui coupe le rayon le plus extrême* QA *en* G *je dis que la clarté des diverſes peintures qui ſera à fort peu près en raiſon directe de* FG² *& inverſe de* FE².

Car ſans avoir égard aux petites pertes de lumière par les diverſes réflexions & réfractions, la quantité reçue au point q eſt à fort peu près comme $\frac{AC^2}{CQ^2}$ (art. 58), & par conſéquent la quantité de lumière dans toute la peinture qr eſt comme $\frac{AC^2}{CQ^2} \times QR^2$ ou comme $\frac{FG^2}{FQ^2} \times QR^2$. Mais l'aire de la peinture eſt comme $qr^2 = \frac{Fq}{FQ} \times QR = \frac{FE}{FQ} \times QR^2$, parce que dans le miroir concave de réflexion nous avons Fq FE :: FE FQ (art. 107), & par conſéquent Eq EQ :: FE FQ, & dans la ſphere & la lentille nous avons Qq QI :: QE QF (art. 239), & par conſéquent Fq FQ :: FE FQ. Donc la clarté de la peinture ou la denſité des rayons dans ſon aire, étant en raiſon directe de leur quantité & en raiſon inverſe de l'aire, elle ſera comme $\frac{FG}{FE}$ à fort peu près, & plus exactement à meſure que l'ouverture ſera plus petite & l'objet plus éloigné.

Coroll. 1. Dans un miroir donné, une lentille ou une ſphere, la clarté de la peinture d'un objet donné eſt comme FG, & par conſéquent elle augmente continuellement avec la diſtance de l'objet lumineux au foyer F.

Coroll. 2. Si l'objet lumineux eſt fort éloigné, & que les ouvertures de différents miroirs, lentilles & ſpheres ſoient égales entr'elles, les degrés de clarté des différentes peintures qu'elles formeront, ſeront réciproquement comme les quarrés des diſtances à leurs foyers à fort peu près.

Coroll. 3. Par conſéquent ſi les différentes ouvertures ſont des portions égales de ſpheres égales, les degrés de clarté des différentes peintures formées par un miroir concave, par un verre double convexe, par une ſphere de verre & par un verre plan-convexe ſeront reſpectivement comme les quarrés de la progreſſion harmonique 12, 6, 4, 3, parce que les diſtances reſpectives des foyers ſont $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}$ du diamètre de la ſphere donnée, par les art. 105, 235, 237, & que les termes reciproques d'une progreſſion arithmetique ſe nomment progreſſion harmonique.

Coroll. 4. Donc le miroir concave a un grand avantage ſur la ſphere & ſur les lentilles pour éclairer les objets microſcopiques, auſſi bien que pour brûler les matieres par les rayons du Soleil, quoique ce ne ſoit pas en auſſi grande proportion, comme on le verra par le corollaire ſuivant.

Coroll. 5. Quoique les rayons dans deux peintures du Soleil formées par des miroirs ſemblables, ſoient également denſes, cependant la peinture formée par le plus grand miroir, étant à proportion plus grande, il brûlera les matieres avec plus de violence que le plus petit miroir, parce que les particules embraſées de la matiere ſe communiqueront mutuellement leur chaleur, & lorſque les miroirs ſont ſemblables, les aberrations des rayons à l'égard des foyers des peintures ſeront auſſi ſemblables (art. 337).

COURS COMPLET D'OPTIQUE.

LIVRE IV.

TRAITÉ PHILOSOPHIQUE.

CONTENANT L'HISTOIRE DES DÉCOUVERTES TÉLESCOPIQUES FAITES DANS LE CIEL.

CHAPITRE PREMIER,

Découvertes téleſcopiques dans le Soleil.

1028. EN 1610 *Galilée* fit la première découverte des taches du Soleil après qu'il eut achevé ſon téleſcope ; & contre l'opinion reçue de l'état inébranlable des cieux, il ſoutint que ces taches étoient compoſées d'une eſpèce de matière qui ſouffroit de très grandes & ſubites altérations; qu'elles étoient adhérentes au Soleil, qui les entraînoit autour de ſon axe dans l'eſpace d'environ un mois, il crut au commencement, que cet axe étoit perpendiculaire au plan de l'orbite annuel de la terre, parce que les routes des taches paroiſſoient ſur le Soleil comme des lignes droites paralleles à ce plan : ce qui arrivoit alors par une direction particulière du mouve-

Découverte des taches du Soleil par *Galilée*.

ment d'ondulation de ces taches ſur la ſurface du Soleil, comme il le conclut bientôt après, en conſéquence des altérations viſibles dans leurs figures & ſituations, les unes à l'égard des autres, lorſqu'il en paroît pluſieurs à la fois; & delà, il conclut que la route générale des taches étoit fréquemment un peu variée; tout de même que les nuages paroîtroient ſe mouvoir parallélement entr'eux & à l'équateur, aux yeux d'une perſonne qui verroit la terre d'une grande diſtance, & ils lui paroîtroient avoir la vîteſſe uniforme de la révolution diurne de la terre, à moins qu'ils ne fuſſent un peu détournés de cette courſe régulière, en flottant dans l'atmoſphére.

1029. J'ai dit qu'au commencement il crut que le mouvement apparent des taches du Soleil étoit rectiligne & parallele à l'écliptique; mais un ou deux ans après, ayant obſervé le paſſage entier d'une grande tache, & ayant marqué ſa place à midi, jour par jour, ſur un papier circulaire qui répondoit au diſque du Soleil, il trouva que ſa route étoit un peu courbe, & il en conclut que l'axe du Soleil étoit un peu incliné au plan de l'écliptique.

1030 Le bruit de cette découverte excita bientôt les autres à faire de pareilles obſervations, & occaſionna quelques diſputes ſur la nature de ces taches. Ceux qui ſoutenoient l'opinion d'*Ariſtote* ſur l'état inaltérable du Ciel, prétendirent que ces taches étoient des illuſions du téleſcope, ou que ſi elles étoient réelles, ce ne pouvoit être qu'un grand ſyſtême de Satellites, qui comme Venus & Mercure tournoient autour du Soleil dans des cercles ſi petits, que même dans leurs plus grandes digreſſions du Soleil, ils étoient totalement obſcurcis par la vivacité de ſes rayons, & que par conſéquent ils n'étoient jamais viſibles que comme des taches ſur ſon diſque dans le tems de leurs conjonctions inférieures avec le Soleil.

1031. *Galilée* oppoſa à cette hypothéſe deux phénomènes; le premier qu'on avoit obſervé pluſieurs taches qui étoient ſorties du milieu preſque du diſque du Soleil, que d'autres y avoient diſparu, ou à quelque diſtance du limbe Ce qui fait voir clairement qu'elles ſont engendrées & diſſoutes. Car ſi elles ſe préſentoient à nos yeux ſans génération & diſſolution, leur entrée dans le limbe du Soleil, & leur ſortie ſeroit toujours viſible.

1032. En

1032. En ſecond lieu, par les changements de leurs vîteſſes & figures apparentes qui étoient conſtamment réguliers & exactement conformes aux regles de l'Optique, il concluoit qu'elles étoient contigues à la ſurface du Soleil, en voyant qu'immédiatement après leur entrée & un peu avant leur ſortie, leurs mouvements apparents ſur le diſque étoient d'une lenteur exceſſive, & qu'au milieu du diſque, ils avoient une grande vîteſſe; que leurs figures étoient oblongues & déliées auprès du limbe, mais qu'elles devenoient plus larges & plus rondes vers le milieu du diſque; que ces variations de vîteſſe & de figures étant bien obſervées & calculées, s'accordoient exactement avec les mouvements & poſitions des taches adhérentes au Soleil, & qu'elles differoient extrêmement de leurs mouvements dans des cercles concentriques, même en les ſuppoſant à de très-petites diſtances de la ſurface du Soleil Outre cela, dit-il, ſi ces taches étoient des corps ſphériques comme les autres planetes & ſatellites, elles paroîtroient toujours rondes, même au bord du diſque, tout comme au milieu, puiſque c'eſt une propriété particulière au corps ſphérique, de paroître toujours ſphérique. Donc la contraction apparente des taches vers le bord du diſque, & leur dilatation vers le milieu, démontrent clairement que c'eſt une eſpèce de matière, dont l'épaiſſeur eſt fort petite en comparaiſon de la longueur & de la largeur, & que par conſéquent, c'eſt quelque choſe d'adhérant à la ſurface du Soleil, ou qui flotte ſur cette ſurface

1033 On voit par ce que l'on vient de dire, que *Galilée* a fait la découverte complette de tout ce que nous ſçavons à préſent de la nature & des propriétés de ces taches; ce que les autres ont ajouté depuis, n'eſt qu'une détermination plus exacte de la poſition de l'axe du Soleil, & du tems périodique de ſon mouvement autour de ſon axe, ce que nous n'aurions jamais connu s'il n'avoit pas eu des taches viſibles.

Inclinaiſon de l'axe & de l'Equateur du Soleil à l'écliptique.

1034. Si l'on conçoit une perpendiculaire *a b* au plan de l'orbite annuelle de la terre *e f g h i k l m*, qui paſſe par le centre *c* du Soleil, il ſuit du mouvement apparent & curviligne des taches du Soleil, que ſon axe *p c o* fait avec la perpendiculaire *a c b* un angle de 7 ½ degrés, & qu'un plan qui paſſe par l'axe *p o*, & par la perpendiculaire *a b* coupe l'écliptique. Fig. 554

que au 8e. degré des poiſſons du côté du pole Nord p du Soleil, & par conſéquent au 8e. degré de la vierge du côté du pole ſud a. *Scheiner* trouve l'angle $a\,c\,p$ de 7 degrés, & *Caſſini* de 8. Mais il prit le milieu de $7\frac{1}{2}$. Dans le reſte, ils ſont d'accord.

1035. Par conſéquent, le plan de l'équateur du Soleil $a\,q$ eſt incliné au plan de l'orbite de la terre de $7\frac{1}{2}$ degrés, & étant prolongé, il coupera l'orbite en deux points oppoſés e, i, où la terre étant arrivée, l'équateur du Soleil paroîtra à un œil placé dans l'orbite de la terre, comme une ligne droite ſur ſon diſque. Par conſéquent, ſi la terre s'arrêtoit en e ou i environ quinze jours, une tache qui ſeroit ſur l'équateur du Soleil, paroîtroit décrire un diamètre de ſon diſque, qui feroit avec l'écliptique un angle de $7\frac{1}{2}$ degrés.

1036. Mais pendant que la terre ſe meut dans ſon orbite de e vers g, ou de i vers l, la diſtance perpendiculaire de l'œil du ſpectateur au plan de l'équateur ſolaire prolongé, augmente continuellement, & par conſéquent la projection viſible de l'équateur ſolaire ſur ce diſque (ou ſur un plan parallele au diſque), devient elliptique & toujours plus grande, & lorſque l'œil arrive en g ou l, cette projection eſt une ellipſe dont le grand axe eſt au petit comme le rayon au ſinus de $7\frac{1}{2}$ degrés, ou comme 100 à 13; parce que deux lignes menées de g ou l à a ou q ſeront à fort peu près perpendiculaires à $a\,b$.

1037. Les 8 figures en E, F, G, H, I, K, L, M repréſentent les courbures & poſitions de l'équateur ſolaire, vu ſur ſon diſque $a\,e\,b\,q$ des points e, f, g, h, i, k, l, m de l'orbite de la terre, aux jours marqués aux côtés de ces figures, & tirées des lieux apparens du Soleil dans le 8e degré de ♉, ♌, ♑, ♓, auſſi bien que des jours intermédiaires des ſolſtices & des équinoxes pour le ſiécle préſent.

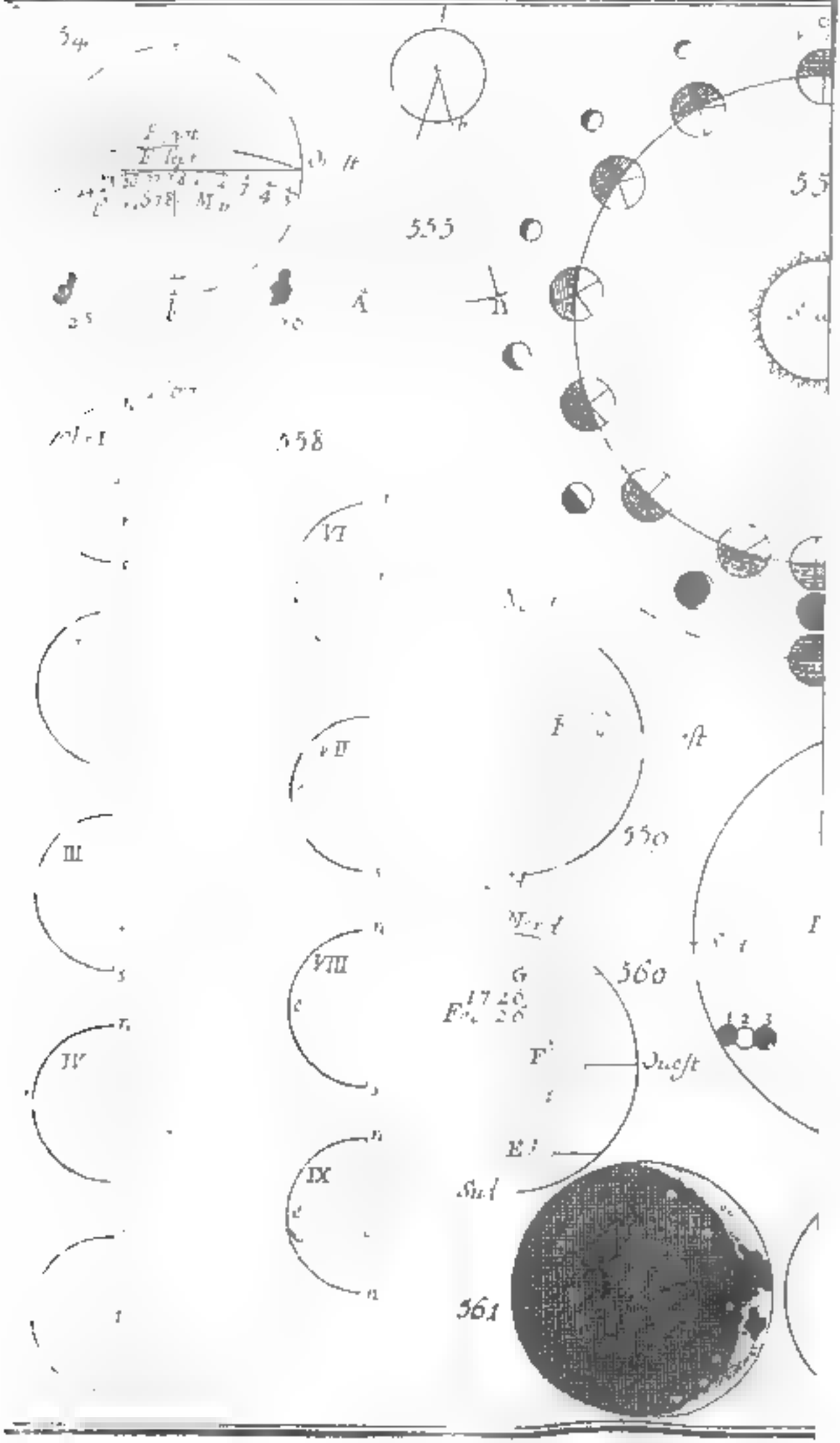
Route apparente des taches du Soleil dans un tems donné.

1038. Dans ces 8 jours le plan du méridien du lieu d'un Obſervateur, coupe le diſque du Soleil à midi dans la ligne $m\,n$, dont on trouvera la poſition & l'inclinaiſon avec l'écliptique, & avec ſon axe $a\,b$ pour ces jours là, telle qu'elle eſt repréſentée ici, en cherchant le lieu du Soleil dans l'écliptique d'un globe, en le conduiſant au méridien, & obſervant l'angle & la poſition de ce méridien avec cette partie de l'écliptique.

1039. Auſſi en ſe tournant vers le ſud, & tenant le dia-

346 A

1.5.25


554
555
558
VI
VII
III
VIII
IV
IX
550
560
561
I
1 2 3

mètre *m n*, qui appartient à chacun de ces 8 jours en ligne droite, enſorte que notre œil puiſſe le voir dans ſon méridien, la ligne *x q* marquera la figure & la poſition apparente de l'équateur du Soleil, par rapport à ſon diamètre vertical *m n* à midi de ce jour là; & en tenant le diamètre *m n* dans le plan d'un autre cercle horaire qui paſſe par le centre du Soleil, on aura la poſition de ſon équateur & de ſes paralleles pour toutes les heures de ces 8 jours. Ce qui ſuffit pour donner une idée du cours des taches du Soleil, non-ſeulement pour ces jours particuliers, mais pour tout autre jour intermédiaire de l'année.

Comment on obſerve le cours d'une tache.

1040. On peut examiner par ſoi-même l'accord de cette théorie, avec le cours de quelque tache, en l'obſervant jour par jour, avec un téleſcope garni de 4 fils bien déliés à ſon foyer, faiſant entr'eux des angles égaux de 45 degrés, & placés en telle poſition, par rapport à la route du mouvement diurne de Soleil, que ſon limbe ſupérieur ou inférieur touche l'un de ces fils comme *o p*, & ſe meuve le long de ce fil. (art. 874). A l'inſtant où le bord précédent du Soleil arrive au fil *o q*, perpendiculaire à *o p*, & qu'il le touche en *r*, imaginez-vous que ſon mouvement eſt arrêté juſques à ce que vous ayez tracé ſon diamètre *r s*, & par la tache *t* la ligne *x v x* perpendiculaire à *o q*, qui la coupe en *v*, & l'un des fils obliques en *x*. Enſuite en obſervant le nombre des ſecondes que la tache *t* emploie pour aller de *v* en *x*, & le point *t* en *r* par le mouvement uniforme du Soleil, vous aurez trois nombres proportionnels aux lignes *r s*, *t v*, *v x* ou *v o* par où la poſition de la tache ſera déterminée, par rapport au diamètre *r s*, auquel le diamètre *m n* eſt perpendiculaire dans cette figure & dans les précédentes, étant une portion d'un cercle horaire, & en répétant cette obſervation jour par jour, vous trouverez autant de points que vous voudrez de la route de cette tache; mais quelque exactes que ſoient les obſervations, ces points ne formeront jamais une portion exacte d'une ellipſe, ni d'une ligne droite; parce que tandis que la terre ſe meut ſur ſon orbite, la poſition de l'œil de l'Obſervateur, par rapport au cercle décrit par la tache en tournant autour de ſon axe, change continuellement. Mais ſi l'on détermine

Fig. 153.

un nombre correſpondant de points de la route des taches ſur les principes de la théorie, ils s'accorderont parfaitement avec la poſition des points obſervés. On en peut voir pluſieurs exemples dans les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences. J'en donnerai ſeulement ici un.

Obſervation qui confirme la théorie précédente. Recueil des Mém. de l'Acad. tom. X, p. 601.

1041. En 1678. Fév. 25. N. S. à 8 heures du matin Mr. *Caſſini* vit dans le Soleil une tache environnée d'une eſpèce de nuage à l'ordinaire, & tellement avancée ſur ſon diſque, qu'il jugea qu'on auroit pu la voir 3 jours auparavant, ſi le Ciel avoit été ſerein. Elle étoit un peu au-deſſous de l'écliptique dans le diſque, & à 8 heures 40, ſa diſtance au bord oriental du Soleil fut $\frac{1}{2}$ du diamètre du diſque. Le même jour le pole ſud du Soleil arriva à ſa plus grande élévation $b\sigma$ de $7\frac{1}{4}$ degrés par-deſſus le bord méridional du diſque; ce qui arrive toujours lorſque le Soleil eſt dans le 8e. degré des poiſſons. Par conſéquent, l'équateur du Soleil fut auſſi élevé de $7\frac{1}{4}$ degrés par-deſſus l'écliptique du diſque, & la tache étoit alors environ autant au-deſſous de l'équateur du diſque; d'où il conclut qu'elle paſſeroit fort près du centre du diſque le 28 Février, comme on le voit dans la figure, qu'il en avoit tracé d'avance. Selon cette prédiction le 28 Février à 9 heures 30′ du matin, il vit le côté ſeptentrional de la tache au centre du diſque, & à la même heure des jours ſuivants le matin, il vit la tache dans les mêmes points qu'il a marqués dans ſa figure; ce qui confirme parfaitement les élémens de ſa théorie; ſçavoir, que l'axe du Soleil étoit alors incliné de $7\frac{1}{4}$ degrés au plan de ſon diſque, que la tache étoit adhérente à la ſurface du Soleil, & faiſoit une révolution apparente autour du centre du diſque en $27\frac{1}{4}$ jours.

Fig. 154.

Tems périodique de la révolution apparente d'une tache.

1042. En 1639 *Scheiner*, Jéſuite Allemand, fit paroître ſon Livre intitulé, *Roſa Urſina*, contenant, dit-il, près de 2000 obſervations des taches du Soleil pendant 20 ans de ſuite; & dans cet intervalle, il en vit ſouvent plus de 50 tout à la fois; mais les 20 ans d'après, entre 1650 & 1670, à peine en parut-il une (*Tranſ. Phil. n°.* 75). Il trouva que pluſieurs de ces taches avoient à peine ſurpaſſé 25 jours dans leur révolution apparente, depuis un point donné du diſque, juſques au même point; que d'autres y avoient employé 27

jours, & quelques autres près de 28. La révolution apparente réſulte de la combinaiſon de trois mouvements différents ; celui du Soleil autour de ſon axe qui eſt ſans doute uniforme, de la terre autour du Soleil, dont les variations ſont régulières & connues, & de la tache ſur la ſurface du Soleil, dont les irrégularités ſont inconnues.

Puiſque le mouvement du Soleil autour de ſon axe & de la terre autour du Soleil, ont la même direction, il ſuit que vers le ſolſtice d'été où la terre ſe meut plus lentement, le tems périodique de la révolution d'une tache, par rapport à une ligne qui joint les centres du Soleil & de la terre, eſt le moindre de tous, tout le reſte étant égal; & que le tems eſt le plus grand vers le ſolſtice d'hyver, lorſque la terre ſe meut le plus vîte. Mais la différence des tems qui vient de cette cauſe, ne peut pas ſurpaſſer 4 heures, & par conſéquent la plus grande partie de la différence dans les périodes dont on a parlé ci-devant, doit venir d'un mouvement de libration des taches ſur la ſurface du Soleil *Scheiner* & *Caſſini* le fils (*Mém de l'Acad.* 1703), ont auſſi obſervé que les tems périodiques des taches les plus proches de l'équateur ſont plus courts que ceux des taches plus éloignées, & *Caſſini* le pere a obſervé une propriété ſemblable dans les taches de Jupiter. (*Mém. de l'Acad* 1692).

1043. Ces irrégularités paroiſſent occaſionner de grandes difficultés pour déterminer le tems de la révolution exacte du Soleil autour de ſon axe; néanmoins *Caſſini* le Pere, voyant que pluſieurs grandes taches avoient ſouvent paru & diſparu préciſément dans le même parallele à l'équateur du Soleil, crut qu'il y avoit quelques endroits particuliers dans le Soleil, ou même pluſieurs, qui étoient propres en certains tems à fournir la matière de ces taches; que ſi cela étoit, elles devoient rarement s'écarter de leur origine : tout comme les fumées du mont *Etna*, ſi elles étoient vues du Soleil au tems de leur plus grande éruption, elles y paroîtroient comme une tache ſur le diſque de la terre, qui reviendroit conſtamment à la même ſituation après chaque 24 heures à fort peu près, quelquefois un peu plutôt, & d'autres fois un-peu plus tard,

ſelon que le vent pouſſeroit les fumées à l'Eſt ou à l'Oueſt de la montagne. Il fit réflexion alors, que ſi cette comparaiſon pouvoit s'appliquer au Soleil, le tems périodique apparent d'une tache, qui ſeroit preſque fixée à une certaine région du Soleil, ſeroit à fort peu près celui du Soleil même, & que ce ſeroit la meſure commune de pluſieurs grands intervalles de tems, entre les apparences des taches dans le même lieu apparent de leur parallele. En conſéquence de cette hypothéſe, par la comparaiſon de pluſieurs obſervations éloignées, il trouva que la meſure commune de pluſieurs intervalles ſemblables étoit 27. j. 12 heures 20′ à fort peu près (*Rec. de l'Acad. T. X. p. 727*).

1044. Par exemple, entre l'une de ſes obſervations du 14 Mai N. S. 1684, & une autre du 29 Avril 1686, il s'étoit paſſé 715 jours, c'eſt-à-dire, 26 fois 27 $\frac{1}{2}$ jours; de plus, en diviſant les jours entre la première de ces obſervations, & une autre du 13 Mai 1688 par 54 révolutions, le quotient lui donna 27 jours 12 heures 40′ pour une révolution moyenne, & en prenant le milieu entre celle-ci & la première, on trouve 27 jours 12 heures 20′; quoiqu'il eût obſervé qu'une ſeule révolution de quelques-unes de ces taches avoit été de 27 $\frac{3}{4}$ jours, de quelques autres 27 $\frac{1}{2}$, & d'autres 27 $\frac{1}{4}$.

1045. En comparant les meilleures obſervations faites par *Scheiner* & par *Hevelius* en 1625 & 1644 dans le mois de Mai, avec celles de *Caſſini* le Pere, dans le même mois, & dans le même parallele, en 1684, 1686, 1688, on trouve que la révolution moyenne eſt de 27 jours 12 heures 20′. On peut donc attribuer cette période au Soleil même, plutôt qu'à toute autre cauſe, puiſque toutes ces obſervations ayant été faites dans le mois de Mai, ſont moins affectées des inégalités du mouvement annuel de la terre.

Tems de la révolution du Soleil autour de ſon axe

1046. Delà il ſuit, que le tems périodique de la révolution du Soleil, par rapport à une étoile fixe eſt de 25 jours 15 heures 16′. Car en 27 jours 12 heures 20′ du mois de Mai, la terre décrit un angle A *c* B ou *a c b* autour du centre du Soleil *c* de 26°. 22′, & comme 360° + 26°. 22′ ſont à 360°, ainſi 27 jours 12 heures 20′ tems de la révolution apparente du

Fig. 551.

Soleil autour de la ligne mobile *c b* B, ſont au tems de la révolution abſolue autour de la ligne fixe *c a* A, qui eſt par conſéquent 25 j. 15 h. 16′.

1047. Toutes les taches ſont compoſées d'une partie noire au milieu, qui a quelque figure irrégulière, & qui eſt environnée d'une bordure nébuleuſe d'une couleur moins obſcure; & il arrive ſouvent qu'après que la partie noire a diminué par degrés & a diſparu, la place où elle étoit, paroît plus brillante que le reſte du Soleil, & continue avec cet éclat pendant deux ou trois jours. Ces taches plus brillantes ſe nomment *facules*. Fig. 116.

1048 On peut eſtimer la grandeur de la ſurface d'une tache par le tems de ſon paſſage ſur un fil du téleſcope; d'où Galilée a conclu que certaines taches ont été plus grandes que toute l'Aſie & l'Afrique jointes enſemble. Mais s'il avoit connu auſſi exactement que nous, la parallaxe du Soleil & ſa diſtance, il les auroit trouvées beaucoup plus grandes que toute la ſurface de la terre. Car en 1612 il obſerva une tache ſi grande, qu'on la voyoit clairement ſans téleſcope. Elle comprenoit donc un angle dans l'œil d'environ une minute (art. 97). Si le diamètre de la terre étoit porté au Soleil, il ne formeroit qu'un angle de 20 ſecondes. Donc le diamètre de la tache étoit à celui de la terre, comme 60 à 20 ou 3 à 1. Et par conſéquent la ſurface de la tache, ſi elle étoit circulaire, étoit à un grand cercle de la terre comme 9 à 1, & à toute la ſurface de la terre, comme 9 à 4 ou 2 $\frac{1}{4}$ à 1. *Gaſſendi* a obſervé une tache dont le diamètre étoit $\frac{1}{30}$ de celui du Soleil, & qui par conſéquent formoit à l'œil un angle d'environ une minute & demi Sa ſurface étoit donc environ 5 fois plus grande que toute la ſurface de la terre. Il nous dit, qu'il vit plus de 40 taches à la fois, mais qu'il ne s'apperçut pas que la lumière du Soleil en fut ſenſiblement diminuée. Grandeur abſolue des taches.

1049. L'émiſſion continuelle de la lumière du Soleil, quelque petite & délicate qu'elle ſoit, nous fait conclure avec raiſon que ſon corps doit ſe diſſiper, à moins qu'il ne ſoit réparé par une nouvelle matière, & qu'il n'a pas pu exiſter de toute éternité, comme corps lumineux. Il peut ſe réparer de tems en tems, comme le Chev. *Newton* l'a imaginé, par Diminution du Soleil toujours imperceptible.

la chûte des Cometes dans le Soleil. Il trouve par le calcul que la comete de 1680 s'approcha de la ſurface du Soleil, juſques à la ſixième partie du diamètre de cet aſtre, & même plus, & ſe mouvant avec une vîteſſe immenſe dans une ſi grande proximité, il conclut qu'elle doit avoir été retardée par la réſiſtance de l'atmoſphére du Soleil, & que par conſéquent elle a dû s'en approcher toujours plus, après chaque révolution, & enfin tomber dans le Soleil. Il faut avouer que ces réparations ne peuvent arriver que fort rarement, & que les corps des cometes ſont très-petits en comparaiſon de la grande maſſe du Soleil, néanmoins ſi l'on conſidére la petiteſſe inconcevable des particules de la lumière, quoiqu'elles s'écoulent continuellement du Soleil, on verra que peu de réparations ſemblables peuvent ſuffire abondamment pour conſerver ſa maſſe pendant un nombre innombrable de ſiécles ſans aucune diminution ſenſible à l'égard des habitants du ſyſtême. Les plus anciennes obſervations du diamètre du Soleil comparées avec celles d'à préſent, ſont tout-à-fait incapables de déterminer s'il a ſouffert quelque diminution ou s'il eſt auſſi grand qu'autrefois.

CHAPITRE II.

Découvertes téleſcopiques dans Venus & Mercure.

Phaſes de Venus. 1050. LOrſque *Copernic* fit revivre l'ancien ſyſtême de *Pythagore*, qui prétend que la terre & les planetes ſe meuvent autour du Soleil dans le centre de leurs orbites, les ſectateurs de *Ptolomée* lui objecterent que ſi cela étoit vrai, les phaſes de Venus ſeroient ſemblables à celles de la Lune. Copernic répondit qu'on trouveroit dans la ſuite cette reſſemblance. Sa prédiction fut accomplie par *Galilée* qui fit part de ſa première découverte des phaſes de Venus, par une lettre écrite de *Florence* en 1611 à *Guillaume de Medicis*, Ambaſſadeur du Duc de Toſcane à *Prague*, en le priant de la communiquer à *Kepler*, premier Mathématicien de l'Empereur *Rodolphe* II. On trouve cette lettre dans la préface de la

Dioptrique

Dioptrique de *Kepler*, & en voici la traduction. » N'ayant plus aucun doute ſur la réalité de la découverte dont je vous ai fait part ſous des termes énigmatiques, il y a quelques ſemaines, il eſt tems d'en donner l'explication à votre Excellence, & par votre entremiſe à *Kepler*. Sçachez donc, qu'il y a environ trois ſemaines, lorſque Venus devint viſible le Fig. 114
ſoir, que je commençai à l'obſerver fort attentivement avec mon téleſcope, eſpérant de voir de mes yeux, ce qui ne laiſſoit aucun doute à mon eſprit. Je vis donc d'abord Venus parfaitement ronde, bien terminée & très-diſtincte, mais fort petite. Elle conſerva cette figure juſques auprès de ſa plus grande digreſſion du Soleil, paroiſſant continuellement augmenter en volume. Depuis ce tems là, ſa figure commença à n'être plus ſi ronde du côté de l'Orient le plus éloigné du Soleil, & dans peu de jours, elle parut comme un demi-cercle parfait; elle continua de même ſans la moindre altération, juſques à ce qu'elle eut abandonné la tangente de ſon orbite, & qu'elle eut recommencé à venir vers le Soleil. A préſent le demi-cercle devient creux de plus en plus chaque jour, ſes angles s'étant changés en cornes, qui deviendront toujours plus déliées, juſques à diſparoître entièrement, lorſqu'elle ſe cachera dans les rayons du Soleil. Delà venant à reparoître le matin, nous reverrons ſes cornes déliées, tournant leurs pointes du côté oppoſé au Soleil, & elles groſſiront de jour en jour, juſques au demi-cercle dans ſa plus grande digreſſion du Soleil; elle gardera cette figure pluſieurs jours de ſuite ſans aucun changement ſenſible. Enſuite elle s'enflera par degrés, juſques à devenir preſque entièrement ronde, & elle reſtera dans cet état pendant quelques mois. A préſent le diamètre apparent de Venus, eſt environ 5 fois plus grand qu'il n'étoit lorſqu'elle parut le ſoir pour la première fois. Par ces obſervations de ce phénomène admirable, nous ſommes très-certains de la déciſion & de la démonſtration ſenſible de deux grandes queſtions, qui juſqu'à préſent ont partagé les plus grands Philoſophes. L'une eſt, que les planetes par elles-mêmes ſont des corps opaques, en attribuant à Mercure ce que nous avons vu dans Venus. L'autre eſt, que Venus ſe meut néceſſairement autour du Soleil, auſſi bien que Mercure & les autres planetes;

vérité que *Pythagore*, *Copernic*, *Kepler* & moi-même avons toujours cru, mais qui n'a jamais été prouvée comme à préſent par le témoignage des yeux. *Kepler* & les Copernicіens peuvent donc ſe glorifier avec raiſon, de n'avoir pas été vainement crédules dans leurs recherches philoſophiques, quoique ceux qui ne cherchent la philoſophie que dans les livres, les ayent regardés juſqu'à préſent comme des extravagants. Quant à l'énigme que je vous ai renvoyée par des lettres tranſpoſées en ces termes, *hac immatura a me fruſtrà leguntur*, *o*, *y*, en renverſant cet ordre, vous trouverez, *cynthiæ figuras æmulatur mater amorum*, c'eſt-à-dire, Venus imite les phaſes de la Lune. Je ſuis, &c.

Galileo Galilei.

A Florence 1 Janvier 1611.

Phaſes des autres planetes.

1051. Le téleſcope de *Galilée* groſſiſſoit à peine aſſez pour lui faire découvrir de ſemblables phaſes dans Mercure, dont l'exceſſive clarté étoit un autre obſtacle. Mais de ſes digreſſions plus courtes que celles de Venus, il conclut avec raiſon que l'orbite de Mercure étoit renfermée dans celle de Venus. Il vit clairement Mars comme boſſu en certains tems ou moins rond qu'auparavant. Jupiter lui parut toujours rond, auſſi bien que Saturne, qui lui parut compoſé de trois globes contigus, comme nous le dirons ci-après. Par le moyen de ces découvertes des phaſes des planetes, & de leurs degrés de clarté, à proportion qu'elles ſont plus proches du Soleil, il compoſa bientôt la première, & juſqu'à préſent la meilleure, la plus courte & la plus claire démonſtration du vrai ſyſtême de l'univers, qui avoit toujours été douteux & conteſté juſqu'alors, quoique ſuivi par les meilleurs juges, mais par la ſeule raiſon, qu'il donnoit des ſolutions plus ſimples & plus aiſées des phénomènes que ne faiſoit l'hypothèſe de *Ptolomée*. Quoique cette raiſon fut aſſez forte pour fixer leur choix, elle étoit encore trop éloignée d'être une preuve concluante de l'ordre réel des corps céleſtes.

Venus & Mercure viſibles à midi.

1052. Mr. *de la Hire* fut le premier qui découvrit & obſerva le paſſage des étoiles fixes, & des planetes par le méridien à midi (*Mém. de l'Acad.* 1700). Il le fit par le moyen du

téleſcope mobile qui tourne ſur le quart de cercle mural à l'Obſervatoire Royal à *Paris*, & il dit qu'il ne manqua jamais de voir le paſſage de Venus, quoiqu'elle ne fut qu'à deux degrés du Soleil, à droite ou à gauche, en-haut ou en-bas; qu'en Août 1700. 27. j. 0. h. 24'. il la vit paſſer avec un téleſcope de 16 pieds, qui groſſiſſoit ſon diamètre (d'une minute) environ 90 fois, & qui par conſéquent le faiſoit paroître trois fois plus grand que celui de la Lune vu ſans téleſcope; qu'elle parut alors ſous la forme d'un croiſſant extrêmement délié, avec ſes cornes en ligne horizontale, & le derrière du croiſſant en-haut; que dans l'arc intérieur du croiſſant, il vit quelques inégalités plus conſidérables que celles de la nouvelle Lune; qu'il obſerva la même choſe en d'autres tems, par où il jugea qu'elle devoit avoir des taches viſibles en d'autres circonſtances, comme les autres planetes; que la clarté de l'atmoſphére auſſi près du Soleil, diminuoit tellement l'éclat exceſſif de Venus, qu'elle rendoit ſon image plus nette, mieux terminée & plus exempte des couleurs que dans tout autre tems & ſituation, & que l'oculaire du téleſcope n'avoit pas beſoin d'être affoibli par un verre un peu coloré; qu'enfin en Novembre 1691, il la vit à midi fort proche de ſa conjonction ſupérieure avec le Soleil, & qu'elle lui parut ronde & fort petite (*Mém. de Math & Phyſ. Tom. X p.* 20). Ce qu'on a dit de Venus, doit s'appliquer à Mercure, dont les phaſes ont été découvertes pour la première fois par *Martinus Hortenſius*.

Venus & Mercure viſibles dans le diſque du Soleil.

1053. Rien n'eſt plus commode pour fixer les mouvements de Mercure & de Venus que leurs apparences ſur le diſque du Soleil, objet agréable pour les Aſtronomes, & long-tems ſouhaité, mais envain avant l'invention des téleſcopes. L'Auteur de la vie de *Charles* le Grand, dit que Mercure fut vu dans le Soleil pendant 8 jours de ſuite, 17 Mars, en 807. Mais il n'eſt pas douteux que c'étoit quelque grande tache dans le Soleil; puiſque Mercure eſt de beaucoup trop petit pour être vu avec l'œil nud. *Kepler* avant que d'achever ſes tables, avoit placé les nœuds de l'orbite de Mercure au commencement des jumeaux & du ſagittaire, & delà il conclut qu'il paroîtroit dans le Soleil le 20 Mai 1607. Il obſerva ce

jour là le Soleil avec beaucoup de ſoin, en recevant ſon image ſur un papier dans une chambre obſcure par un petit trou fait au volet d'une fenêtre. Il ſe trouva alors une grande tache dans le Soleil, que *Kepler* prit pour Mercure. Heureuſement pour lui les téleſcopes furent inventés bientôt après, & le convainquirent que ce qu'il avoit pris pour Mercure n'étoit qu'une tache ſolaire. Sur quoi, il rectifia ſes tables, & plaçant les nœuds de Mercure vers le milieu du taureau & du ſcorpion, il annonça que ſa première apparition dans le Soleil ſeroit le 7 Nov. 1631.

1054. Gaſſendi étoit alors à *Paris*, & il fit tous les préparatifs néceſſaires pour le bien obſerver, de la manière qu'il obſervoit ordinairement les taches du Soleil, en recevant ſes rayons par un téleſcope un peu allongé, afin d'en avoir l'image ſur un papier blanc (art. 120), & cherchant Mercure avec attention, il tomba dans une mépriſe contraire à celle de *Kepler*, en prenant Mercure lui-même pour une tache ſolaire, qui venoit de ſe former dans le Soleil, l'ayant vu ſans taches le jour d'auparavant. Néanmoins il prit la poſition de la tache une ou deux fois, prétendant la comparer à la poſition de Mercure, qu'il croyoit devoir paroître beaucoup plus grand. Mais en prenant une troiſième poſition de cette prétendue tache, & voyant qu'elle alloit plus vîte que les taches ordinaires, il commença à ſoupçonner que ce pourroit bien être Mercure lui-même; s'en étant enſuite convaincu par une quatrième obſervation, il ſe prépara à en obſerver la ſortie du diſque du Soleil qui arriva le 7 Nov. 10 h. 20′ du matin à 33 ½ degrés de diſtance du point vertical du Soleil. C'eſt la première fois que Mercure a été vu dans le Soleil, & l'unique obſervation qui fut faite de ce paſſage de Mercure. On trouve pluſieurs autres obſervations qui furent faites dans la ſuite des paſſages de Mercure, dans l'Hiſtoire de l'Acad. Royale des Sciences de Mr. *Duhamel*.

1055. En 1691 le Dr. *Halley* donna au Public une théorie plus exacte pour trouver les conjonctions viſibles de Mercure & de Venus avec le Soleil, & il en donna un exemple dans une table qui contenoit tous les tems de leurs apparences dans le Soleil pendant deux ſiécles, à commencer par le temps

de l'invention des téleſcopes. Ces tables s'accordent avec les dernières & les meilleures obſervations dans un degré ſurprenant d'exactitude. Car le tems obſervé de la conjonction de Mercure le 29 Oct. 1723 n'anticipa la prédiction que de 4 ½ minutes, & la latitude de Mercure ne fut que de ſix ſecondes plus méridionale; l'erreur en longitude ne fut qu'un peu plus de deux diamètres de cette planete extrêmement petite, & en latitude à peine d'un ſeul diamètre; de ſorte que les Aſtronomes peuvent compter à l'avenir ſur cette table à quelques minutes près, comme l'Auteur l'a fort bien remarqué, ſans avoir aucune incertitude ſur le jour ni ſur l'heure. Le diamètre de Mercure fut alors obſervé avec un excellent micromètre appliqué au téleſcope d'*Hughens* de 123 pieds, & on le trouva de 10″ ½.

1056. Les Aſtronomes ont ſouhaité avec plus d'impatience la vue de Venus dans le Soleil que celle de Mercure, comme étant le moyen le plus propre de meſurer la diſtance du Soleil à la terre, & de déterminer quelques autres points importants en Aſtronomie. Mais *Kepler* ayant déclaré dans ſon Aſtronomie Optique, imprimée en 1604, & auſſi dans ſon abrégé de l'Aſtronomie Copernicienne en 1621, que ce phénomène n'arriveroit pas dans ce ſiécle, ni dans le ſiécle ſuivant juſques à l'an 1761, tout le monde abandonna cette idée. Cependant en corrigeant ſes tables en 1630, il changea d'avis, & conclut que Venus ſeroit vue dans le Soleil l'année ſuivante, & en conſéquence il en donna avis au Public dans le même avertiſſement où il avoit prédit le paſſage de Mercure que *Gaſſendi* obſerva. Mais quant à Venus que *Gaſſendi* & d'autres attendirent avec impatience, ils furent fruſtrés de leurs eſpérances.

1057 Malgré ces inconvénients qui firent perdre l'eſpérance de voir ce rare phénomène, il fut prédit par hazard, & bientôt après obſervé par *Jeremie Horrocket*, jeune Anglois, d'un génie admirable, à *Hool*, petit Village en *Lancaſhire* environ à 15 milles de *Liverpool*. Dans le traité qu'il écrivit à ce ſujet (qui fut rendu public par *Hevelius* à la fin de ſon *Mercurius in ſole viſus*), il nous dit, que les tables de *Lanſberge* étant tombées ſous ſes mains, & voyant que l'Auteur en faiſoit

grand cas, il s'en ſervit pour calculer divers journaux des aſpects des planetes, & pour examiner s'ils étoient conformes aux obſervations, afin de corriger les tables par ſes propres obſervations, ce qu'il fit en effet. Entre autres aſpects, il calcula la conjonction de Venus avec le Soleil par ces tables, & par celles de *Kepler*, & il trouva qu'elles s'accordoient aſſez dans la même concluſion Ce qui étoit contraire au calcul que *Kepler* avoit tiré de ſes propres tables, comme je l'ai dit ci devant, mais *Horrockes* les avoit corrigées par ſes propres obſervations. Lorſque le tems déſiré pour obſerver cette conjonction fut proche, il fit tomber ſur un papier blanc dans une chambre obſcure l'image du Soleil, & apres avoir attendu pluſieurs heures avec impatience, à la fin le 24 Novembre 1639 à 3 heures $\frac{1}{4}$ après midi vieux ſtile, il eut le plaiſir au moment qu'il rentra chez lui en venant de l'Egliſe de trouver une grande tache ronde auprès du limbe de l'image du Soleil, telle qu'elle eſt repréſentée au nombre 1 fig 557. Il fit trois obſervations de ſes poſitions 1, 2, 3 & autant de ſon diamètre, qu'il trouva $\frac{1}{11}$ de celui du Soleil tout au plus. La tache étoit parfaitement ronde & plus noire que les taches du Soleil. Elle en differoit auſſi par la vîteſſe de ſon mouvement, le long de l'eſpace 1, 3, qu'elle parcourut en demi-heure. Le coucher du Soleil lui déroba le reſte de l'obſervation. Selon la figure qu'il a donnée de cette apparence, le contact intérieur de Venus avec le limbe du Soleil fut environ à 61 degrés de ſon point le plus bas. Il fit part de cette conjonction à ſon ami *Guillaume Crabtrée* à *Manchester*, qui ſe trouva avoir vu ce phénomène avant le coucher du Soleil, & qui avoit trouvé le diamètre de Venus $\frac{1}{10}$ de celui du Soleil. Ces deux hommes ſont les premiers & les ſeuls qui ayent vu Venus dans le Soleil Ceux qui ont vu le petit traité d'où j'ai tiré ce détail ne peuvent qu'admirer le génie de ce jeune Aſtronome, qui mourut à l'âge de 22 ans en 1641. Sa théorie de la Lune & ſes autres Ouvrages poſthumes ont été imprimés in-4°. par les ſoins du Dr. *Wallis* en 1673.

Fig. 557.

1058. Par la table du Dr. *Halley* des conjonctions viſibles de Venus dans le Soleil, il paroît qu'*Horrockes* a vu la dernière qui devoit arriver avant 1761 où elle ſe verra le 26

Mai ſur les 6 heures du matin à *Londres* environ 4 minutes au ſud de ſon centre. Ce paſſage durera au moins 8 heures, depuis les 2 heures du matin juſques à près de dix heures, & par conſéquent on ne pourra pas voir en *Angleterre* l'entrée de Venus dans le diſque du Soleil. Le Dr. *Halley* nous aſſure encore par ſa propre obſervation de Mercure dans l'Iſle de Ste. *Helene*, que l'on peut s'aſſurer d'une ſeconde de tems dans l'obſervation du commencement & de la fin du paſſage de ces deux planetes ſur le diſque du Soleil. J'eus le bonheur, dit-il, de voir Mercure au moment qu'il entroit dans le limbe du Soleil & qu'il y formoit un creux noir, & je fus certain de l'inſtant où il étoit entré totalement, par un fil delié de la lumiere du Soleil, qui ſe détacha ſubitement du point d'attouchement intérieur des deux limbes & frappa mon œil ſubitement, & au commencement de la ſortie de Mercure le même fil de lumiere fut lancé & diſparut ſubitement à l'autre point intérieur d'attouchement. Si l'on fait exactement de ſemblables obſervations ſur le paſſage de Venus en 1761, avec de bonnes pendules & lunettes d'approche, en différents pays éloignés, le Dr. *Halley* fait voir de quelle manière on pourra par ce moyen déterminer la parallaxe du Soleil & ſa diſtance à la terre, juſques au point de ne pas s'écarter de la 500e. partie du tout (*Tranſ. Phil.* n°. 348). Au lieu que par les meilleures obſervations faites juſqu'ici, on n'a été bien aſſuré que d'environ un ſeptieme.

1059. En 1666 Mr. *Caſſini* qui étoit alors Profeſſeur d'Aſtronomie à *Bologne*, découvrit dans Venus une tache brillante, qui différoit peu de quelques-unes de celles que le téleſcope nous fait voir dans la Lune, lorſqu'elle eſt preſque pleine, & il en donna au Public les obſervations ſuivantes en 1667. Les différents demi-cercles *n e s* repréſentent le diſque de Venus, telle qu'elle paroiſſoit étant alors environ à moitié éclairée dans ſa plus grande élongation du Soleil à l'Oueſt; *n* eſt le côté Nord, *e* l'Eſt, *s* le Sud & *t* le lieu de la tache brillante dans chaque obſervation marquée à côté. Suppoſant qu'il ait vu conſtamment la même tache adhérante à la même partie de Venus, en comparant ces obſervations les unes avec les autres, il conclut avec quelque défiance que Venus tournoit autour de-

Révolution de Venus autour de ſon axe ſelon Mr. *Caſſini*.

Fig. 318.

ſon axe en moins de 24 heures; qu'au moins la tache achevoit ſa période, ou de révolution, ou de libration dans cet eſpace de tems, de manière qu'en 23 jours, elle revenoit à fort peu près au même point du diſque dans le même tems du premier & du dernier de ces jours. Car à cauſe du voiſinage de Venus au Soleil & à l'horizon, il ne put pas l'obſerver aſſez long-tems pour découvrir un mouvement continu de la tache dans un long eſpace, & par conſéquent il ne put pas déterminer, ſi c'étoit un mouvement de révolution ou de libration.

1060 Pour tirer une concluſion du tems périodique des taches, le 20 Avril le Soleil ſe leva à *Bologne* à 5 h 17′, & par la ſeconde obſervation *s t* fut égal à $\frac{1}{3}$ du diamètre *s n*. Le 21 Avril le Soleil ſe leva à 5 h. 15′, & il étoit 6°. 10′ de hauteur à 5 h. 51′, lorſque par la 5e. obſervation *s t* fut $= \frac{1}{3} s n$. Donc dans l'intervalle de 24 h. 34′, en ſuppoſant un mouvement progreſſif continu de la tache, elle décrivit un arc d'environ 20 degrés, qui répond à $\frac{1}{18}$ du diamètre *s n*, ou même elle acheva une ou pluſieurs révolutions outre cet arc. Mais ſi elle n'avoit pas achevé une révolution, ſon mouvement n'auroit pas paru auſſi ſenſible qu'il parut en la 3e, & la 6e. obſervation. Donc comme 360° + 20° : 360° :: 24 h. 34′ : 23 h. 16′ tems périodique requis. Ces deux obſervations ſont plus propres que les autres à déterminer ce tems, parce que le mouvement de la tache qui étoit alors plus proche du centre, étoit en apparence plus prompt.

1061. Dans la 7e. obſervation du 9 Mai, il vit le mouvement de la tache exactement parallele au diamètre *s n*, du Sud vers le Nord, pendant plus d'une heure. Dans les obſervations précédentes, ſa route s'écartoit un peu du Nord vers l'Eſt, comme on voit dans les figures. Il n'y a point d'autre exemple dans le Ciel de cette direction de mouvement, excepté dans la libration de la Lune. Il s'apperçut auſſi de quelques taches obſcures ſur le diſque; mais leur mouvement fut trop irrégulier pour en rien conclure.

Révolution de Venus ſelon *Blanchini*.

1062. On n'a pas ouï parler d'autres obſervations de cette eſpèce, juſques à 1726, où Mr. *Blanchini*, Prélat Domeſtique du Pape, obſervant Venus à Rome avec des verres de *Campani*, dont

dont les foyers étoient de 70 à 100 palmes romains, découvrit diverſes taches noires dans ſon diſque, telles qu'on les voit dans la première, ſeconde & troiſième planches de ſon Livre intitulé *Heſperi & Phoſphori nova Phanomena*.

1063. Le 9e. Février, il vit deux taches terminées d'un côté par la ſection qui ſéparoit la partie claire de la partie obſcure de ſon diſque : toutes deux ſemblables à un ſegment de cercle, & celle qui étoit du côté de la corne ſeptentrionale du diſque, étoit beaucoup plus petite que l'autre, qui étoit du côté de la corne méridionale. Fig. 5194

1064. Le 14 Février, la grande tache avoit diſparu ; mais il crut reconnoître la petite, qui s'étoit avancée vers la corne méridionale, & qui étoit ſuivie de deux nouvelles taches du côté de la corne ſeptentrionale.

1065 Le 16 Février, il crut voir de nouveau ces taches, quoique un peu altérées dans leur figure & plus avancées au Sud.

1066. Le 18 Février, la tache la plus méridionale avoit entièrement diſparu ; les autres deux s'étoient avancées vers le Sud, & il parut une nouvelle tache au Nord

1067. Le 20 Février, les taches qu'on avoit vues en dernier lieu s'étoient toutes avancées vers le Sud.

1068. Le 24 Février, les deux taches méridionales avoient diſparu ; celle qui étoit au Nord s'étoit avancée vers le Sud, & étoit ſuivie de deux nouvelles taches au Nord. Le 26 elles parurent toutes trois un peu plus au Sud.

1069. Enfin le 5 Mars, 24 jours après la première obſervation, il crut voir les deux taches qu'il avoit découvert le 9 Février, dans la même ſituation où elles étoient alors. Elles lui parurent plus étroites, comme elles devoient le paroître, parce que la phaſe de Venus étoit alors devenue plus mince, & que par conſéquent la partie obſcure du diſque avoit ſaiſi une plus grande portion de ces taches.

1070. Sur ces obſervations & pluſieurs autres faites dans les mois ſuivants de Mai & Juin 1726, de Juillet, Août & Septembre 1727, & du 7 Janvier 1728, *Blanchini* conclut que Venus n'achevoit pas ſa révolution autour de ſon axe en 23 heures, comme *Caſſini* l'avoit vu, mais en 24 $\frac{1}{7}$ jours ; que le pole Nord de cette révolution répondoit au 20e. degré du Situation de l'axe de Venus.

verſeau, & étoit élevé de 15°. ſur le plan de l'écliptique, & que l'axe reſtoit parallele à lui-même, pendant ſa révolution autour du Soleil

1071. Le mouvement de ces taches ſe faiſoit du côté Nord au côté Sud du diſque viſible, entièrement contraire à celui de la tache de *Caſſini*; mais c'étoit une conſéquence néceſſaire de la différente ſituation de l'axe de Venus, par rapport aux yeux des Obſervateurs. Le ſeul point à concilier eſt la différente détermination du tems périodique des taches.

Fig. 160. 1072. *Blanchini* pour ſoutenir ſon opinion, produit une obſervation qu'il fit le ſoir du 26 Février 1726, avec un téleſcope de *Campani* de 88 palmes, en préſence de pluſieurs perſonnes, qui furent d'accord avec lui ſur les apparences des taches. Il les obſerva pendant près d'une heure, depuis 5 h. 25′, juſques à 6 h. 15′, lorſque Venus s'étant cachée derrière le Palais *Barberin*, l'obligea d'interrompre ſes obſervations. Au bout de 3 heures après le milieu de l'obſervation précédente, c'eſt-à-dire, à 8 h. 40′, il la vit encore & l'obſerva juſques à 9 heures. Il trouva les taches dans la même ſituation où elles avoient paru à 5 h. 45′, comme il étoit évident en comparant la figure qu'il avoit pris alors de ces taches avec leur configuration actuelle.

1073. Or, il eſt clair, dit-il, que ſelon la période de *Caſſini* de 23 heures, dans l'intervalle de 3 heures entre les deux obſervations, les taches auroient dû faire la huitième partie d'une révolution ou plus de 45 degrés de leur parallele, & ainſi la tache qui à 5 h 25′ étoit au milieu du diſque, à 8 h. 45′ auroit dû en être éloignée de 50 degrés environ vers la corne méridionale, & paroître au-delà de la place où étoit la tache Sud, qui alors auroit dû être preſque hors du diſque, & la tache Nord auroit pris la place de celle du milieu à fort peu près; tellement que des trois taches qui à 5 h. 45′ étoient également diſtribuées ſur le diſque, on en auroit trouvé deux au côté méridional ſans en voir aucune du côté ſeptentrional. Mais tous ceux qui obſerverent avec moi depuis 8 h. ½ juſqu'à 9, virent clairement que la grande tache parut vers le milieu de la phaſe, & ils trouverent que la même ouverture du micromètre meſuroit à fort peu près l'intervalle

entre le haut de la tache Sud & la corne ſupérieure, comme auſſi entre le haut de la tache Nord & la corne inférieure, préciſément comme il avoit fait auparavant à 5 h. ½. On doit donc convenir, ajoute *Blanchini*, que dans ces trois heures les taches n'ont pas avancé de plus de 2 degrés, qui eſt l'eſpace proportionnel au tems périodique de 24 jours, & que ce petit mouvement n'a pas dû produire un changement ſenſible dans leurs ſituations.

1074. Telle eſt la concluſion de Mr. *Blanchini* à laquelle Mr *Caſſini* le fils après avoir examiné mûrement les obſervations n'a pas cru devoir ſe rendre. Je conviens, dit-il, des obſervations, que Mr. *Blanchini* a rapportées telles qu'il les a décrites, & je rends toute la juſtice qui eſt due à l'exactitude & à la pénétration de cet habile Aſtronome. Je ſuppoſe même avec lui, qu'à 5 h. 45′, il a paru trois taches E, F, G dans le diſque de Venus, & que 3 heures après on en a vu auſſi trois à peu près de la même figure & dans la même ſituation ſur ce diſque. Mais il faut remarquer que ſelon lui, ſon obſervation a été interrompue depuis 6 h. 15′ juſqu'à 8 h. 40′ par des édifices qui empêchoient de voir Venus, & que dans cet intervalle qui eſt de près de deux heures & demi, il n'a pu obſerver les taches, ni par conſéquent le mouvement qu'elles ont pu avoir. Comme en ſuppoſant la révolution de Venus de 23 heures, les taches ont dû, dans l'eſpace de 3 heures, avoir un mouvement de 47 degrés, il ſe peut fort bien faire que par le mouvement apparent de ces taches qui étoit alors du Nord vers le Sud, la tache E, qui étoit dans la partie méridionale de Venus ſe ſoit approchée de la corne inferieure où elle a ceſſé de paroître, pendant que la tache F qui étoit au centre a pris ſa place; & que celle qui étoit en G dans la partie ſeptentrionale étant parvenue au centre en F, il ait reparu une nouvelle tache dans la partie ſeptentrionale au point G; de ſorte qu'à 8 h. 45′, tems de la 2e. obſervation, on ait vu trois taches à peu près au même endroit où étoient les précédentes, & de la même figure qu'à 5 h. 45′. Car la tache qui étoit au milieu en F, étant parvenue en E, a dû par la raiſon d'Optique diminuer de largeur, & paroître à peu près ſemblable à celle dont elle a pris la place, pen-

Conciliation de ces obſervations par *Caſſini le fils. Mem. de l'Acad.* 1715, p. 105.

Fig. 160.

dant que par la même raiſon la tache G, qui étoit vers la partie ſeptentrionale, a augmenté de grandeur apparente, en s'approchant du centre. A l'égard de la nouvelle tache que nous ſuppoſons être ſurvenue à la place de la tache G, il y a tout lieu d'admettre cette ſuppoſition, ſi l'on conſidere les figures de Mr. *Blanchini*, où l'on voit qu'en divers jours, pluſieurs taches de la même forme ſe ſont ſuccédées les unes aux autres, & que la tache nommée A, a dû paroître dans le diſque de Venus immédiatement après la tache G, quoiqu'à une diſtance un peu plus grande que la révolution ne le demande. L'obſervation du 26 Février de l'année 1726 ne prouve donc rien de déciſif, comme l'a cru Mr. *Blanchini*, contre la révolution de Venus autour de ſon axe qui avoit été trouvée de 23 heures.

1075. Après une comparaiſon plus critique des obſervations de ſon Pere, avec celles de *Blanchini*, Mr. *Caſſini* conclut que ſi l'on ſuppoſe la révolution de Venus autour de ſon axe de 23 h 20′, on repréſente également bien les obſervations de Mr. *Blanchini* & celles de ſon Pere, & que ſi l'on ſoutient qu'elle ne s'acheve qu'en 24 jours, comme l'a prétendu Mr. *Blanchini*, il faut entièrement rejetter celles de ſon Pere, comme n'étant qu'une apparence trompeuſe. Il ajoute qu'il avoit fait avec Mr. *Maraldi*, un grand nombre d'obſervations ſur Venus, dans les jours les plus favorables de l'an 1729, avec des tubes de 82 & de 114 pieds, ſans pouvoir découvrir la moindre tache, ſoit que celles de Mr. *Blanchini* euſſent diſparu, ſoit que l'air ne fût pas auſſi ſerein à *Paris* qu'à *Rome*. Ce qui eſt vraiſemblablement la cauſe de ce que ſon Pere, qui avoit apperçu en Italie quelques taches dans Venus, ne les a jamais pu découvrir à *Paris*, même avec de plus longues lunettes.

CHAPITRE III.

Découvertes téleſcopiques dans la Lune.

1076. LE téleſcope de *Galilée*, quoique petit en comparaiſon des nôtres, fut pourtant aſſez grand pour lui donner une juſte idée de la ſurface de la Lune. Il en conclut d'abord qu'elle n'étoit pas unie comme un miroir, ainſi que pluſieurs Philoſophes l'avoient imaginé, mais qu'elle étoit raboteuſe comme la terre & diviſée en une infinité de montagnes, de creux & de vallées. Il tira cette concluſion des apparences ſuivantes (Galilei *Nuncius ſidereus*), ſçavoir, qu'en nouvelle Lune la ligne qui joint ſes cornes & ſépare les portions brillantes & obſcures de ſon hémiſphère viſible, n'étoit pas une courbe unie & régulière, comme elle le ſeroit ſur une ſurface polie & ſphérique, mais que c'étoit une ligne compoſée irrégulièrement de pluſieurs tours & retours, comme ils ſont repréſentés dans la figure ordinaire de la nouvelle Lune, qu'on voyoit pluſieurs petites taches brillantes dans la portion obſcure, qui à différentes petites diſtances, s'élevoient au-deſſus de cette limite commune aux portions brillantes & obſcures; qu'au bout de quelques heures, elles devenoient ſenſiblement plus grandes & s'approchoient de la portion brillante pour s'y unir à la fin, tout comme les rayons du Soleil levant frappent d'abord le ſommet de nos plus hautes montagnes, & enſuite deſcendent peu à peu au bas de ces montagnes, & éclairent enfin les vallées. D'un autre côté, il obſerva pluſieurs petites taches répandues ſur la portion brillante du diſque, dont quelques-unes avoient leur côté obſcur vers le Soleil, & le côté oppoſé très-brillant & circulaire; ce qui fait voir clairement que ce ſont des cavités rondes, dont les ombres tombent en dedans, & que quelques-unes de ces cavités ſont environnées d'une chaîne de montagnes: qu'enfin les régions plus grandes & moins lumineuſes qui ſont viſibles à l'œil nud, paroiſſent plus unies dans le téleſcope & plus enfoncées que les régions plus brillantes qui les environnent:

La ſurface de la Lune montagneuſe.

Fig. 162.

ce qui eſt évident en ce que la partie de la ligne qui ſépare l'ombre de la lumière & qui paſſe par ces régions en certains tems, eſt plus régulière & plus unie, & qu'elle eſt plus élevée dans ſes deux extrêmités Cependant ces régions ne ſont pas tout-à-fait exemptes de quelques petites inégalités, & ſur-tout quant à l'ombre & à la lumiere.

Il n'y a point de mer dans la Lune.

1077. Ces régions plus obſcures peuvent aſſez proprement ſe comparer aux baſſins de nos mers, s'ils étoient vuides d'eau. Car il eſt évident qu'elles ne contiennent point d'eau; puiſque les meilleurs téleſcopes y découvrent clairement, non-ſeulement de petites éminences, mais encore des cavités en dedans; ce qui eſt entièrement contraire à la nature des eaux L'obſcurité de leur couleur peut venir de la nature du ſol qui réfléchit moins de lumière que ne font les autres régions.

D'où vient que le limbe de la Lune ne paroît pas montagneux.

1078. La ſurface de la Lune étant auſſi montagneuſe & irrégulière qu'on vient de le dire, *Galilée* examine d'où vient que le bord circulaire & brillant du diſque, ne paroît pas raboteux & irrégulier, comme la limite ovale entre la partie obſcure & la partie éclairée: & il l'explique en cette manière. Si la ſurface de la Lune n'avoit qu'une rangée de montagnes placées tout autour du limbe de ſon diſque, ſa partie brillante paroîtroit endentée irrégulièrement, mais comme la ſurface de la Lune eſt toute couverte de montagnes, & que ſon limbe viſible doit être regardé comme une grande zone occupée par pluſieurs rangs de montagnes placés les uns derrière les autres, par rapport à l'œil de l'Obſervateur, les montagnes de certains rangs étant oppoſées aux vallées de quelques autres, rempliſſent les inégalités du limbe viſible: étant ſur tout ſi éloignées & éclairées ſi uniformement, que l'œil ne ſçauroit appercevoir les inégalités de leurs diſtances, préciſément comme un grand nombre de montagnes ſur la terre, vues d'une grande diſtance, ou les ondes de la mer quelque grandes qu'elles ſoient, compoſent un horizon qui paroît uni & circulaire.

Montagnes de la Lune plus hautes que les nôtres.

1079. *Galilée* conſidere enſuite la grandeur des montagnes de la Lune, & il les trouve beaucoup plus hautes qu'aucune de celles de la terre Il avoit dit auparavant, que lorſque le Soleil n'éclairoit que leurs ſommets, elles paroiſſoient comme

des taches brillantes dans la partie obſcure du diſque ; & il trouve que la diſtance apparente de pluſieurs de ces ſortes de taches à la limite entre la partie obſcure & la partie éclairée de la nouvelle Lune étoit plus grande que la 20e. partie de ſon diamètre apparent ; d'où il conclut que la hauteur perpendiculaire de ces montagnes eſt de plus de 4 milles d'Italie ou plutôt d'environ 5 ½ d'Angleterre.

1080. *Ricciols* trouve que la diſtance du ſommet de Ste. *Catherine* à la partie claire de la Lune eſt environ la 16e. partie de ſon diamètre, & que par conſéquent la hauteur perpendiculaire de cette montagne eſt de 9 milles d'Angleterre, hauteur trois fois plus grande que celle de nos plus hautes montagnes.

1081 Voici la manière de faire ce calcul Soit *e* le centre de la Lune, *g c d* un rayon du Soleil, qui touche la ſurface de la Lune en *c* & le haut d'une montagne en *d* ; joignez *e c* & *e d* & décrivez le cercle *c a f* avec le demi-diametre *c e*, il coupera *e d* en *a*, & *a d* ſera la hauteur perpendiculaire de la montagne Maintenant ſi l'on diviſe *c e* en 8 parties égales, nous aurons *c d* égale à 1 de ces parties, par l'obſervation de *Ricciols* ; & dans le triangle rectangle *e c d*, le quarré de *c e* qui eſt 64 ajouté au quarré de *c d* qui eſt 1 donne 65 pour le quarré de *d e* ; dont la racine *d e* = 8. 062. Donc en retranchant *a e* = 8, nous avons *a d* = 0. 062, & par conſéquent *a e* : *a d* : : 8 : 0. 062 : : 8000 : 62 Mais on ſçait que le diamètre de la Lune contient environ 1180 milles d'Angleterre, & 8000 : 62 : : 1180 : 9, qui eſt par conſéquent le nombre des milles dans la hauteur *a d*. Fig. 362.

1082. Le bruit des obſervations de *Galilée* engagea bientôt pluſieurs autres à les répéter & à faire la carte des taches de la Lune. *Langrenus* entr'autres Coſmographe du Roi d'Eſpagne, & *Hevelius*, Conſul de Dantzick furent les plus diligents. Pour rendre leurs cartes utiles aux Aſtronomes, il étoit néceſſaire de donner des noms aux taches & aux régions les plus remarquables. *Langrenus* leur donna les noms des Mathématiciens les plus fameux, des Philoſophes & des Protecteurs des ſciences. Mais *Hevelius* prétendant qu'il étoit très-difficile de faire une juſte diſtribution des terres à proportion du Cartes de la Lune.

mérite des Sçavants, détruiſit leurs titres & priviléges, & donna à ces taches les noms géographiques des pays qui ſont ſur la terre, ſans la moindre reſſemblance quant à leurs figures & ſituations. Cette vanité d'*Hevelius* a embarraſſé les régions lunaires d'une double dénomination.

1083. Afin que ceux qui ſeront curieux d'obſerver les éclipſes de Lune puiſſent marquer les tems où l'ombre commence à toucher les taches les plus remarquables, ou à les couper par le milieu, ou bien à les couvrir entièrement, je donne ici une copie de la carte de la pleine Lune, tracée par Mr. *Caſſini* (*Mém. de l'Acad.* 1692), où il a determiné la poſition des taches ſur ſes propres obſervations au tems de différentes éclipſes. Il n'a marqué que celles qui paroiſſent plus clairement dans les éclipſes, & pour éviter d'embarraſſer la carte de leurs noms, il ne les a marquées que par des nombres qui ſe rapportent aux noms de la table ſuivante.

Fig. 563.

1. Grimaldus.
2. Galileus.
3. Ariſtarchus.
4. Keplerus.
5. Gaſſendus.
6. Schikardus.
7. Harpalus.
8 Heraclides.
9. Lambergius.
10. Reinoldus.
11. Copernicus.
12. Helicon.
13 Capuanus.
14. Bullialdus.
15. Eratoſthenes.
16. Timocharis.
17. Plato.
18. Archimedes.
19. Inſula ſinus medii.
20. Pitatus.
21. Tycho.
22 Eudoxus.
23 Ariſtoteles.
24. Manilius.
25. Menelaus.
26. Hermes.
27. Poſidonius.
28. Dionyſius.
29. Plinius.
30. Catharina. Cyril. Theophilus.
31. Fracaſtorius.
32 Promontorium acutum.
33 Meſſala.
34. Promontorium ſomnii.
35. Proclus.
36. Cleomedes.
37. Snellius & Furnerius.
38. Petavius.
39. Langrenus.
40. Taruntius.
A. Mare humorum
B. Mare nubium.
C Mare imbrium.
D. Mare nectaris.
E. Mare tranquillitatis.
F. Mare ſerenitatis.
G. Mare fecunditatis.
H. Mare criſium.

Quel eſt le plus petit eſpace que l'on puiſſe diſtinguer dans la Lune.

1084. Mr. *De la Hire* fait voir qu'un eſpace dans la Lune qui n'eſt pas plus grand que *Paris* peut ſe diſtinguer aiſément par un téleſcope qui groſſit environ 100 fois, & que Paris placé au milieu du diſque de la Lune, paroîtroit auſſi diſtinctement par un tel téleſcope que la *mer des criſes* à l'œil nud (*Mém. de l'Acad.* 1706). Sans m'attacher à ſa démonſtration, je vais conſidérer la choſe d'une manière plus générale.

1085. Une tache d'environ 70 milles d'Angleterre en diamètre,

mètre, au milieu du diſque de la Lune, peut s'appercevoir préciſément à l'œil nud. Car un degré de grand cercle ſur la ſurface de la terre, contient environ 70 milles, & la diſtance de la Lune au centre de la terre eſt d'environ 60 demi-diamètres de la terre. Donc un degré de l'orbite de la Lune, en la ſuppoſant circulaire, contient 60 fois 70 milles, & par conſéquent la 60e. partie de ce degré, contient 70 milles, & faiſant à la terre un angle d'une minute, il eſt par conſéquent viſible à la plûpart des yeux. (art. 97).

1086. Donc un téleſcope qui groſſit 100 fois, découvrira préciſément une tache dont le diamètre eſt $\frac{1}{100}$ de 70 milles ou $\frac{7}{10}$ d'un mille, & un téleſcope qui groſſiroit 210 fois, (comme l'un de l'eſpèce de ceux de *Newton* de 3 $\frac{1}{4}$ pieds de foyer), découvriroit préciſément une tache dont le diamètre ſeroit $\frac{70}{210}$ ou $\frac{1}{3}$ d'un mille. Par où l'on peut juger de la viſibilité des taches d'un diamètre donné.

1087. Avec des téleſcopes plus petits que ceux-là, on peut diſtinguer clairement des changements plus petits dans la ſurface de la Lune, que ceux qui arrivent dans la ſurface de la terre dans chaque ſaiſon de l'année, par les altérations que cauſent à ſa couleur & à ſa verdure, la chaleur, le froid, la neige, la pluye, les inondations & autres cauſes ſemblables. Mais depuis le tems de l'invention des téleſcopes, on n'a point vu du tout de changement dans la couleur, la figure & la ſituation des taches de la Lune : leurs apparences ſont toujours les mêmes, ayant égard aux différentes lumières & aux ombres qui en réſultent dans les âges différents de la Lune, à la bonté différente des téleſcopes & à la clarté de notre atmoſphère. Et en effet, comme il n'y a ni mer, ni rivières dans la Lune (qui n'auroient pas échappé à nos meilleurs téleſcopes), & par conſéquent, ni nuages, ni pluyes, ni neiges, il eſt difficile d'imaginer qu'il puiſſe y avoir de grandes altérations dans un globe de terre aride, excepté par l'action du feu.

Il n'y a point d'altération ſenſible dans les taches de la Lune.

1088. Il n'eſt pas probable que la Lune ſoit environnée d'air comme la terre, quand même il n'y auroit point de vapeurs. Car s'il y avoit de l'air, ſon limbe vraiſemblablement

Point d'atmoſphère dans la Lune.

paroîtroit embrumé, & il ne ſeroit pas terminé comme il paroît l'être dans l'occultation des étoiles fixes, dont les rayons ne ſouffrent aucune réfraction ſenſible, ni aucun changement de couleur, ni aucune diminution de leur éclat ; puiſqu'elles diſparoiſſent ſubitement (*Mém. de l'Acad.* 1720 *p.* 141.) Mr. *de la Hire* obſervant l'occultation d'*Aldebaran* par la Lune avec un très-bon téleſcope de 16 pieds, vit que cette étoile entra fort clairement dans la partie claire de la Lune, juſques à ce que le centre de l'étoile fut éloigné de la circonférence de la Lune d'environ trois fois le diamètre apparent de l'étoile dans le téleſcope ; après quoi elle diſparut ſubitement (*Mém. de l'Acad.* 1699. *p.* 151). Et ayant appris que le P. *Feuillée* avoit auparavant obſervé le même phénomène dans l'occultation d'une autre étoile, il remarqua qu'Aldebaran s'étoit avancé fort uniformement vers le limbe de la Lune avant ſon immerſion, & par conſéquent il ne pouvoit pas ſe perſuader que la Lune eut aucune atmoſphére plus rare ou plus denſe que l'Ether environnant ; mais il crut que cette apparence d'une étoile ſur le diſque brillant de la Lune, ne venoit que de la clarté éblouiſſante du limbe qui le fait toujours paroître plus grand qu'il n'eſt, même avec les grands téleſcopes ; & que par conſéquent on pouvoit voir directement la lumière plus brillante de l'étoile dans la dilatation plus foible de la lumière du limbe de la Lune ; mais que cette étoile ne diſparoiſſoit que lorſque ſes rayons touchoient le vrai bord de la Lune.

Phénoméne de la libration.

1089. Une autre découverte que l'on doit au téleſcope, eſt que l'hémiſphére de la Lune, que nous voyons, n'eſt pas dans tous les tems tout-à-fait le même Dans une pleine Lune, on voit une petite pointe ou un ſegment dans le bord de ſon diſque, qui eſt entièrement caché dans une autre pleine Lune De ſorte que le corps de la Lune nous paroît comme s'il ſe balançoit, tantôt à l'Eſt & tantôt à l'Oueſt, & dans d'autres tems au Nord ou au Sud, & quelquefois dans une direction moyenne. Galilée fut le premier qui fit des obſervations ſur ces librations apparentes ; elles furent dans la ſuite continuées par *Hevelius* & rapportées dans ſon Livre *de Motu Lunæ libratorio*. On en peut voir la vraie cauſe dans le Livre III des Principes de *Newton* prop. 17. corol. 3.

CHAPITRE IV.

Découvertes téleſcopiques dans Mars.

1090. L'Orbite de *Mars* environne celle de la terre, & par conſéquent il eſt plus près de la terre, lorſqu'étant oppoſé au Soleil, on le voit au méridien à minuit. Cette ſituation eſt donc la plus favorable pour obſerver le mouvement de ſes taches, ſon diamètre & ſa parallaxe, tout cela étant environ 5 fois plus grand dans ſon oppoſition que dans ſa conjonction. Dans ces deux poſitions, ſon hémiſphère éclairé eſt totalement expoſé à la terre auſſi bien qu'au Soleil; mais il n'en eſt pas de même dans ſes quadratures avec le Soleil, où il paroît dans le téleſcope comme la Lune trois jours après qu'elle a été pleine. Ce qui prouve évidemment que ſon orbite environne celle de la terre. Dans la fig. 564. *s* eſt le Soleil, *e* la terre, *a* & *b* les poſitions de Mars en oppoſition & en conjonction, *c* & *d* ſes quadratures avec le Soleil. Phaſes de Mars. Fig. 564.

1091. Après que *Galilée* eut découvert les phaſes de Mars, quelques autres Italiens en 1636 découvrirent imparfaitement une tache noire ſur ſon diſque; mais en 1666 le Dr. *Hook* à Londres, & Mr. *Caſſini* à Bologne firent la première découverte de la figure déterminée des taches. *Hook* y apperçut quelques petits mouvements; mais il ne put pas déterminer ſi elles tournoient autour du centre. C'eſt *Caſſini* qui a conclu de leurs mouvements, que Mars tournoit ſur ſon axe en 24 heures & 40 minutes. Taches noires dans Mars & leur révolution périodique.

1092. En 1670, il vit de nouveau les mêmes taches, & il trouva que leur mouvement périodique étoit le même qu'auparavant; ce qui fut confirmé par Mr. *Maraldi* en 1704 & en 1719, qui nous en a donné un détail curieux (*Mém. de l'Acad.* 1720), d'où j'ai tiré les particularités ſuivantes. Dans ce tems là, la figure des taches étoit tout-à-fait différente de celle que *Caſſini* avoit vu. L'une de ces taches parut comme une bande quarrée, excepté qu'elle avoit une Fig. 565, 566.

pointe un peu obſcure : cette pointe angulaire paroiſſant fort clairement fut la marque où l'on s'attacha dans les obſervations ſuivantes.

1093. Le 19 & le 20 d'Août à 11 h. & un quart du ſoir, cette pointe parut un peu à l'Orient à l'égard du centre du diſque, & les jours ſuivants à la même heure, elle parut moins avancée ſur ce diſque & diſparut enſuite ſur le bord oriental, ayant paſſé dans l'hémiſphère ſupérieur qui n'eſt point viſible. Après l'avoir parcouru, elle retourna à paroître le 25 & le 26 Septembre dans la même ſituation où elle avoit été le 19 & 20 Août. Elle a donc employé 37 jours à retourner au même endroit. Ce nombre de jours étant partagé par 36 révolutions écoulées dans cet intervalle, donne pour chaque révolution un jour, & de plus la 36e. partie d'un jour, qui eſt de 40 minutes, comme *Caſſini* l'avoit trouvé auparavant. Ce qui fut auſſi vérifié par pluſieurs autres obſervations, ſur cette tache & ſur quelques autres taches.

Taches brillantes dans Mars.

1094. Outre ces taches obſcures, qui étoient ſituées en différents endroits de la ſurface de Mars, Mr. *Maraldi* en obſerva une autre fort claire & fort éclatante, proche du pole méridional, qui faiſoit l'apparence d'une zone polaire : il l'obſerva durant ſix mois, & il vit qu'elle étoit ſujette à divers changements, ayant paru fort claire en certains tems, & en d'autres fort foible, & après avoir diſparu entièrement, elle revint à paroître avec le même éclat qu'auparavant. Toutes les fois qu'elle étoit claire, le diſque de Mars ne paroiſſoit pas rond ; mais la partie méridionale du bord qui la terminoit, paroiſſoit excéder & former en cet endroit une eſpèce de tubéroſité ou de calote d'une portion de cercle plus grand que le reſte du bord ; de ſorte que dans cette rencontre cette planete vue avec la lunette faiſoit à peu près la même apparence que fait à la vue ſimple la Lune, lorſque dans ſon croiſſant & dans ſon décours une petite partie ſeulement du diſque éclairé par les rayons directs du Soleil eſt expoſée vers nous, & que l'autre partie eſt éclairée par les rayons réfléchis de la terre qui nous la rendent viſible. Ce que Mr. *Maraldi* attribue à la plus forte impreſſion qui ſe fait ſur la rétine par les rayons plus lumineux.

1095. L'axe de Mars eſt preſque perpendiculaire au plan de ſon orbite ; par conſéquent ſes poles ne ſont jamais fort éloignés des parties Nord & Sud de ſon diſque viſible Donc ſi la zone polaire dont on a parlé n'étoit pas par-tout également brillante, ces variations d'apparence devoient réſulter de ſa révolution autour de l'axe de Mars. Mr. *Maraldi* conclut d'un grand nombre d'obſervations, qu'une grande partie de cette zone n'avoit jamais manqué de paroître fort brillante, pendant ſix mois de ſuite où elle fut expoſée à ſa vue, & que la partie oppoſée, de l'autre côté du pole, étoit ſujette à de grandes variations, étant quelquefois brillante & d'autres fois pâle & reſſerrée dans ſa largeur juſques à diſparoître totalement. Nonobſtant ces changements d'un côté du pole, il remarqua que l'autre côté avoit continué d'être plus brillant, plus ou moins que le reſte du diſque pendant près de 60 ans, & que c'étoit la ſeule tache permanente ſur tout le corps de Mars, les taches noires ayant changé de figure & de ſituation, & ayant même diſparu totalement dans un moindre eſpace de tems ; ce qui arriva auſſi à une autre tache brillante qu'il vit auprès du pole Nord. Poſition de ſon axe.

1096. Par les obſervations ſuivantes, il ſembleroit que Mars a une atmoſphère fort étendue. *Caſſini* étant à Briare en 1672. Octob. 1. à 2 h. 45′ du matin, obſerva une étoile dans l'eau du verſeau, qui à la diſtance de 6 minutes du diſque de Mars devint ſi pâle avant ſon occultation, qu'il ne put plus la voir avec l'œil nud, ni avec un téleſcope de 3 pieds. Mr. *Roemer* avoit auſſi obſervé à Paris une diminution ſemblable de lumière de cette étoile, après ſon occultation (*Duhamel Hiſt. Acad. p.* 108) : il ne put voir cette étoile par un grand téleſcope dans un tems fort ſerein, qu'après que ſa diſtance de Mars fut égale à deux tiers de ſon diamètre, quoique les étoiles de la même grandeur paroiſſent clairement même lorſqu'elles touchent la Lune. Par la comparaiſon de diverſes obſervations qui furent faites alors ſur cette étoile, on jugea que ſa diſtance varioit par rapport aux étoiles voiſines. Raiſons pour une atmoſphère autour de Mars.

CHAPITRE V.

Découvertes téleſcopiques dans Jupiter.

Découverte des Satellites de Jupiter par Galilée. *Nuncius ſidereus.*

1097. EN 1610 Galilée découvrit les Satellites de Jupiter en cette manière. A une petite diſtance de Jupiter, le ſoir du 7 Janvier, il vit avec un téleſcope meilleur que le premier dont il s'étoit ſervi, trois petites étoiles brillantes, qu'il prit pour des étoiles fixes; mais il fut un peu ſurpris de les voir placées en ligne droite parallele à l'écliptique, & de les voir plus brillantes que les autres de la même grandeur. Voici leur ſituation par rapport à Jupiter, *Eſt* * * ○ * *Oueſt*. Deux de ces étoiles étoient à l'Eſt & la 3e. à l'Oueſt de Jupiter & les deux extérieures paroiſſoient un peu plus grandes que celle du milieu Les prenant pour des étoiles fixes, il ne s'attacha pas à meſurer leurs diſtances à Jupiter; mais les ayant obſervées la nuit ſuivante, il vit que leur ſituation étoit totalement changée: car elles étoient toutes à l'Oueſt de Jupiter, également éloignées mais plus proches les unes des autres que la nuit précédente. *Eſt* ○ * * * *Oueſt* Alors ne faiſant pas attention à leurs moindres diſtances les unes des autres, il fut étonné de voir que Jupiter qui étoit à l'Oueſt de deux de ces étoiles la nuit d'auparavant, ſe trouvât à l'Eſt par rapport aux trois, & il craignit que contre le calcul aſtronomique Jupiter ne les eut précédées toutes par un mouvement direct. Il fut donc fort impatient de les obſerver la nuit ſuivante, mais le tems ſe trouva couvert. Le 10 elles parurent en cette manière, *Eſt* * * ○ *Oueſt*, car il n'en vit que deux qui étoient toutes deux à l'Eſt, la 3e. étant cachée, comme il ſe l'imagina, derrière la planete Ces deux étoiles avec la planete étoient exactement dans une ligne droite parallele à l'écliptique comme auparavant. Voyant que tous ces changements ne pouvoient pas venir du mouvement de Jupiter, & que ces étoiles étoient conſtamment les mêmes, n'y en ayant point d'autres auprès d'elles dans l'écliptique, tous ſes doutes ſe changerent en admiration; & il

fut enfin convaincu que tous ces changements n'étoient pas dans Jupiter, mais dans ces aſtres mêmes. Il prit donc la réſolution de les obſerver plus exactement dans la ſuite.

1098. Le 11 il les vit dans cette poſition, *Eſt* * * ○ *Oueſt*, c'eſt-à-dire, qu'il ne vit que deux étoiles à l'Eſt de Jupiter, dont la diſtance à la plus prochaine étoit triple de leur diſtance mutuelle, & l'étoile la plus orientale étoit deux fois auſſi grande que l'autre, au lieu que la nuit précédente, elles étoient preſque égales.

1099. Il fut alors pleinement convaincu que Jupiter avoit trois étoiles qui rouloient autour de lui, comme font Venus & Mercure autour du Soleil, & la nuit ſuivante, il en trouva une quatrième : elles étoient preſque toutes ſur une même ligne, en cette manière, *Eſt* * ○ * * * *Oueſt*, & elles parurent égales en grandeur, quoique fort petites, mais très-brillantes & beaucoup plus belles que les étoiles fixes de cette grandeur.

1100. Il continua pendant deux mois de ſuite, d'obſerver conſtamment ces nouvelles planetes, qu'il appella *aſtres de Medicis* du nom de ſes patrons, & il conclut ſa relation par les réflexions ſuivantes. Telles ſont, dit-il, les obſervations que j'ai faites juſqu'ici ſur les quatre planetes de *Medicis*, que j'ai été le premier à découvrir ; & quoique je ne puiſſe pas encore réduire au calcul leurs périodes, j'ai pourtant quelques remarques importantes à faire à leur ſujet. 1°. Puiſqu'elles précédent quelquefois Jupiter, & que d'autres fois, elles le ſuivent, dans les bornes de certains petits eſpaces à l'Eſt & à l'Oueſt de Jupiter, & puiſqu'elles l'accompagnent toujours, tant dans ſes mouvements directs que dans ſes mouvements retrogrades, il eſt indubitable qu'elles roulent autour de lui, pendant qu'il roule lui-même autour du Soleil dans l'eſpace de 12 années. 2°. Elles roulent autour de Jupiter dans des cercles inégaux, parce que, dit-il, je n'ai jamais pu en voir deux qui fuſſent en conjonction dans leurs plus grandes digreſſions de Jupiter ; au lieu que j'en ai vu ſouvent deux ou trois, & quelquefois toutes quatre fort proches de Jupiter. 3°. Enfin celles qui roulent dans de plus petits cercles, ont des tems périodiques plus courts ; puiſque celles qui

paroiſſent plus proches de Jupiter paſſent ſouvent d'un côté à l'autre dans un jour. Mais la plus éloignée de toutes, paroît achever ſa révolution dans environ 16 jours. Cela, dit-il, nous fournit une belle preuve du ſyſtême de Copernic, en diſſipant une difficulté qui embarraſſe certaines perſonnes, qui admettant la révolution des planetes autour du Soleil, ne peuvent pas comprendre la révolution de la Lune autour de la terre, pendant que l'une & l'autre ſe meuvent autour du Soleil; ce qui leur paroiſſant impoſſible, ſuffit pour leur faire rejetter ce ſyſtême. Mais nous avons maintenant une démonſtration oculaire, non-ſeulement d'une planete, mais de quatre planetes qui roulent autour de Jupiter comme la Lune autour de la terre, pendant qu'elles roulent toutes avec Jupiter dans des orbites plus grandes. Notre Auteur conclut par une conjecture ſur la différente grandeur apparente des aſtres de Medicis en différents tems; ce qui vient, dit-il, vraiſemblablement de quelques grandes taches noires, & de ce qu'ils tournent ſur leurs axes comme notre Lune ſur le ſien.

1101. Par les dernières obſervations les plus exactes, on a déterminé les tems périodiques & les diſtances de ces Satellites au centre de Jupiter en la meſurant par ſes diamétres tels qu'on les voit ici; & leur proportion eſt que les quarrés de leurs tems périodiques ſont comme les cubes de leurs diſtances reſpectives au centre de Jupiter, tout comme les planetes principales.

Satell.	Tems périodiques	Diſtances.
1.	1ʲ. 18ʰ. 27′. 34″.	5. 667.
2.	3. 13. 13. 42.	9. 017.
3.	7. 3. 42. 36.	14. 384.
4.	16. 16. 32. 9.	25. 299.

Obſervations les plus anciennes des bandes & des taches de Jupiter.

1102. Environ 20 ans après la découverte de *Galilée*, *Fontana*, *Zupus* & *Bartolus*, trois Napolitains furent les premiers qui découvrirent & obſerverent (à ce que l'on dit) les bandes de Jupiter. Il paroît que le téleſcope fut perfectionné vers ce tems-là, ſur-tout par l'oculaire convexe que *Rheita* ſubſtitua au concave de *Galilée*. Car *Gaſſendi* avec le propre téleſcope de *Galilée*

Galilée ne put jamais appercevoir ces bandes. Elles étoient à fort peu près paralleles à l'écliptique en certaines années entiérement droites, en d'autres un peu courbées, quelquefois en haut, & d'autres fois en bas. *Riccioli* attribuoit cette courbure à une lente libration de la planete, ou bien à une petite inclinaiſon de l'axe des bandes au plan de l'écliptique. Vers l'an 1643 les mêmes Sçavants découvrirent l'apparence de deux Satellites, ou plus probablement de leurs ombres ſur le diſque de Jupiter, & auſſi deux taches rondes fort grandes.

Deux ſortes de taches vues dans Jupiter.

1103. Lorſqu'on eut pouſſé plus loin la perfection du téleſcope, M. *Caſſini* en 1665 fit paroître une théorie de deux ſortes de taches viſibles en certains tems ſur le diſque de Jupiter. Il fit voir que les unes n'étoient que les ombres des Satellites qui paſſoient ſur le diſque dans le même tems où les Satellites eux-mêmes paſſoient entre le Soleil & Jupiter, ce qui produiſoit dans Jupiter un éclipſe de Soleil, comme la Lune le fait ici, lorſqu'elle paſſe entre le Soleil & la Terre. On peut donc diſtinguer ces taches de toutes les autres par les propriétés ſuivantes; elles tombent préciſément ſur la partie de Jupiter où un ſpectateur placé au Soleil verroit le Satellite; elles ſe meuvent de l'Eſt à l'Oueſt ſur le diſque de Jupiter avec une vîteſſe égale à celle du Satellite. Pendant que la Terre s'approche de la ligne qui joint le Soleil & Jupiter, le Satellite qui jette cette ombre paroît à l'Eſt de Jupiter; & lorſque la Terre a paſſé cette ligne, on le voit à l'Oueſt de Jupiter; enfin la diſtance apparente du Satellite à l'ombre, eſt proportionnelle à l'angle fait au centre de la Terre ſous la ligne qui joint Jupiter & le Satellite. On comprendra mieux ce que l'on vient de dire ſi l'on jette les yeux ſur la fig. 567 où *s* eſt le Soleil, *j* Jupiter, *a b c* l'orbite annuelle de la Terre, *d e f* celle du Satellite, toutes deux parcourues ſelon l'ordre de ces lettres. Fig. 567.

1104. L'autre eſpéce de taches n'a aucune rélation aux Satellites, mais elle paroît être de la nature des bandes; car en paſſant du limbe oriental au limbe occidental, elles ſe meuvent plus lentement aux extrêmités de leurs courſes, & plus vîte au milieu où elles paroiſſent plus larges; ce qui fait voir que ce

ſont des matières déliées dans la ſurface ou auprès de la ſurface de Jupiter comme les taches du Soleil.

Fig. 161. 1105. M. *Caſſini* nous a donné la figure d'une tache ronde remarquable, jointe à la plus méridionale des bandes qui paroiſſoient alors. Sa moindre diſtance du centre du diſque fut d'environ le tiers du diamètre de Jupiter, & ſon propre diamètre environ un dixième. *Caſſini* ſe mit à l'obſerver en 1665, & par des obſervations réitérées il trouva que le tems périodique de ſa révolution étoit de $9^h. 56'$, & prenant pour époque un certain tems de ſon arrivée au milieu de ſon parallele, il calcula des tables de ſon mouvement, & les trouva conſtamment conformes aux obſervations qu'il fit enſuite juſques à ce que Jupiter fut plongé dans les rayons du Soleil; mais après qu'il en fut ſorti, la tache ſe trouva ſi affoiblie qu'il eut de la peine à la voir, après quoi elle diſparut bientôt.

1106. Mais en 1672 il la revit encore, comme il en jugea par ſa grandeur, ſa figure, ſa poſition & ſon adhérence à la même bande méridionale; & en comparant les obſervations qu'il fit alors avec celles qu'il avoit faites ſix ans auparavant, il trouva que la période moyenne de la révolution de cette tache au milieu de ſon parallele n'excedoit pas $9^h. 55'. 58''.$, & n'étoit pas moindre que $9^h. 55'. 51''$. Le ſoir du 1er. Mars 1672 à $7^h. 30'.$, il vit cette tache au milieu du diſque, ou plutôt de ſon parallele, & le lendemain matin à $5^h. 26'.$, il la vit revenir au même point. Ce fut la première obſervation qu'il avoit faite d'un retour immédiat.

1107. La même tache continua d'être viſible juſques à l'an 1674 où elle diſparut totalement. En 1677 elle parut de nouveau dans le même parallele, mais elle fut bientôt éteinte, & on ne la revit plus qu'en Mars 1685. M. *Caſſini* continua à l'obſerver juſques en Octobre 1687; après quoi elle ne parut plus qu'en 1690 où elle ne fut viſible que très peu de tems, peut-être à raiſon des grands changements qui arrivèrent cette année-là dans les bandes de Jupiter. Elle reparut en 1692, & diſparut en 1693 avec une partie de la bande contigue. En 1694 elle revint avec la même bande, & continua d'être viſible juſques à ce que Jupiter entra dans les rayons du Soleil, mais enſuite

on ne la vit plus qu'en 1708, quoiqu'on l'eut ſouvent cherchée.

1108. Mr. *Maraldi* la vit encore en 1713. (*Voy. les Mém. de l'Acad* 1714, *où Mr. Maraldi entre dans un grand détail de ce phénoméne.*

1109. *Caſſini* vit en Octobre 1691 dans la plus grande des bandes ſeptentrionales de Jupiter, aupres de ſon centre, deux taches brillantes preſque auſſi larges que la bande, comme dans la fig 569, & à la fin de ce mois, il en vit deux autres oppoſées l'une à l'autre. Elles faiſoient leur révolution en 9 h. 51′. Il s'apperçut auſſi que cette bande plus large devenoit plus étroite, pendant que celles qui étoient à ſes deux côtés s'élargiſſoient, juſques à ce que dans le mois de Décembre ſuivant, elles furent toutes à fort peu près de la même largeur, comme ſi la bande du milieu s'étoit déchargée ſur les bandes collatérales; ce qui lui parut aſſez probable à cauſe de l'apparence de quelques parties noires qui étoient entr'elles, comme pour leur ſervir de communication, ainſi qu'on les voit dans les fig. 570, 571. Il vit que les plus grandes parmi les bandes Nord & Sud, étoient ſouvent interrompues, & que leurs extrêmités coupées, faiſoient communément leur révolution dans le même tems que les taches qui étoient dans ces bandes; qu'en certains tems en Octob. 1691, on voyoit ſept ou huit bandes noires fort proches les unes des autres, dont la plûpart étoient dans la partie Sud du diſque, que quelques-unes des dernieres taches auprès de l'équateur de Jupiter faiſoient leur révolution plus vîte que les anciennes taches, leurs tems périodiques n'étant que de 9 h. 50′, & qu'en général toutes les taches qui étoient auprès de l'équateur rouloient plus vîte que celles qui en étoient éloignées. Il crut que cela venoit de ce que la chaleur du Soleil étoit plus grande ſur l'équateur, dont le plan eſt parallele à celui des bandes & à la route des taches, & diffère peu du plan du mouvement de Jupiter autour du Soleil; que pluſieurs taches qui paroiſſoient rondes au commencement, devinrent oblongues par degrés, dans une direction parallele aux bandes, & quelquefois ſe partageoient en deux ou trois taches rondes. Enfin, il ne vit jamais autant de nouvelles taches que vers le mois de Sept. 1690; peut-être, dit-il,

Changemens dans les bandes & taches.

Fig. 569, 570, 571.

parce que Jupiter étoit alors le plus près qu'il pouvoit être du Soleil & de la terre, ce qui donne un avantage à la vue, & ne revient qu'après 83 ans.

Figure elliptique de Jupiter.

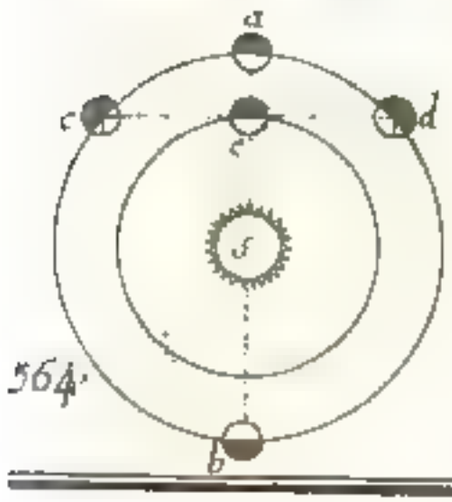
1110. Nous venons de dire, que l'axe de Jupiter eſt à fort peu près perpendiculaire au plan de ſon orbite, de ſorte que la différence des ſaiſons y eſt fort petite. En 1691 *Caſſini* fit des obſervations ſur la figure elliptique de Jupiter, & il trouva que la raiſon de ſon axe au diametre de ſon équateur, étoit de 14 à 15. En 1719 Mr. *Pound* la trouva de 12 à 13 avec un excellent micromètre appliqué au téleſcope d'*Hughens* de 123 pieds, comme nous l'apprend *Newton* (*princip p.* 415) qui tire cette raiſon de la denſité de Jupiter & du tems périodique de ſa révolution autour de ſon axe, rélativement à la terre.

Taches ſur les Satellites de Jupiter.

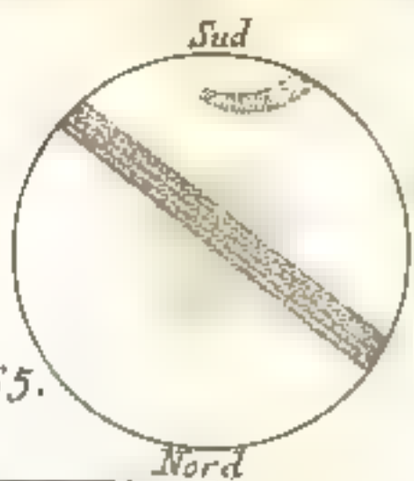
1111. Le 26 Mars 1707. Mr. *Maraldi* apperçut une tache noire ronde ſur le diſque de Jupiter, qui à 6 h. 50′ du ſoir avoit paſſé au milieu, & s'approchant vers le limbe occidental ne changea pas de grandeur, de figure & de vîteſſe, par où, & par la lenteur de ſon mouvement, il conclut qu'elle n'étoit pas adhérente au corps de Jupiter. Ce n'étoit pas non plus l'ombre d'un Satellite ſur le diſque, quoiqu'elle fut ronde & noire, comme elles paroiſſent ordinairement. Car des trois Satellites intérieurs, qu'il vit alors, il s'apperçut que le premier & le troiſième étoient dans les moitiés les plus éloignées de leurs orbites, & quoique le ſecond fût dans ſa moitié la plus proche, il avoit paſſé ſa conjonction avec le Soleil & Jupiter. Quant au quatrième, il comprit auſſi par les tables, & bientôt après par les obſervations, qu'il étoit alors en *d* (fig. 567), entre la terre en *c*, & Jupiter en *f*, & que par conſéquent la projection de ſon ombre fût tellement portée à l'Eſt de Jupiter qu'elle ne pouvoit pas arriver au point où étoit la tache, en moins de 7 heures Outre cela, ſi la tache avoit été l'ombre de ce Satellite, on auroit vu le Satellite à l'Oueſt de Jupiter, à la diſtance d'environ deux de ſes diamètres.

1112. Tout cela le porta à croire que la tache noire étoit dans le Satellite même, & il fut confirmé dans ſon opinion par les preuves ſuivantes. Son mouvement étoit conforme au mouvement connu du Satellite; en ſortant du diſque elle parut

563

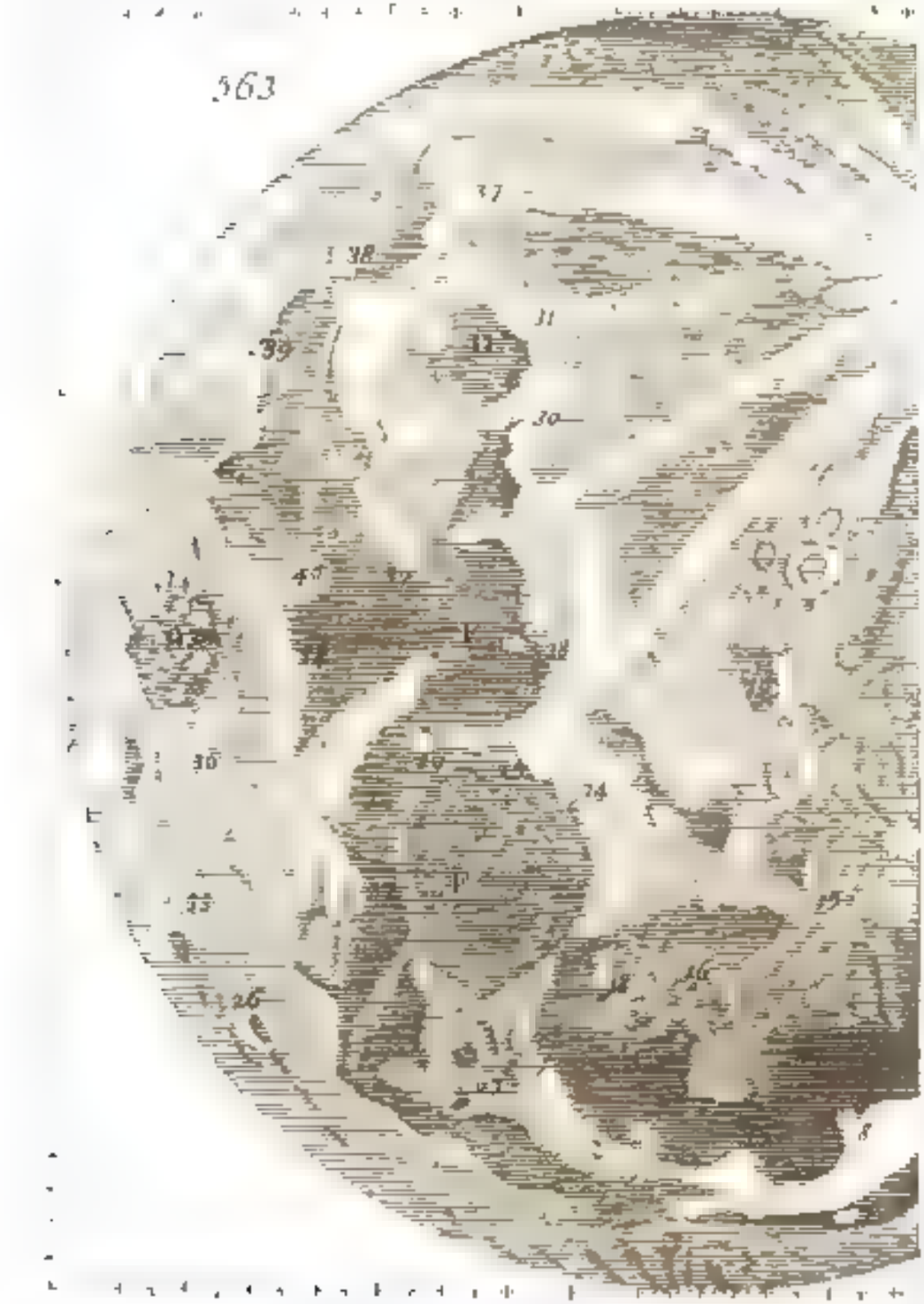


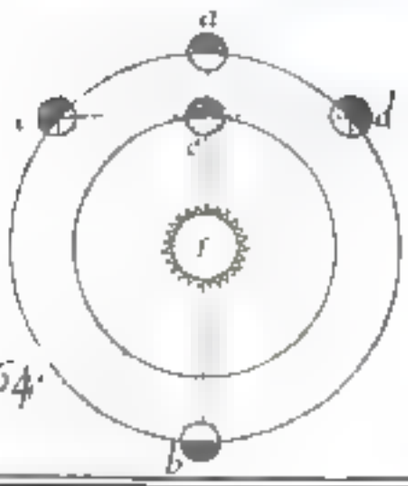
564.



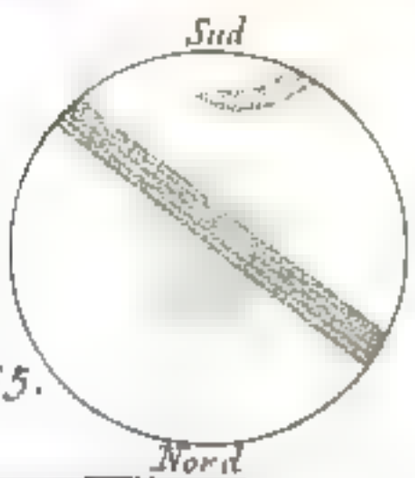
565.

563



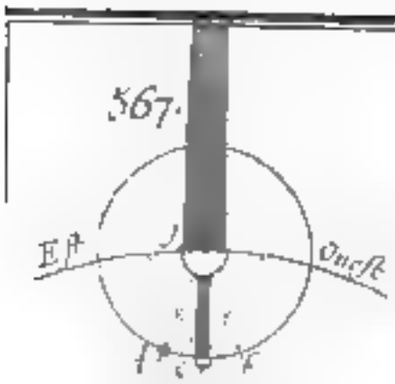


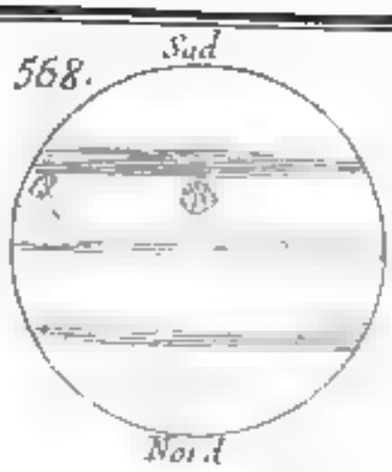
564.



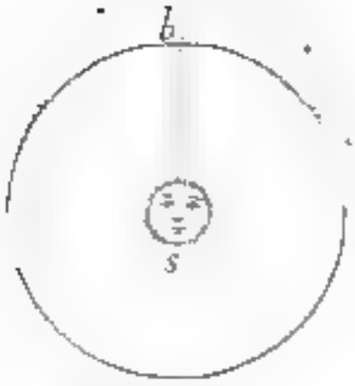
565.

Planche.

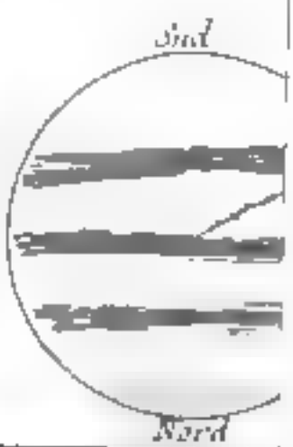

567.
Est
Ouest

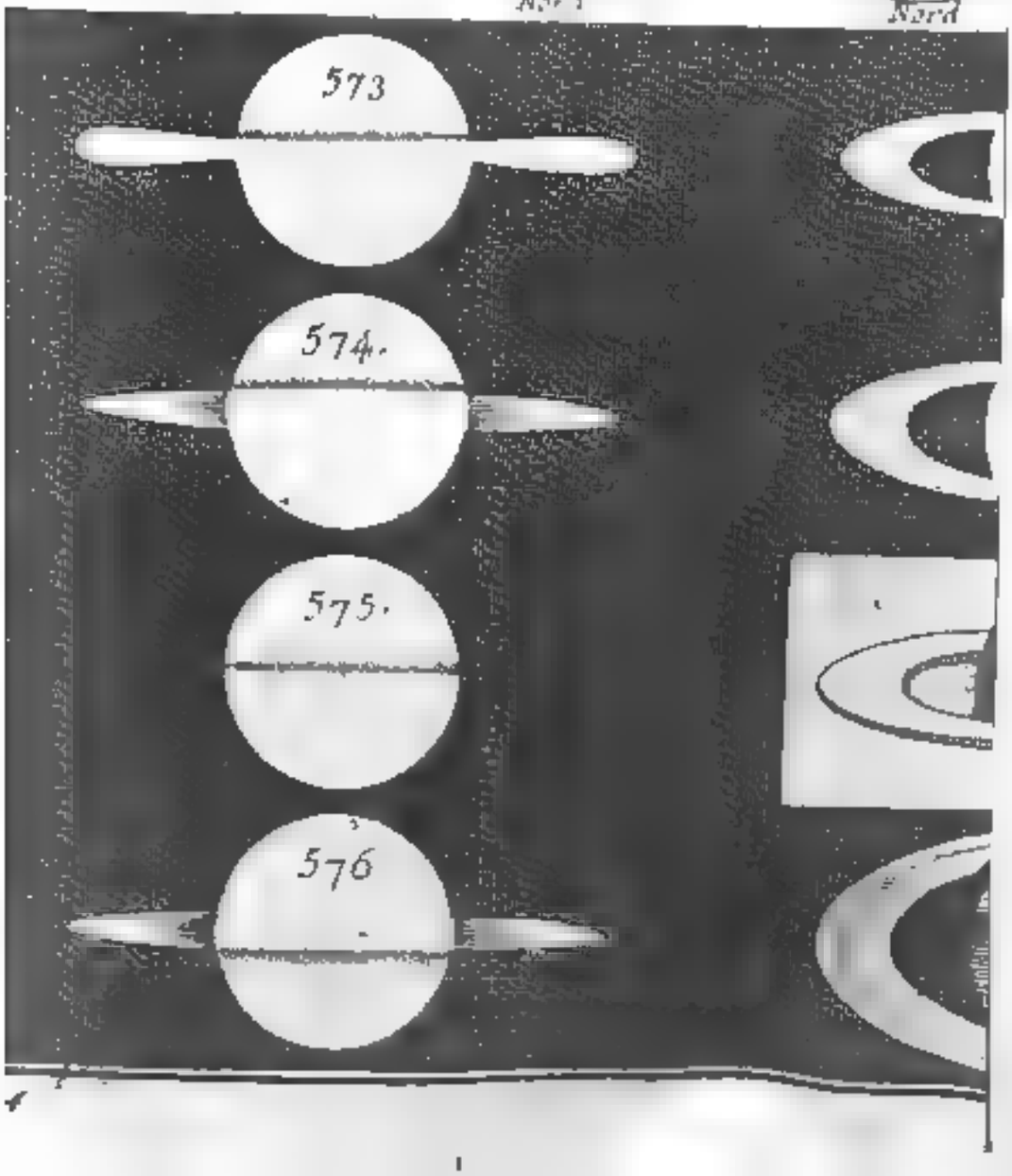

568.
Sud
Nord

Sud
Nord


b
S

570
S. I
Nord


Sud
Nord


573
574.
575.
576

ſur le bord occidental de l'une des taches dans l'endroit même où il vit le Satellite ſortir du diſque quelques minutes après que la tache eut diſparu ; cet intervalle de tems pouvoit venir de la difficulté de diſcerner la tache au bord même du diſque, ou peut-être de la ſituation de la tache ſur le corps du Satellite. Si la tache étoit ſur le bord occidental du Satellite, elle devoit diſparoître avant que le côté oriental plus brillant, fût ſorti du diſque de Jupiter, la tache commença à ſortir du diſque à 7 h. 49′, & le Satellite à 8 h. 6′ paroiſſant alors plus petit ; cet intervalle de 17 minutes s'accorde aſſez bien avec le tems que le diametre de ce Satellite doit employer à ſortir du diſque ; de ſorte que l'intervalle entre le limbe précédent de la tache & le limbe ſubſéquent du Satellite, répondoit à tout ſon diamètre. Les obſervations furent faites avec un téleſcope de 34 pieds.

1113. Le 4 d'Avril, il obſerva un paſſage ſemblable du 3e. Satellite, comme une tache ſur le diſque de Jupiter Mais dans la conjonction ſuivante, le 11, quoiqu'il vit entrer & ſortir le même Satellite, néanmoins, pendant ſon paſſage qui fut de 3 heures & demie, il ne put s'appercevoir d'aucune tache, d'où il conclut que la tache avoit diſparu dans l'intervalle entre ce paſſage & le précédent, & il ajoute que le paſſage viſible d'un Satellite ſur le diſque de Jupiter ſous l'apparence d'une tache, eſt une choſe très-rare. Il remarque auſſi que les Satellites paroiſſent quelquefois ſur le bord du diſque de Jupiter, comme de petites taches brillantes qui diſparoiſſent vers le milieu, où l'on ne peut les diſtinguer que lorſqu'ils ont de grandes taches noires ſur l'hémiſphére tourné de notre côté, & que *Caſſini* le Pere a obſervé de ſemblables phénomènes dans chacun de ces Satellites.

1114. Il eſt très-probable, dit-il, que les Satellites tournent autour de certains axes qui leur ſont propres, & qu'ils ont des taches permanentes, comme celles de la Lune, ou variables, comme celles du Soleil & des planetes principales, dont les changements de grandeur & de poſition peuvent occaſionner leurs paſſages viſibles ou inviſibles ſur le diſque de Jupiter. Car les grandeurs apparentes & les degrés de clarté des mêmes Satellites varient fort en différents tems ; le 4e.

paroît communément le plus petit de tous, & quelquefois le plus grand, & quoique ſon ombre ſur le diſque de Jupiter, dût paroître plutôt moindre en diamètre que le Satellite, & qu'elle ſoit encore diminuée par la lumiere qui l'environne, elle paroît cependant plus grande que le Satellite vu en même tems en dehors du diſque. Le 3e. Satellite eſt auſſi variable dans ſa grandeur apparente, étant ordinairement plus grand que les autres, quelquefois égal & d'autres fois plus petit. Il en eſt de même des autres deux

1115. Mais aucun ne paroît aſſez grand hors du diſque, pour y diſtinguer les taches, comme il arrive auſſi à certaines étoiles fixes, dont la clarté apparente croît & décroît; & pendant que les Satellites entrent dans l'ombre de Jupiter, on voit clairement une diminution de leur clarté qui ſe fait par degrés, mais on ne peut pas diſtinguer les phaſes de l'éclipſe même avec les meilleurs téleſcopes. Mr. *Maraldi* conclut enfin que l'hypothéſe de *Caſſini* ſur les taches des Satellites ſe trouve confirmée par le Satellite de Saturne le plus éloigné, qu'on n'avoit jamais pu voir au côté oriental de Saturne, pendant pluſieurs années, après que *Caſſini* l'eût découvert, & qui devint enſuite viſible avec les mêmes téleſcopes en Sept. 1705. juſques en Janvier 1706.

Paſſage du corps & de l'ombre du 4e Satellite ſur le diſque de Jupiter.

1116. En 1719 le 16 Fév. 9 h. 45′ Mr. *Pound* avec le téleſcope d'*Hughens* de 123 pieds, vit le Satellite de Jupiter le plus éloigné, au milieu de ſon diſque, & ſon ombre auprès du limbe oriental. Le Satellite lui parut preſque auſſi noir que ſon ombre, mais un peu plus petit & un peu plus ſeptentrional. Car il vit en même tems les trois Satellites intérieurs à l'Eſt de Jupiter, & les tems 9 h. 45′ & 11 h. 45′ où le 4e. & ſon ombre arriverent au milieu du diſque, s'accordoient avec les tems, trouvés par le calcul, où ils devoient y arriver. Il ajoute que dans d'autres tems, il a vu le premier & le ſecond Satellites, qui lui parurent non pas comme des taches noires, mais brillantes, & d'une clarté un peu différente de celle de Jupiter, pendant quelque peu de tems après leur entrée dans le diſque, mais qu'à meſure qu'ils s'approchoient du milieu, il les perdit de vue, qu'il a vu ſouvent les mêmes Satellites paroître plus brillants en certains tems que dans

d'autres ; que lorſque l'un d'eux paroiſſoit dans ſon plus grand éclat, la lumière de l'autre étoit conſidérablement diminuée ; que par ces obſervations, il étoit au moins très-probable, non-ſeulement que les Satellites roulent autour de leurs axes, mais auſſi que certaines parties de leurs ſurfaces réfléchiſſent foiblement, ou peut-être point du tout, la lumière du Soleil à nous.

1117. Mr. *Caſſini* eſt le premier qui ait donné au Public les tables des mouvements des Satellites de Jupiter, qui ont été enſuite abrégées, corrigées & reduites au vieux ſtile, & au méridien de *Londres* par le Dr *Halley* (*Tranſ. Phil. vol.* 1. *p.* 409), & enſuite par Mr. *Pound* (*abrégé des Tranſ. vol.* 4. *p.* 308) ; lequel s'eſt appliqué particulierement à rectifier le mouvement du Satellite le plus intérieur, & à faciliter le calcul de ſes éclipſes dans l'ombre de Jupiter, comme étant le plus utile pour déterminer les longitudes par le moyen des horloges & des téleſcopes d'une longueur convenable, puiſqu'il arrive dans 23 jours 30 éclipſes de ce Satellite

Tables des éclipſes des Satellites de Jupiter.

1118. L'application de cette invention à la Géographie & à la Navigation, fut d'abord ſuggerée par *Galilee*, & miſe enſuite en pratique pour la premiere fois par les Membres de l'Académie Royale des Sciences, qui furent envoyés par Louis XIV en différents endroits de la terre fort éloignée.

Appliquées aux longitudes.

1119. Les éclipſes de ces Satellites donnerent lieu à la belle découverte de Mr. *Roemer* ſur la méthode de déterminer la vîteſſe de la lumière, & par laquelle on a conclu & déterminé par une longue expérience que la lumière vient du Soleil à la terre en 7 ou 8 minutes de tems ; diſtance ſi grande, qu'un boulet de canon ne pourroit la parcourir en moins de 25 ans, à raiſon de 500 pieds par ſecondes.

Vîteſſe de la lumière.

1120. Voici la méthode de *Roemer*. Soit *s* le Soleil, *a b c* l'orbite annuelle, *j* Jupiter, *e f g h* l'orbite du premier Satellite, le plus propre à cette découverte à cauſe de la promptitude de ſa révolution ; & que ce Satellite entre dans l'ombre en *g* & en ſorte par *h*. Si l'on ſuppoſe la terre en *b* un peu avant la derniere quadrature ; ſoit une émerſion de ce Satellite obſervée en *h* ; ſi la terre reſtoit dans la même place, nous verrions l'émerſion ſuivante au bout de 42 ½ heures, en ſuppo-

Fig. 178.

ſant que ce ſoit là le tems exact de la révolution du Satellite à l'ombre De même, ſi la terre reſtoit dans la même place en *b*, pendant le tems d'un nombre quelconque de révolutions; par exemple, de 30, nous devrions voir une émerſion à la fin de 30 fois 42 $\frac{1}{2}$ heures. Mais la terre dans ce tems là étant réellement portée de *b* en *c* loin de Jupiter, il ſuit que ſi la lumière demande du tems pour ſa propagation, cette émerſion s'appercevra plus tard en *c*, qu'elle ne ſe ſeroit apperçue en *b*, & qu'à 30 fois 42 $\frac{1}{2}$ heures, on doit ajouter le tems que la lumière emploie à décrire *k c* différence de *b h* & *h c*.

1121. Au contraire, vers l'autre quadrature pendant que la terre va de *d* en *a*, en s'approchant de Jupiter, l'immerſion du Satellite en *g* doit s'appercevoir plutôt en *a* qu'on ne l'auroit apperçue ſi la terre étoit reſtée en *d*.

1122 Or ces retardements des émerſions en s'éloignant de Jupiter & ces accélérations des immerſions en allant vers Jupiter, ont été trouvées ſouvent d'environ 10 minutes, & en les examinant avec plus d'attention, on a conclu que la lumière décrivoit une ligne *k c* égale au demi-diamètre de l'orbite annuelle de la terre à fort peu près dans un demi-quart d'heure. Le mouvement de Jupiter dans ſon orbite, pendant que la terre paſſe de *b* en *c*, & de *d* en *a*, eſt entré dans ce calcul, & les Aſtronomes ſont enfin convenus que ces équations du tems de ces éclipſes ne peuvent pas provenir, ni d'aucune inégalité dans le mouvement du Satellite, ni d'aucune excentricité ou inclinaiſon de ſon orbite; & qu'enfin les trois autres Satellites exigent les mêmes équations du tems de leurs éclipſes (*abrégé des Tranſ. Phil. vol.* 1. *p.* 422.).

CHAPITRE

CHAPITRE VI.

Découvertes téleſcopiques dans Saturne.

1123. *Galilée* fut le premier qui obſerva une choſe bien extraordinaire dans Saturne, qu'il prit alors pour trois globes, le plus grand au milieu des deux petits; ils paroiſſoient preſque ſe toucher, & leurs centres étoient exactement dans une même ligne droite. En 1610, il donna avis de cette découverte par la tranſpoſition des lettres de ces quatre mots, *Altiſſimum Planetam tergeminum obſervavi.* Et enſuite il ajouta cette précaution, qu'à moins que le téleſcope ne fût bon & ne groſſit au moins 30 fois en diamètre, on n'y verroit pas Saturne comme trois globes diſtincts, mais comme un ſeul allongé pourtant en forme d'olive. Il obſerva la même apparence pendant plus de deux ans de ſuite; mais en 1612, il fut bien ſurpris de ne voir plus que le globe du milieu Quelque tems après les globes collatéraux recommencerent à paroître; & différentes perſonnes les ayant obſervés avec des téleſcopes de différentes forces, ils parurent aux uns attachés au globe du milieu, & aux autres ſéparés de ce globe, & dans la ſuite du tems, ils prirent differentes formes, quelquefois ronds, quelquefois oblongs, quelquefois demi-circulaires, d'autres fois lunaires, avec des cornes qui alloient en pointe vers le globe du milieu, & qui devinrent par degrés ſi longues & ſi larges, qu'elles l'environnerent, comme un anneau d'une figure ovale.

Premières obſervations téleſcopiques ſur Saturne.

1124. Ces étranges apparences furent obſervées pendant 40 ans de ſuite, & l'on imagina diverſes hypothéſes pour les expliquer; de ce nombre furent celles d'*Hevelius* dans ſon Livre *de Saturni nativa facie*, de *Roberval*, d'*Hodierna*, de *Gallet* & d'autres cités par *Hughens* dans ſon *Syſtema Saturnium* qui parut en 1659. Cet habile homme peu ſatisfait de ce qu'on avoit donné au Public, & voyant que le plus grand obſtacle ſe trouvoit dans la petiteſſe, & autres imperfections des meilleurs téleſcopes qu'on

employoit alors, prit d'abord le parti de perfectionner l'art de polir les objectifs, où il réuſſit ſi bien en peu de tems, qu'il fit des téleſcopes qui groſſiſſoient deux ou trois fois plus que les téleſcopes ordinaires C'eſt avec ces téleſcopes qu'il découvrit un anneau autour de Saturne, & qu'il fit voir que cet anneau étoit la vraie cauſe de tous ces merveilleux phénomènes. Il découvrit auſſi un Satellite qui faiſoit ſa révolution autour de Saturne en 16 jours ou environ, dans le plan de l'anneau prolongé.

Obſervations d'*Hughens* ſur Saturne.

1125. En Mars 1655, avec un tube de 12 pieds, il vit Saturne tel qu'il eſt repréſenté dans la fig. 573, avec deux bras étendus de part & d'autre du globe Ils paroiſſoient un peu plus épais vers leurs extrêmités que vers le diſque, & ils garderent cette figure juſques à ce que Saturne fut plongé dans les rayons du Soleil. Mais lorſqu'il eut perdu ces bras en 1656, & qu'il les eut recouverts quelque tems après, ils parurent dans le téleſcope de 12 pieds de la même figure qu'auparavant, mais dans un autre de 23 pieds, qu'il avoit préparé dans cet intervalle de tems, ils lui parurent plus déliés dans leurs extrêmités, comme dans la fig. 574. Il conclut donc qu'ils auroient paru ſous la même forme, ſi on les avoit vus avec un téleſcope plus long. La zone ou ligne noire qui traverſe le diſque en ligne droite entre les parties ſupérieures des bras, étoit viſible même dans le téleſcope de 12 pieds.

Fig. 573.

Fig. 574.

Fig. 575.

1126. Le 16 Janvier 1656 étant de retour de ſes voyages, il vit Saturne parfaitement rond comme dans la fig. 575. Mais d'autres avoient obſervé cette phaſe auparavant vers la fin de Novembre. Elle ſubſiſta juſques à ce que Saturne fut entré une ſeconde fois dans les rayons du Soleil Dans chaque obſervation de cette phaſe, la ligne noire paſſoit par le centre du diſque, & étoit conſtamment dirigée au Satellite & au mouvement diurne de la planete. Elle étoit par conſéquent parallele à notre équateur.

Fig. 576.

1127. En Octobre 1656 Saturne parut de nouveau, avec ſes bras comme dans la fig. 576, de la même forme que l'année d'auparavant, mais terminés plus diſtinctement dans les meilleurs téleſcopes. La ligne noire joignoit alors le deſſous de

chaque bras, & étoit toujours parallele au mouvement diurne de la planete, comme elle le fut toujours après.

1128. Le 26 Novembre les bras devinrent un peu plus larges, & ne parurent auſſi brillants auprès de Saturne qu'à leurs extrêmités.

1129. Le 17 Décembre 1657, auſſitôt que Saturne fut ſorti des rayons du Soleil, ſes deux bras parurent diviſés en deux parties par un eſpace noir auprès de la planete, & ils reſſembloient à des *anſes* comme dans la fig 577. La zone noire étoit deſcendue plus bas, & la même apparence continua juſqu'au coucher héliaque de Saturne. Fig. 577.

1130. Le 10 Novembre 1658., après ſon lever héliaque, les anſes parurent plus grandes qu'auparavant, mais elles n'étoient pas auſſi diſtinctes à cauſe des vapeurs qui étoient proches de l'horizon: mais le 6 de Février elles parurent très-diſtinctes comme dans la fig 578, & cette phaſe continua juſques à la fin de Mars, où l'Auteur ceſſa d'obſerver. J'ai omis ſes autres obſervations, qui ne regardent que le mouvement du Satellite. Art. 578.

1131. En 1656 avant qu'il eut fait toutes ces obſervations, il donna avis au Public de ſes découvertes par la tranſpoſition des lettres des mots ſuivants; *annulo cingitur, tenui, plano, nuſquam cohærente, ad eclipticam inclinato*; & enſuite il donna la figure de l'anneau comme on la voit dans la fig. 579, où il fait l'eſpace entre le globe & l'anneau égal à la largeur de l'anneau & même plus grand, & le plus grand diamètre de l'anneau en proportion de 9 à 4 au diametre du globe. Mais la vraie proportion eſt celle de 7 à 3, comme Mr. *Pound* l'a déterminée par un excellent micromètre appliqué à l'objectif d'*Hughens* de 123 pieds. Il eſt évident qu'il y a un eſpace vuide entre l'anneau & le corps de la planete, non-ſeulement à cauſe de ſa couleur & des autres apparences optiques, mais encore par le fait que Mr *Whiſton* rapporte dans ſes Mémoires ſur la vie du Dr. *Clarke*, où il dit que le Pere de ce Dr. vit une fois une étoile fixe à travers l'eſpace noir de l'une des anſes. Dimenſions de Saturne & de ſon anneau. Fig. 579.

1132. En 1675, après que Saturne fut ſorti des rayons du Soleil, *Caſſini* le vit à la pointe du jour, avec une bande Inclinaiſon de l'anneau à l'écliptique.

noire ſur ſon globe, parallele au grand axe de ſon anneau, comme à l'ordinaire. Mais ce qui étoit plus remarquable, c'eſt que le côté large de l'anneau étoit diviſé également tout autour par une ligne noire elliptique, qui le partageoit comme en deux anneaux, dont l'intérieur paroiſſoit plus brillant que l'extérieur, avec la différence de clarté à fort peu près qui ſe trouve entre l'argent poli & non poli; ce qui n'ayant pas été obſervé auparavant, a été vu pluſieurs fois dans la ſuite avec des tubes de 34 & de 20 pieds, & plus évidemment dans le crépuſcule ou avec la lumière de la Lune, que dans une nuit obſcure.

1133. Mr. *Hadley* avec ſon téleſcope de réflexion de 5 pieds, obſerva que la partie ſupérieure de l'anneau paroiſſoit plus étroite que la partie inférieure ou l'intérieure auprès de Saturne, & que la ligne noire qui les ſéparoit, étoit plus forte auprès de Saturne, & plus foible vers le bord ſupérieur de l'anneau, comme dans la fig. 580. Il diſtingua auſſi en dedans de l'anneau deux bandes, dont l'une croiſoit Saturne dans ſon bord intérieur, & paroiſſoit être l'ombre de l'anneau ſur le corps de Saturne; mais lorſqu'il eut fait attention à la ſituation du Soleil, par rapport à l'anneau & à Saturne, il vit que cette bande ne pouvoit pas venir de cette cauſe. Le bout de l'ombre de Saturne ſur cet anneau étoit auſſi viſible, comme on l'a repréſenté dans la figure.

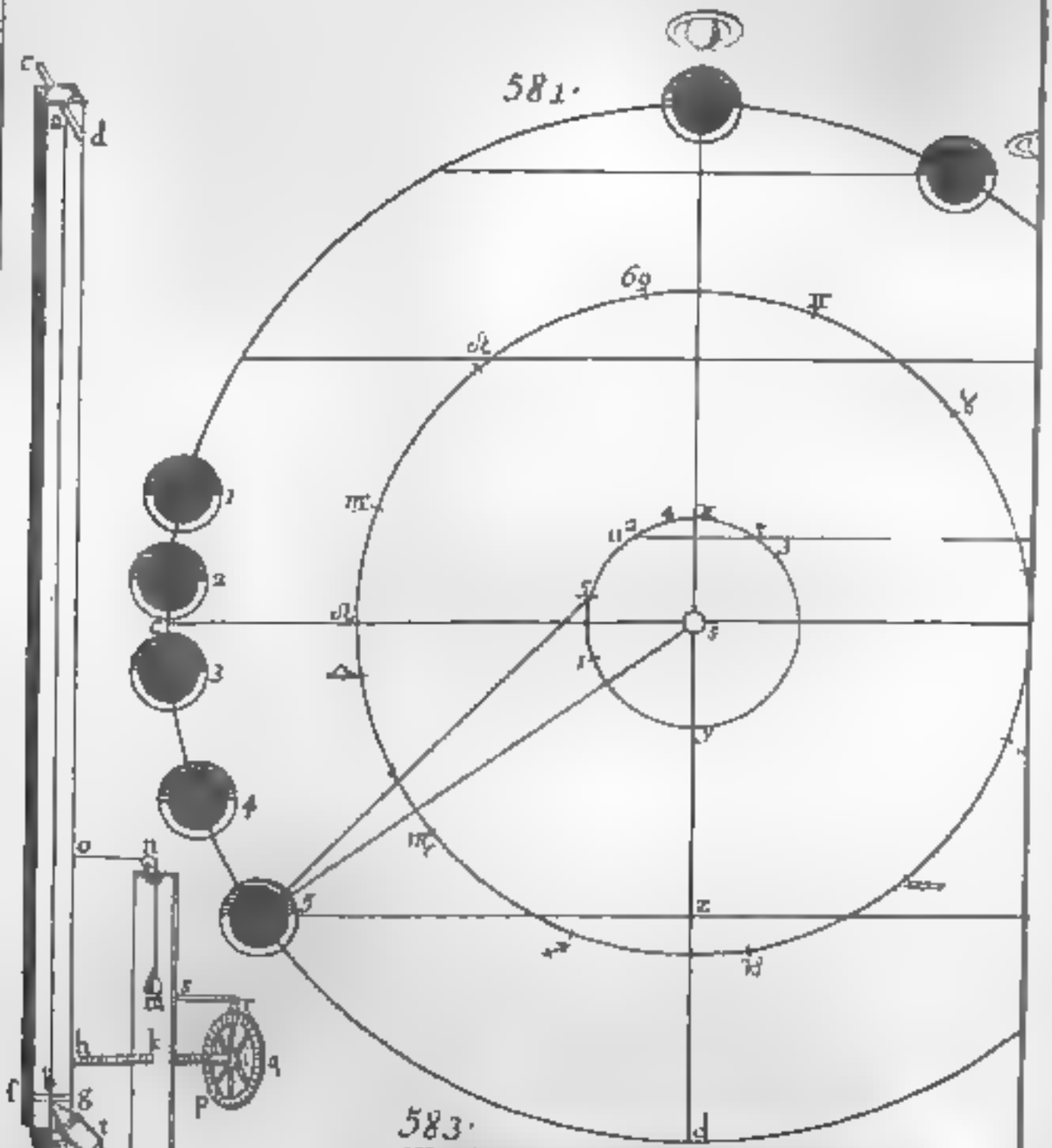
Fig. 580.

1134. Les obſervations que Mr. *Pound* a faites avec l'objectif d'*Hughens* ſont conformes aux précédentes, & outre l'anneau du côté méridional, il vit une zone du côté ſeptentrional, qui n'étoit pas auſſi éloignée du centre que l'anneau, & qui reſſembloit aſſez aux plus petites bandes de Jupiter.

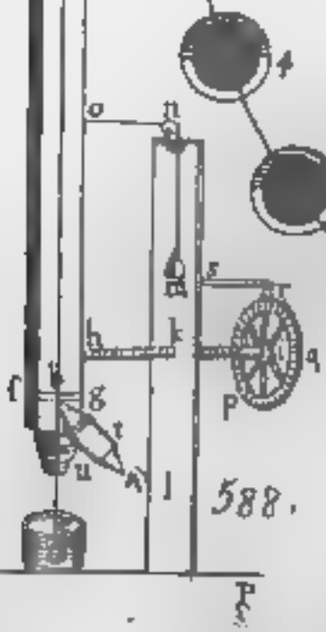
Explication des phaſes de Saturne.

1135. *Hughens* croyoit au commencement que le plan de l'anneau étoit conſtamment preſque parallele au plan de l'équateur terreſtre, & par conſéquent incliné à l'écliptique de 23 ½ degrés. Parce que par différentes méthodes, dont il parle dans ſon *ſyſtema Saturnium* p. 51, il trouve que le grand axe de l'ellipſe, à laquelle l'anneau reſſemble, étoit toujours à fort peu près parallele au plan de notre équateur. Mais en 1668 Mrs. *Roemer*, *Picard* & lui même meſurerent en différentes manières l'inclinaiſon du plus grand diamètre de l'ovale

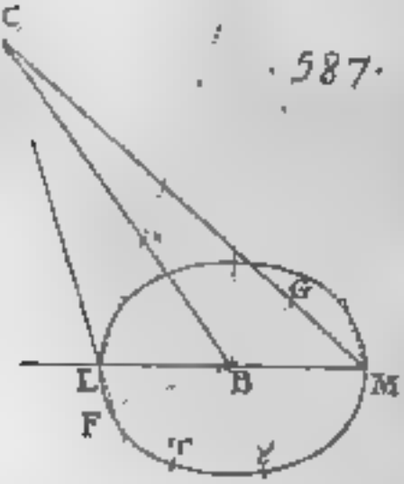
581.



588.



587.



583.

à notre équateur, & le trouverent de 9 degrés; d'où ils conclurent que ſon inclinaiſon à l'écliptique étoit d'environ 31 degrés, ſur-tout parce que au commencement de Juillet 1664, *Campani* avoit obſervé que l'ellipſe de l'anneau étoit plus large qu'on ne s'y étoit attendu, ſon grand axe étant double du petit; car comme le grand axe eſt au petit, ainſi le rayon eſt au ſinus de l'inclinaiſon de l'anneau à une ligne qui joint ſon centre avec l'œil de l'Obſervateur. Cette inclinaiſon étoit donc de 30 degrés, & la latitude de Saturne, étant alors d'environ un degré, donne 31 degrés pour l'inclinaiſon de l'anneau à l'écliptique.

1136. Mais à moins que les téleſcopes de *Campani* ne fuſſent alors très-excellents, ou au moins beaucoup meilleurs que ceux d'*Hughens*, on ne ſçauroit tirer aucune concluſion certaine de ſon obſervation ſur la figure de l'ellipſe. Car à la diſtance moyenne de Saturne au Soleil ou à la terre, le grand axe de ſon anneau parut à *Hughens* ſous un angle de 64 ſecondes & à Mr. *Pound* ſeulement de 42 ſecondes, & il y a la même différence de 22 ſecondes dans leurs meſures du diamètre apparent de Jupiter, laquelle vient de la différente bonté de leurs téleſcopes; le meilleur des deux faiſant voir l'objet plus diſtinct & plus exempt de la fauſſe bordure d'une lumière dilatée, & par conſéquent ſous un angle moindre. Or cette bordure paroiſſant de la même largeur tout autour de l'anneau, fait paroître l'ellipſe plus large qu'il ne faut à proportion de ſa longueur, & par conſéquent elle donne une inclinaiſon trop grande de ſon plan au rayon viſuel; mais on ne ſçait pas combien on doit apprécier cette bordure.

1137. *Hughens* explique les phaſes de Saturne durant toute ſa révolution autour du Soleil, par les principes ſuivants 1°. que le plan de ſon anneau reſte conſtamment parallele à lui-même. 2°. que le bord convexe de l'anneau réfléchit trop peu de rayons pour être viſible. On verra bientôt ſur quoi ces principes ſont appuyés. L'anneau paroit double.

1138. En ſuppoſant ces deux principes, ſoit *a b c d* l'orbite de Saturne, *s* le Soleil à ſon foyer, *a s c* une ligne parallele au plan de l'anneau. Fig. 181.

1139. Premièrement, ſoit que Saturne arrive en *a* ou en *c*,

il paroîtra rond (comme s'il n'avoit point d'anneau) à un œil placé dans un point quelconque de l'orbite de la terre *t x v y*. Car quoique la diſtance entre les plans de l'anneau prolongé juſqu'au Soleil ſoit ſi petite que les ſegments extérieurs du corps du Soleil doivent envoyer quelques rayons ſur ces plans ; cependant comme ils y tombent trop obliquement, ils en ſont trop écartés pour les rendre viſibles, & quoiqu'ils frappent plus directement le bord extérieur de l'anneau, comme il réfléchit trop peu de rayons, ſelon le principe ſuppoſé, ou comme ſon épaiſſeur fait un trop petit angle à nos yeux, ainſi que le Dr. *Jurin* l'a obſervé dans ſon eſſai curieux ſur la viſion diſtincte & indiſtincte, il devient réellement inviſible.

1140. En ſecond lieu, par les mêmes raiſons, l'anneau eſt auſſi inviſible lorſque ſon plan prolongé paſſe par la terre, comme lorſque Saturne eſt en *e* & la terre en *t*, ou *v* dans la ligne *e t v* parallele à *a s c*.

1141. Troiſiémement, l'anneau continue d'être inviſible tant que ſon plan prolongé paſſe entre le Soleil & la terre, comme en *e*, lorſque ſon plan obſcur eſt expoſé à l'œil placé en quelque point que ce ſoit de l'arc *t x v* oppoſé au Soleil, & que ſon plan éclairé eſt tourné de l'autre côté de l'œil ; ſon bord étant toujours inviſible comme auparavant.

1142. Menez *b s d* perpendiculaire à *a s c*, & pendant que Saturne ſe meut de *a* en *b* ou de *c* en *d*, un ſpectateur dans le Soleil verroit la figure elliptique de l'anneau devenir continuellement plus large, juſques à ce qu'il ſoit arrivé en *b* ou *d*, où il paroît dans ſa plus grande largeur, ſon plan étant alors incliné au rayon viſuel par le plus grand angle.

1143. Quant au ſpectateur ſur la terre, l'ellipſe lui paroîtra la plus large, lorſque le plan qui paſſe par les centres de la terre & de Saturne, & qui eſt droit ſur le plan de ſon orbite, devient perpendiculaire à la ligne *a s c* ; car alors il ſera auſſi perpendiculaire au plan de l'anneau, au deſſus duquel l'œil eſt alors élevé à fort peu près autant qu'il peut l'être.

1144. Les figures qui ſont dans l'orbite de Saturne, repréſentent l'anneau dans ſes poſitions paralleles, la moitié ombrée étant ſous le plan de l'orbite & l'autre moitié au-deſſus. Les

figures collatérales repréſentent les phaſes correſpondantes de Saturne dans ces endroits là, telles qu'elles ſont vues du Soleil ou même de la terre Car le rayon de l'orbite de la terre étant entre $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{10}$ de celui de Saturne, peut à peine renfermer dans Saturne un angle plus grand que de 6 degrés; de ſorte que les figures elliptiques de l'anneau, vues du Soleil ou de la terre, ne ſont pas fort différentes.

1145. *Hughens* appuye ſon ſecond principe ſur l'apparence de la bande noire qu'il a vue conſtamment dans la partie du corps de Saturne où le bord extérieur de l'anneau étoit projetté. (art. 1125). Premièrement parce que ce bord étoit auſſi parfaitement expoſé au Soleil que le plan de l'anneau. Secondement, parce que cette bande noire ne pouvoit pas être l'ombre de l'anneau qui tomboit ſur Saturne. Car dans toutes ſes obſervations l'œil étoit plus élevé que le Soleil ſur le plan éclairé de l'anneau, & par conſéquent il ne pouvoit voir aucune partie de l'ombre de ſon côté extérieur. Il conclut donc que dans ces cas, la bande noire qu'il vit, n'étoit que la projection optique du bord extérieur, qui étant aſſez épais pour être viſible ſur un plan éclairé, ſeroit auſſi viſible ſur un plan obſcur ou ſur le firmament, s'il réfléchiſſoit aſſez de lumière; & que par conſéquent les bras diſparoiſſoient dans les cas dont on a parlé ci-deſſus, parce que leurs bords n'avoient pas aſſez de force pour réfléchir la lumière. Mais dans la phaſe ronde le plan obſcur de l'anneau étant oppoſé à l'œil par un angle fort oblique, ſa projection optique ſur Saturne avec celle de ſon bord, faiſoient enſemble une bande totale obſcure, comme dans la fig. 575. Les nombres 1, 2, 3, 4, 5 de la fig. 581 marquent les lieux de Saturne; & 1, 2, 3, 4, 5 les lieux correſpondants de la terre, lorſque Saturne parut tel qu'il eſt repréſenté dans les fig. 544, 545, 546, 547, 548 reſpectivement. Et l'angle 55 ϒ (par exemple) que le rayon viſuel faiſoit avec 5 ϒ, interſection de l'anneau avec le plan de l'orbite, étant plus grand que l'angle 5 5 ϒ que le rayon du Soleil faiſoit avec la même interſection, fait voir combien l'œil étoit plus élevé que le Soleil ſur le plan éclairé de l'anneau. Le petit axe de l'ellipſe vu du Soleil eſt comme l'angle 5 5 ϒ, & vu de la terre, comme l'angle 55 ϒ à fort peu

Raiſon du 2°. principe.

près, parce que la terre s'écarte fort peu du plan de l'orbite de Saturne.

Longitude des nœuds de l'anneau.

1146. La longitude de la ligne *a c* constamment parallele au plan de l'anneau de Saturne & de ſon orbite, fut déterminée par *Hughens* à 2° 30 de la vierge & des poiſſons vers l'an 1656; mais par quelques obſervations plus exactes faites en 1685, Mr. *Maraldi* la plaça à 19°. 55′ de ces ſignes, & en comparant une obſervation que *Caſſini* avoit faite en 1671, avec une des ſiennes en 1715, il la plaça plus exactement à 19°. 45′ de ces ſignes. (*Mém. de l'Acad.* 1715).

1147. Il détermina les lieux des nœuds de l'anneau en diviſant également l'intervalle entre les lieux héliocentriques de Saturne, donnés par les tems obſervés où il perdit ſes bras & les reprit, ou bien lorſqu'ils paroiſſoient être de la même grandeur avant & après qu'ils eurent diſparu; ou même en diviſant également l'intervalle entre un lieu héliocentrique & le point oppoſé à l'autre, lorſque l'anneau fut obſervé dans les parties oppoſées de l'orbite.

1148. Il trouva par les obſervations du premier cas, que cet intervalle étoit de 3 degrés, & que dans le dernier, il n'étoit qu'un peu plus d'un degré, ce qui fait voir qu'il faut moins que la moitié d'un degré d'élévation des rayons du centre du Soleil ſur l'anneau, pour le rendre viſible à un œil qui eſt aſſez élevé ſur ce plan, & qui eſt aidé de bons verres, tels que ceux que *Caſſini* & *Maraldi* ont employés dans l'Obſervatoire Royal.

Tems de la phaſe ronde.

1149. Puiſque donc Saturne, dans cette partie du Zodiaque, parcourt un degré dans un mois, il s'enſuit que ſon anneau n'eſt inviſible, faute de rayons du Soleil, que 15 jours avant ou 15 jours après qu'il eſt arrivé à 19°. 45′ de la vierge ou des poiſſons. On peut donc trouver aiſément les tems de cette phaſe ronde par les tables du mouvement de Saturne ou même par les éphémérides. On peut auſſi trouver les tems où le plan de l'anneau prolongé traverſera la terre, en cherchant en quel tems le lieu géocentrique de Saturne ſera dans le 19°. 45′ de la vierge ou des poiſſons, & de même les tems où l'anneau paroîtra le plus ouvert, c'eſt-à-dire, lorſque ſon lieu géocentrique

trique eſt dans le 19°. 45′ des jumeaux & du ſagittaire, ou 90 degrés après ſes nœuds.

1150. On ne doit pas oublier d'obſerver que le Soleil éclaire le plan ſeptentrional de l'anneau pendant le mouvement héliocentrique de Saturne depuis le 19° 45′ de la vierge juſques au point oppoſé & le plan méridional dans les autres ſignes.

Tems où le plan de l'anneau eſt éclairé.

1151. En Octobre 1714, lorſque la terre étoit fort proche du plan de l'anneau prolongé, & qu'elle ſe mouvoit vers lui, Mr *Maraldi* obſerva pendant que les bras décroiſſoient d'une nuit à l'autre, tant en longueur qu'en largeur, que le bras oriental parut un peu plus grand que l'autre pendant trois ou quatre nuits, & que cependant il diſparut le premier. Car après deux nuits d'interruption par les nuages, il vit le bras occidental tout ſeul, mais il ne le vit plus dans la ſuite, parce que la nuit ſuivante le tems fut couvert; & la nuit d'après, (c'eſt-à-dire, le 14 d'Octobre) Saturne parut entièrement rond, & continua de même pendant quelques mois.

Soupçon que l'anneau tournat autour d'un axe.

1152. Cette inégalité des bras lui donna lieu de ſoupçonner que quelques parties de l'anneau, ou même tout l'anneau, n'étoit pas terminé par des plans exactement paralleles, & que le bras le plus grand ne diſparut pas réellement le premier, mais que dans l'intervalle entre les obſervations, il prit la place du petit, par un mouvement circulaire de l'anneau autour d'un axe perpendiculaire à ſes plans. Mais il ne paroît par aucune obſervation qui ſoit venue à ma connoiſſance, que le globe de Saturne tourne, ou ne tourne pas autour d'un axe.

1153. Tout le monde ſçait que Saturne a cinq Satellites; celui qu'*Hughens* découvrit en 1655 eſt le plus éloigné à un ſeul près; *Caſſini* a découvert tous les autres; il trouva le plus éloigné de tous, & celui du milieu, ou celui qui vient après celui d'*Hughens* en 1671, & les deux autres les plus proches en 1686, qu'il découvrit avec des tubes de 100 ou de 136 pieds; mais dans la ſuite il les vit tous cinq avec un tube de 34 pieds. Il les appella *Sidera Lodoicea*, à l'honneur de *Louis le Grand*, parce qu'ils avoient été découverts ſous ſon regne & dans ſon Obſervatoire.

Découverte de 4 Satellites nouveaux

Table de leurs mouvements.

1154. En 1659 Mr. *Hughens* donna dans ſon *Syſtema Saturnium* une table du mouvement moyen de ſon Satellite, que le Dr. *Halley* trouva par ſes obſervations en 1682 notablement écartée du vrai ; c'eſt pourquoi il en donna une nouvelle au Public calculée ſur des éléments plus exacts. Il réforma auſſi les tables de *Caſſini* des mouvements moyens de tous ces Satellites, & vers l'an 1720, il les donna au Public une ſeconde fois ; elles étoient mieux corrigées par les obſervations que Mr. *Pound* avoit faites avec le téleſcope d'*Hughens*. Il dit dans cet endroit que les quatre Satellites intérieurs décrivent leurs orbites à fort peu près dans le plan de l'anneau prolongé, qu'il prétend être ſenſiblement parallele à notre équateur (*quidquid in contrarium proferant nonnulli*), & que l'orbite du 5e. Satellite eſt placée un peu à l'écart des autres, conformément à quelques obſervations faites en dernier lieu par Mr. *Caſſini* le Fils.

1155. On trouve ordinairement que la diſtance du Satellite d'*Hughens* au centre de Saturne eſt de 8 demi-diamètres de l'anneau ; mais Mr *Pound* avec ſon micromètre appliqué au téleſcope d'*Hughens*, la trouve de 8. 7. Delà on a conclu les diſtances de tous les autres dans la table ſuivante, en conſéquence de leurs tems périodiques, ſelon le rapport connu (que les cubes des diſtances ſont comme les quarrés des tems périodiques), & elles ſe trouvent conformes aux diſtances obſervées.

Satell.	Tems périodiques.	Diſtances.
1.	1^j^. 21^h^. 18′ 27″.	2. 10
2.	2. 17. 41. 22.	2. 69.
3.	4. 12. 25. 12.	3. 75.
4.	15. 22. 41. 14.	8. 70.
5.	79. 7. 48. 0.	25. 35.

1156. Les proportions ſuivantes des diſtances moyennes de la terre & des planetes au Soleil, ont auſſi été déduites de leurs tems périodiques ; ſelon la loi dont on vient de parler, découverte par *Kepler* & démontrée par *Newton*.

Tems périodiques en jours & en parties décimales d'un jour.

Saturne. Jupiter. Mars. la Terre. Venus Mercure.
10759. 275, 4332. 514, 686. 9785, 365. 2565, 224. 6176, 87. 9692.

Diſtances moyennes au Soleil.

954006, 520046, 152369, 100000, 72333, 38710.

1157. En comparant ces proportions des diſtances du Soleil aux planetes, avec les proportions de leurs diamètres apparents, meſurés par le micromètre, on a les proportions ſuivantes de leurs diamètres réels. Diamètres réels du Soleil & des planetes.

Le Soleil. Saturne Jupit. Mars. la Terre. Venus. Mercure. la Lune.
10000. 790. 996. 57. 109. 112. 40. 30.

1158. Car le diamètre apparent du Soleil dans ſa moyenne diſtance à la terre eſt 32′. 12″ = 1932″.

1159. Et le diamètre apparent de la terre vue du Soleil dans la même diſtance moyenne eſt 21″, étant double de la parallaxe horizontale 10″ ½, que l'on a trouvé par un grand nombre d'obſervations réitérées du Dr. *Halley* n'être pas plus grande que 12″, ni moindre que 9″ (art. 875). Donc le diamètre réel du Soleil eſt à celui de la terre, comme 1932″ : 21″ :: 10000 : 109.

1160. *Newton* a conclu des obſervations de Mr *Pound* faites avec le micromètre appliqué au téleſcope d'*Hughens* de 123 pieds, qu'un Obſervateur au Soleil verroit Saturne dans ſa moyenne diſtance ſous un angle de 16″, & Jupiter ſous un angle de 37″, & par conſéquent il verroit Saturne, s'il venoit à la diſtance moyenne de la terre, ſous un angle de $\frac{954006}{100000} \times 16''$ (art. 60) = 152. 64096″. Donc le diamètre réel du Soleil eſt à celui de Saturne, comme 1932″ : 152. 64096″ :: 10000 . 790.

1161. Par une réduction ſemblable, le diamètre réel du Soleil eſt à celui de Jupiter comme 1932″ . 192. 417″ : : 10000 : 996.

1162. Lorſque Mars étoit fort proche de la terre, *Hughens*

trouva que ſon diamètre apparent ne ſurpaſſoit pas 30″, & qu'alors la diſtance de Mars à la terre étoit à notre diſtance moyenne du Soleil, comme 15 à 41 (*Syſt. Sat. p.* 79). Donc Mars éloigné du Soleil à cette diſtance, auroit paru ſous un angle de $\frac{15}{41} \times 30'' = 10.\ 9756''$. Donc le diamètre réel du Soleil eſt à celui de Mars, comme $1932'' \cdot 10.\ 9756'' :: 10000 : 57$.

1163. Le Dr. *Halley* conclut de l'apparence de Venus & de Mercure dans le diſque du Soleil, que Venus vue du Soleil à ſa diſtance moyenne, auroit paru ſous un angle de 30″, & Mercure à ſa moyenne diſtance ſous un angle de 20″. Donc Venus portée à la diſtance moyenne de la terre au Soleil, paroîtroit ſous un angle de $\frac{72.\ 33}{100.\ 00} \times 30'' = 21.\ 6999''$. Donc le diamètre réel du Soleil eſt à celui de Venus, comme $1932'' : 21.\ 6999'' :: 10000 : 112$.

1164. Par une ſemblable réduction, le diamètre réel du Soleil eſt à celui de Mercure, comme $1932'' : 7.\ 742'' :: 10000 : 40$.

1165. Les diamètres apparents des planetes, vues du Soleil dans leurs diſtances moyennes, ont été conclus des obſervations en cette manière. Soit le Soleil en s, la terre en e, la planete en p, lorſqu'on a obſervé ſon diamètre à la diſtance pe Par les tables aſtronomiques, les angles du triangle sep ſont donnés, & par conſéquent les proportions de leurs côtés; on a auſſi celle de sp à sm qu'on ſuppoſe être la diſtance moyenne de la planete au Soleil, & par le moyen de ces proportions on trouve celles de leurs diamètres apparents aux diſtances ep, sp, sm (art. 60.).

Fig. 182.

Diſtances des planetes au Soleil.

1166. Il ſuit de la parallaxe horizontale du Soleil de $10'' \frac{1}{2}$ que ſa diſtance à la terre eſt de 9962 diamètres de la terre; parce que dans un triangle rectangle où le demi-diamètre de la terre eſt oppoſé à un angle de $10'' \frac{1}{2}$ au centre du Soleil, la diſtance entre les centres du Soleil & de la terre, eſt au demi-diamètre de la terre, comme le rayon eſt au ſinus de $10'' \frac{1}{2}$, c'eſt-à-dire, comme 19924 eſt à 1.

1167. On aura donc les diſtances réelles de toutes les planetes au Soleil par la table de leurs proportions dans l'art 1156.

Diamètre réel & diſtance de la Lune.

1168. Le demi-diamètre moyen apparent de la Lune eſt $15'.\ 38'' = 938''$ & dans ce tems là ſa parallaxe horizon-

tale moyenne eſt 57′. 12″ = 3432″. Donc le demi-diamètre réel de la terre eſt à celui de la Lune, comme 3432″ : 938″ :: 109 : 30 preſque, ce qui exprime ſon diamètre réel relativement à ceux du Soleil & des planetes dans l'art 1157.

1169. Donc la diſtance moyenne de la Lune à la terre eſt un peu plus que 60 demi-diamètres de la terre, parce que le rayon eſt au ſinus de 57′. 12″ comme 60 $\frac{1}{10}$ eſt à 1 à fort peu près.

CHAPITRE VII.

Découvertes téleſcopiques dans les Etoiles fixes.

1170. QUe les étoiles n'ayent point de parallaxe ſenſible, ou ce qui revient au même, que l'orbite annuelle de la terre (dont le diamètre ne ſçauroit être parcouru par un boulet de canon en moins de 50 ans), n'aye aucune grandeur ſenſible, vue par un téleſcope placé dans une étoile fixe; c'eſt une concluſion ſi étonnante, qu'on ne ſçauroit la croire, ſi elle n'étoit ſoutenue par une évidence inconteſtable. Mais comme le fait eſt certain, il n'eſt pas ſurprenant que les meilleurs téleſcopes ne groſſiſſent en aucune façon les diamètres apparents des étoiles, quoiqu'ils en découvrent une grande multitude qui ſont entièrement imperceptibles à l'œil nud, & qu'ils en découvrent un plus grand nombre à meſure que leur ouverture eſt plus grande pour recevoir plus de lumière, & l'oculaire plus foible pour rendre l'objet plus diſtinct (art. 360). On a trouvé que la voie lactée qui a étonné les anciens Philoſophes, n'étoit qu'un nombre prodigieux d'étoiles très-petites, ſi proches les unes des autres, que l'œil nud n'y peut découvrir qu'un mêlange blanchâtre de leurs lumières foibles. Ce fut la découverte que fit *Galilée*, qui trouva auſſi que ces étoiles pâles, que les Aſtronomes appellent *nébuleuſes* paroiſſoient dans ſon téleſcope de petits amas d'étoiles très-petites. Multitude des Etoiles téleſcopiques.

1171. *Hugheus* en 1656, ayant dirigé par hazard un grand téleſcope à trois petites étoiles fort proches les unes des autres au milieu de l'épée d'Orion, en vit plus qu'à l'ordinaire. Mais Taches brillantes parmi les Etoiles fixes.

les trois petites étoiles fort proches les unes des autres (marquées ι par *Bayer*) joint à quatre autres, brilloient comme ſi elles avoient été dans un nuage blanchâtre, beaucoup plus éclatant que le reſte du Ciel, lequel étant obſcur & ſerein, faiſoit paroître cette partie brillante, comme ſi ç'eût été une ouverture, qui conduiſoit à une région plus éclairée. Il l'obſerva pluſieurs fois, & il trouva que ce nuage reſtoit toujours
Fig. 583. au même endroit, & conſervoit la forme que la figure 583 repréſente. Il l'appella *portentum cui ſimile aliud nuſquam apud reliquas fixas potui animadvertere.*

1172. Mais dans les Tranſactions Philoſophiques, (*Abrégé vol. 4 p.* 224), on rend compte d'une découverte plus récente de cinq autres taches lumineuſes ſemblables, quoique moins conſidérables que celle d'*Hughens*. On nous dit que celle du milieu eſt à préſent dans ♑. 19°. 0'. avec 28°. 45 de latitude Sud, & qu'elle jette comme une poutre rayonnante vers le Sud-Eſt, tandis qu'une autre dans la ceinture d'Andromède paroît la jetter au Nord-Eſt. On y remarque auſſi, que quoique ces taches ſoient en apparence fort petites, & que la plûpart n'ayent que quelques minutes en diamètre; cependant comme elles ſont parmi les étoiles fixes, n'ayant aucune apparence annuelle, elles doivent occuper des eſpaces immenſes, & peut-être auſſi grands que notre ſyſtême ſolaire: par où l'on voit que dans ces eſpaces, il doit y avoir un jour perpétuel.

1173 C'eſt à l'Auteur de ces réflexions, ſi je ne me trompe, que nous ſommes redevables d'un autre détail curieux de ce qu'il y a de plus remarquable dans les nouvelles étoiles qui ont paru & diſparu les 150 dernières années. Je ne parlerai ici que d'une ou deux Celle qui eſt dans la Chaiſe de *Caſſiopée*, que *Cornelius Gemma* n'avoit pas vue le 8 Novembre 1572, quoiqu'il eut conſideré cette nuit cette partie du Ciel qui étoit fort ſerein, & qu'il vit la nuit ſuivante 9 Novembre, avec un éclat qui ſurpaſſoit toutes les étoiles fixes, n'étant gueres moins brillante que Venus: *Tychobrahé* ne la vit que le 11 du même mois; mais il nous aſſure que dès-lors, elle diminua par degres; de ſorte que en Mars 1574, après 16 mois, elle ne fut plus viſible; & aujourdhui il n'en reſte plus aucune trace. Son lieu dans la ſphére des étoiles fixes, par

les observations exactes du même *Tycho*, étoit 0ˢ. 9°. 17′ depuis la première étoile du belier, avec 53° 45′ de latitude Nord. A cela, *Newton* ajoute, (*princip. Phil. p* 526) qu'en Novembre, lorsqu'elle parut pour la première fois, elle étoit aussi brillante que Venus, en Décembre, comme Jupiter; en Janvier 1573, moins que Jupiter, mais plus que Sirius, & en Février & Mars, aussi brillante que Sirius; en Avril & Mai, comme les étoiles de la seconde grandeur; en Juin, Juillet & Août, comme celles de la 3ᵉ. grandeur; en Septembre, Octobre & Novembre comme celles de la 4ᵉ; en Décembre & Janvier 1574, comme celles de la 5ᵉ., en Février, comme celles de la 6ᵉ., & en Mars on ne la vit plus. Que sa couleur étoit au commencement claire, blanche & brillante, ensuite jaune, & en Mars 1573 rouge & obscure, comme Mars ou Aldebaran, en Mai pâle & livide comme celle de Saturne, & qu'elle devint toujours plus foible jusques à ce qu'elle disparut.

1174. Que les écoliers de *Kepler* virent & observerent une autre étoile semblable qui commença à paroître le 30 Sept., vieux stile en 1604, & qu'on n'avoit pas vue le jour d'auparavant; mais qu'elle parut tout-à-coup avec un éclat plus grand que celui de Jupiter; que comme la première, elle s'éteignit par degrés, & qu'elle disparut ensuite totalement, ne laissant aucune trace en Janvier 1605. Cette étoile étoit auprès de l'écliptique à la suite de la jambe droite du Serpentaire, & par les observations de *Kepler* & des autres elle étoit à 7ˢ. 20°. 0′ depuis la première étoile du Belier, avec 1°. 56′ de latitude Nord.

1175. Qu'enfin l'éruption d'une autre étoile semblable, qui brilloit plus que les autres, avoit déterminé *Hipparque* à faire le premier catalogue des étoiles fixes, afin que la postérité pût connoître les changements qui se feroient parmi elles.

1176. Nous avons remarqué ci-devant d'après *Newton* (art. 1049) que les cometes qui s'approchent du Soleil jusques à pénétrer dans son atmosphère, peuvent trouver une si grande résistance, & tant de retardement après plusieurs révolutions, qu'à la fin elles tombent dans le Soleil avec une grande force; & de là il conjecture que les étoiles dont nous avons parlé, qui

Origine des nouvelles Etoiles.

paroiſſent ſubitement avec une très-grande clarté, & qui enſuite diminuent inſenſiblement juſques à diſparoître à nos yeux, pouvoient bien être pouſſées en haut & devenir ſenſibles par le choc d'une comete qui tomberoit ſur elles: mais quant aux autres nouvelles étoiles qui paroiſſent & diſparoiſſent périodiquement, qui croiſſent fort lentement, & qui ſurpaſſent rarement les étoiles de la 3e. grandeur (on en voit pluſieurs dans l'hiſtoire dont j'ai parlé), il penſe qu'elles ſont d'une autre eſpéce, ou au moins dans un autre état; qu'en roulant autour de leurs axes comme le Soleil, elles peuvent expoſer à nos yeux ſucceſſivement leurs parties lumineuſes & obſcures; car les étoiles fixes ſont indubitablement des corps qui brillent par eux-mêmes, de la même eſpèce que le Soleil, & par conſéquent également expoſés à avoir de grandes taches obſcures & des croutes ſur leurs ſurfaces. En effet la lumière du Soleil s'étendant à de ſi grandes diſtances, & étant réfléchie par des corps opaques qui n'auroient aucune grandeur apparente ſenſible, ſeroit trop raréfiée pour affecter nos ſens, comme *Galilée* l'a conclu de la foible lumière des planetes les plus éloignées du Soleil, comparée à l'éclat des étoiles fixes.

Examen de la parallaxe annuelle des Etoiles fixes.

1177. Après divers eſſais du Dr. *Hook*, de Mr *Flamſteed* & de quelques autres, pour déterminer la parallaxe annuelle des Etoiles fixes, Mr. *Samuel Molyneux*, Ecuyer en 1725, dreſſa un inſtrument très-exact pour tâcher d'arriver à quelque degré de certitude, dans une recherche auſſi délicate. Il ſuivit le projet du Dr. *Hook* à quelques égards, comme en prenant la diſtance au *Zenith* de l'étoile la plus brillante dans la tête du Dragon dans ſon paſſage au méridien, comme auſſi dans la forme de ſon inſtrument, qu'il conſtruiſit ſur les mêmes principes que celui du Dr., mais qu'il pouſſa à un degré d'exactitude beaucoup plus grand, par les ſoins & l'invention de Mr. *George Graham*.

1178. M. *Bradley*, Profeſſeur d'Aſtronomie à Oxford, qui a toujours ſuivi Mr. *Molyneux* dans l'exécution de ce beau projet, en a donné au Public une relation très exacte dans une Lettre adreſſée au Dr *Halley*, laquelle contient non-ſeulement un détail de pluſieurs phénoménes nouveaux & ſurprenants qui ont accompagné les obſervations (qu'il a continuées & répétées

après

après le décès de Mr. *Molyneux*) mais auſſi la découverte parfaite de la vraie cauſe de ces phénoménes; ce qui à la fin le mit en état de déterminer le point en queſtion, & d'en tirer des conſéquences admirables relativement à la propagation de la lumière. Comme ces découvertes paroiſſent les plus délicates qui ayent été faites depuis l'invention des téleſcopes, je vais en donner l'eſſentiel auſſi clairement qu'il me ſera poſſible.

Quelques obſervations & phénoménes.

1179. Voici le réſultat des obſervations faites ſur l'étoile brillante de la tête du Dragon, marquée γ par *Bayer*.

En commençant par le 3 Décembre 1725, ſa diſtance au Zénith, obſervée pluſieurs jours de ſuite au tems de ſon paſſage par le méridien, parut ne donner aucune différence ſenſible ou remarquable dans les obſervations.

1180. Le 17 Décembre elle paſſa un peu plus au Sud du Zénith qu'auparavant, & toujours plus juſques au 20, ce qui fut un ſujet de ſurpriſe, parce qu'on ne pouvoit pas s'attendre ſitôt à une altération ſenſible de parallaxe dans cette étoile, & parce que ce changement étoit contraire à ce qu'il auroit dû être, s'il avoit été produit par une parallaxe annuelle.

1181. Vers le commencement de Mars 1726, on trouva l'étoile 20″ plus au Sud que dans la première obſervation, & il parut qu'elle étoit arrivée à ſa dernière limite du côté du Sud.

1182. Vers le milieu d'Avril, elle parut revenir au Nord, & vers le commencement de Juin, elle paſſa à la même diſtance du Zénith où elle avoit été en Décembre, lorſqu'elle fut obſervée pour la première fois.

1183. Depuis ce tems là, elle continua à ſe mouvoir au Nord juſques au mois de Septembre ſuivant, où elle recommença à être ſtationaire, étant alors plus de 20 ſecondes plus Nord qu'en Juin, & au moins 39 plus Nord qu'en Mars.

1184. Depuis Septembre, elle revint au Sud, & elle arriva en Décembre à la même ſituation où elle étoit, douze mois auparavant, ayant égard à la différence de déclinaiſon occaſionnée par la préceſſion des équinoxes.

1185. Par de ſemblables obſervations faites ſur une petite étoile, preſque oppoſée en aſcenſion droite au γ du Dragon, & environ à la même diſtance du pole Nord de l'équateur, elle parut changer ſa déclinaiſon de 19″, c'eſt-à-dire, environ

la moitié plus que n'avoit fait dans le même tems le γ du Dragon. Ce qui prouve clairement, comme Mr. *Bradley* le remarque, que ces changements apparents ne viennent pas de la nutation de l'axe de la terre; puiſque les changements qui en réſulteroient, ſeroient à fort peu près égaux dans ces deux étoiles, qui ſont auprès du colure des Solſtices

1186. En comparant ces obſervations enſemble, on a trouvé dans ces deux étoiles, que la différence apparente des declinaiſons, comptée depuis les limites dont on a parlé, étoit toujours à fort peu près proportionnelle au ſinus verſe de la diſtance du Soleil aux points équinoxiaux.

1187. Et que toute la différence de déclinaiſon dans ces étoiles étoit comme le ſinus de la latitude de chacune reſpectivement.

Hypothéſe de M. *Bradley* pour expliquer ce phénoméne.

1188. Après un an d'obſervations ſur pluſieurs autres etoiles, en différentes parties du Ciel, faites avec un nouvel inſtrument placé à *Wanſted* en 1727, Mr. *Bradley* découvrit pluſieurs autres propriétés de leurs mouvements apparents, & après avoir examiné & rejetté deux ou trois hypothéſes qu'il avoit imaginées, pour expliquer ces mouvements, à la fin il conjectura que tous ces phénomènes venoient du mouvement progreſſif de la lumière, & du mouvement annuel de la terre dans ſon orbite. Car il comprit que ſi la lumière ne venoit à nous que par ſucceſſion de tems, le lieu apparent d'un objet fixe ne ſeroit pas le même, lorſque l'œil eſt en repos, que lorſqu'il ſeroit mû dans toute autre direction que celle de la ligne qui va de l'œil à l'objet, & que ſi l'œil ſe mouvoit en différentes directions, le lieu apparent de l'objet ſeroit différent. Je vais commencer par déduire quelques conſéquences de cette hypothéſe, & enſuite les comparer avec les phénomènes.

Quelques conſéquences de cette hypothéſe.

1189. Si un œil ſe meut uniformément dans une ligne droite de *a* en *b*, pendant que la lumière d'une étoile fixe deſcend uniformément par une ligne droite de *c* en *b*, l'étoile paroîtra dans une direction conſtamment parallele à *a c*.

Fig. 184.

Car ſi l'on conçoit que l'œil entraîne la ligne *a c* parallélement à elle-même, ſon interſection avec la ligne fixe *b c* ſera mue uniformément de *c* en *b* (*Eucl. l. 6. 2*), & elle ſuivra par conſéquent une particule de lumière qui deſcend uniformément de *c* en *b*, & parce que cette interſection eſt un point qui ſe meut non-ſeulement dans la ligne fixe *b c*, mais auſſi dans la ligne mobile *a c*, il eſt clair que la parti-

cule qui accompagne l'interſection *c*, ſe meut relativement dans la ligne mobile *a c*. De même une particule de tout autre rayon, parallele à *c b*, que la ligne mobile *a c* rencontre ſucceſſivement, ſe meut auſſi dans la ligne mobile *a c*, & ainſi une ſucceſſion de ces particules, ſe mouvant le long de *a c* forme le rayon viſuel dans la direction duquel l'étoile paroît.

1190. Ainſi, en ſuppoſant que le centre de la terre *b* ſe meut uniformément dans une orbite circulaire ♈ ♑ A *b*, autour du Soleil qui eſt dans ſon centre B; ſi dans une ligne B C dirigée à une étoile fixe, qu'on ſuppoſe à une diſtance infinie, on prend une diſtance E C en proportion à B*b* ou à B A comme la viteſſe de la lumière eſt à la viteſſe du centre de la terre, un Obſervateur ſur la terre en *b* verra conſtamment cette étoile dans une direction à fort peu près parallele à la ligne A C, qui joint le point C avec le point A de l'orbite éloigné conſtamment derrière la terre de 90 degrés. Fig. 585.

Car menant *b a* & *b c* paralleles à B A & B C reſpectivement & dirigées du même côté de *b* & B, & encore une ligne *a c* parallele à A C, les triangles ſemblables *b c a*, B C A donneront *b c* : *b a* : : B C : B A, comme la viteſſe de la lumière à la viteſſe de la terre. Donc ſi un œil eſt ſuppoſé ſe mouvoir le long de la tangente *a b* avec cette dernière viteſſe, il verra l'étoile dans une direction conſtamment parallele à *a c* (art. 1189) ou A C. Mais l'œil ſe meut dans l'orbite avec cette viteſſe, & paſſe par le point *b* dans la direction de cette tangente. Donc en paſſant il voit l'étoile dans la même direction où un autre œil dans la tangente la verroit conſtamment. Le mouvement diurne de la terre change ſi peu cette concluſion, qu'il ne mérite ici aucune attention.

1191. Donc la parallaxe apparente d'une étoile par rapport à un Obſervateur en *b* eſt meſurée conſtamment par l'angle A C B, ſi le point A eſt toujours à 90 degrés derrière la terre en *b*, & par conſéquent 90 degrés avant le lieu apparent du ☉ dans l'écliptique.

1192. Donc la latitude apparente d'une étoile, qu'on ſuppoſe toujours à une diſtance infinie, ſera la moindre de toutes, lorſque le lieu du Soleil dans l'écliptique ſera 90 degrés avant le lieu de l'étoile, & depuis ce tems là, elle croîtra pendant la moitié de l'année, & enſuite elle décroîtra pendant l'autre moitié,

& ſon incrément compté depuis ces limites ſera conſtamment comme le ſinus verſe de la longitude du Soleil comptée depuis le lieu dont on vient de parler.

Fig. 186. Car menant C D perpendiculaire au plan de l'orbite, joignez A D & menez D B qui coupe l'orbite en L & M Le point L le plus près de D eſt le lieu de l'étoile dans l'écliptique, & le point ☉, oppoſé à *b* eſt le lieu du Soleil. Or lorſque le point ☉ étoit en N, 90 degrés plus avant que L, le point A étant toujours 90 degrés plus avant que ☉ (art. 1191) étoit en M, point le plus éloigné de la perpendiculaire C D, & par conſéquent la latitude apparente de l'étoile, toujours meſurée par l'angle C A D, étoit alors la moindre de toutes.

Menez A E perpendiculaire à L M, & joignant C L, C E, C M, menez M F perpendiculaire à C E prolongée. Concevant enſuite que le point A ſe meut dans la perpendiculaire A E vers E, l'angle C A D s'approchera du *maximum* C E D, & par conſéquent croîtra fort peu, ſur-tout lorſque l'approche angulaire A C E ſera exceſſivement petite. Donc au lieu de la latitude apparente C A D, nous pouvons prendre C E D, & par conſéquent l'angle E C M pour l'incrément de la moindre latitude C M D. or ce petit angle E C M eſt comme ſon ſinus M F ou (parce que la raiſon de M F à M E varie fort peu) comme M E ſinus verſe de l'arc M A égal à N ☉ longitude du Soleil depuis N, 90 degrés plus avant que le lieu de l'aſtre L.

1193. Lorſqu'une étoile eſt placée en quelque endroit que ce ſoit du colure des Solſtices, les incréments ou décréments de ſa latitude & de ſa déclinaiſon ſont les mêmes quantités; & par conſéquent ſi l'étoile eſt ſuppoſée à une diſtance infinie, & que ſa longitude ſoit au commencement du Capricorne, avec une déclinaiſon Nord, ſa déclinaiſon apparente ſera la moindre au tems du l'équinoxe du printems, & la plus grande dans celui d'automne, & ſes incréments & décréments comptés depuis ces limites, ſeront proportionnels au ſinus verſe de la longitude du Soleil, comptée depuis les points équinoxiaux; ce qui s'accorde avec les phénomènes (art. 1186).

Fig. 187. 1194. Toute la parallaxe apparente L P M d'une étoile qui eſt dans le pole de l'écliptique, eſt à toute la parallaxe apparente L C M dans la latitude d'une autre étoile, comme le rayon eſt au ſinus de la latitude C B L. Car puiſque B P=

BC, menant BF & BG perpendiculaires à CL & CM, le petit angle BPL eſt à BCL comme le ſinus BL eſt au ſinus BF, c'eſt-à-dire, comme le rayon eſt au ſinus de l'angle BLF ou de la latitude CBL (art. 204). De plus, le petit angle BPM eſt à BCM comme BM eſt à BG, c'eſt-à-dire, comme le rayon eſt au ſinus de BMG ou de la latitude CBL, comme auparavant. Donc tout l'angle LPM eſt à LCM, comme le rayon eſt au ſinus de la latitude CBL.

Donc ſi l'on obſerve la parallaxe en latitude ou en déclinaiſon des étoiles qui ſont dans le colure des Solſtices ou près de ce colure, on aura la parallaxe d'une étoile qui ſeroit dans le pole de l'écliptique, laquelle eſt évidemment la plus grande de toutes. Ainſi dans γ du Dragon dont la latitude CBL = 74° 58′. 20″, la parallaxe obſervée LCM s'eſt trouvée 39″ (art 1183) d'où ſuit la plus grande parallaxe LPM, 40″, 4. De même dans la petite étoile dont on a parlé ci-devant, dont la diſtance au pole Nord de l'équateur eſt 38°. 28′. 35″, (c'eſt-à-dire, la 36ᵉ du Camelopard d'*Hevelius* dans le catalogue de *Flamſtead*), & par conſéquent ſa latitude un peu plus de 28°, 2′. 2″, étant preſque oppoſée en aſcenſion droite au γ du Dragon, l'angle parallactique obſervé LCM s'eſt trouvé de 19″ (art. 1185) d'où réſulte LPM, 40″. 4; comme ci-devant.

1195 Mr. *Bradley* ayant appliqué à ſa théorie ſes obſervations de la parallaxe en déclinaiſon des étoiles dans toutes ſortes de ſituations, nous aſſure qu'elles s'accordent toutes à prouver que la plus grande parallaxe eſt d'environ 40 ou 41 ſecondes, & il croit que le milieu 40″ ½ ne ſçauroit s'écarter du vrai, de plus d'une ſeconde.

1196. Ainſi la vîteſſe de la lumière des étoiles eſt 10210 fois plus grande que celle du mouvement moyen de la terre autour du Soleil. Car la première vîteſſe eſt à la ſeconde, comme BP eſt à BL ou BM (art. 1189), c'eſt-à-dire, comme le rayon eſt à la tangente de BPL ou BPM = 20″ ¼, ainſi qu'on l'a déterminé ci-devant. Vîteſſe de la lumière des étoiles.

1197. De ce qu'on a dit juſqu'ici, Mr *Bradley* conclut 1°. que la lumière de toutes ces étoiles arrive à la terre avec des vîteſſes égales. 2°. Qu'à moins que leurs diſtances à la terre ſoient toutes égales, (ce qui pour d'autres raiſons, outre celle de leur différente clarté, n'eſt nullement probable), leur lumière Quelques propriétés de la lumière.

s'étend uniformément à toutes les diſtances. 3°. Que la vîteſſe de la lumière d'une étoile eſt telle qu'elle parcourt un eſpace égal à la diſtance du Soleil à nous en 8′ 13″; (ce tems étant à celui où la terre décriroit cette diſtance avec la vîteſſe de ſon mouvement moyen autour du Soleil, comme 1 à 10210, & ce dernier tems à la moitié de l'année, comme le diamètre à la circonférence). 4° Que ce tems ainſi déterminé, ne peut guères différer du vrai que de 5 ou 10 ſecondes, ce qui eſt un degré d'exactitude qu'on ne pouvoit pas attendre des éclipſes des Satellites de Jupiter. 5°. Que comme cette détermination de la viteſſe de la lumière des étoiles eſt un milieu entre pluſieurs déterminations de celle de la lumière du Soleil réfléchie par ces Satellites, nous avons lieu de conclure que les viteſſes de ces lumières ſont égales. Et enfin puiſqu'il eſt très-probable que la viteſſe de la lumiere émanée du Soleil eſt auſſi égale à celle des étoiles (art 1176), il ſuit que ſa viteſſe n'eſt pas altérée par la reflexion dans le même milieu.

1198. Il ſuit évidemment des articles 1190, 1194, &c. qu'une etoile placée dans le pole de l'écliptique paroîtroit dans le cours d'une année, décrire autour du pole un petit cercle, dont le demi-diamètre apparent ſeroit 20″ ¼, & qu'une autre étoile paroîtroit décrire autour de ſon vrai lieu, une ellipſe dont le grand axe eſt à angles droits avec le cercle de longitude qui paſſe par le vrai lieu de l'étoile, & égal au diamètre du petit cercle dont on a parlé, & dont le petit axe eſt au grand, comme le ſinus de la latitude de l'étoile eſt au rayon.

Parallaxe de pluſieurs étoiles inſenſibles.

1199. Sur cette théorie pouſſée plus loin, Mr. *Bradley* revient à la ſynthèſe, en prenant le *maximum* de la parallaxe apparente déterminé ci-devant, & calculant les tables des différences en déclinaiſon de γ du Dragon ſitué auprès du colure des Solſtices & de γ de la grande ourſe plus proche du colure des équinoxes que de celui des Solſtices, & comparant les tables avec ſes obſervations, il trouve qu'elles s'accordent enſemble dans tout le cours de l'année, quelquefois juſques au même nombre de ſecondes, & que dans 50 ou 60 obſervations de chaque étoile, leur différence ne monte jamais à deux ſecondes, en ayant égard à la variation de déclinaiſon produite par la préceſſion des equinoxes. Ce qui vaut une démonſtration phyſique de la vérité de ſa théorie, & fournit par conſéquent une reponſe très-ſatisfaiſante au point en queſtion, ſur la

parallaxe réelle & la distance des étoiles fixes. Sur quoi, il croit pouvoir assurer que la parallaxe réelle dans chacune de ces deux étoiles ne peut pas monter à 2″, étant persuadé que si elle étoit de 1″, il s'en seroit apperçu dans le grand nombre d'observations qu'il a faites en particulier sur γ du Dragon, lesquelles s'accordant avec sa théorie, sans avoir aucun égard à la parallaxe réelle (art. 1189, 1190, &c.), non-seulement lorsque cette étoile étoit en conjonction avec le Soleil; mais encore lorsqu'elle étoit en opposition, il lui paroît très-probable que sa parallaxe réelle ne monte pas à une seconde, & que par conséquent elle est plus de 400 mille fois plus éloignée de nous que le Soleil.

1200. Comme l'accord des observations entr'elles & avec la théorie, jusques au point d'exactitude dont on a parlé, peut paroître incroyable à ceux qui ne sont pas au fait des instruments dont on se sert dans ce pays-ci; je vais tâcher d'en donner une idée générale sur un Mémoire que j'ai pris, lorsque je vis celui de Mr. *Molyneux* à *Kew*, pour satisfaire la curiosité du Lecteur, jusques à ce que Mr. *Bradley* ait pris la résolution de nous donner une plus ample description de cet instrument & de celui qu'il a fait construire. L'idée du télescope paralactique de M. *Molyneux*.

1201. Le télescope *a b* étoit suspendu dans une position verticale par le moyen de deux cylindres polis *c*, *d* arrêtés vers le haut du tube, de sorte que leur axe commun étant prolongé dans le tube, traversoit son axe à angles droits dans un point proche du centre de l'objectif. Lorsque le télescope tournoit sur ces cylindres, son axe de vision se mouvoit comme un pendule dans le plan du méridien, pendant qu'un long fil délié *a b c* dont la gance étoit placée sur l'un des cylindres, pendoit en bas le long du côté du tube, étant doucement tendu par un plomb qui nageoit dans un vaisseau plein d'eau, destiné à retarder ses vibrations. Le bout inférieur de ce fil jouoit doucement contre le côté poli d'une platine deliée de cuivre *f g*, arrêtée en travers au côté du tube, en sorte qu'elle étoit dirigée Nord & Sud, & au milieu de cette platine, on avoit gravé un très-petit trou rond en *b*, un peu plus large que l'épaisseur du fil *a b*. On faisoit mouvoir par degrés le télescope autour de son axe de suspension par la pression d'une longue vis *h i* dans une direction parallele à *f g*; cette vis agissoit dans le trou d'une platine arrêtée sur une planche *k l*, Fig. 58.

laquelle étoit fixée à la muraille de la maiſon. Le tube porte contre l'extrêmité de la vis par le moyen d'un poids *m* attaché au bout d'un fil *m n o* qui paſſe ſur une poulie *n*, & qui a ſon autre extrémité attachée à un crochet, arrêté en *o* dans le côté du tube. L'autre bout de la longue vis étoit arrêté, en forme d'aiſſieu, dans le centre *s* d'une roue de cuivre *p q r*, dont la circonférence étoit diviſée en un certain nombre de parties égales, pendant qu'un *index r s* arrêté à la planche *k l*, marquoit les diviſions de la roue.

1202. Tout cela étant ainſi préparé, lorſqu'on faiſoit tourner doucement la roue *p q r*, on obſervoit avec un microſcope double *t u*, la partie du fil proche de *b*, qui jouoit contre la platine *f g*, juſques à ce que le petit trou de cette platine parut diviſé en deux parties égales par le fil. Le téleſcope étant ainſi rectifié immédiatement avant le commencement de chaque obſervation du paſſage de γ du Dragon (qui paſſe fort près du zénith de *Kew*), & ayant bien remarqué la diviſion de la roue qui étoit vis-à-vis de l'*index r s*, on la faiſoit tourner de nouveau juſques à ce que l'interſection des fils dans le foyer vint toucher l'étoile à l'inſtant de ſon paſſage. Alors par le nombre des révolutions de la roue, & par les parties d'une révolution qui avoient paſſé ſous l'*index* fixe *r s*, on concluoit aiſément le mouvement angulaire de l'axe du téleſcope, au moyen d'une table des minutes & ſecondes correſpondantes à ces révolutions. Or les différences de ces angles trouvés dans différentes obſervations, étoient les différences de la déclinaiſon de l'étoile. L'inſtrument étant ainſi rectifié au commencement de chaque obſervation, il eſt aiſé de comprendre que ces différences angulaires ne pouvoient pas être altérées par la condenſation, la dilatation, ou par tout autre dérangement de la matière de cet inſtrument.

1203. Celui de Mr. *Bradley* a encore ſur la platine *f g* un arc diviſé en 12 $\frac{1}{2}$ degrés; & quoique le rayon de cet arc ne ſoit que de 12 $\frac{1}{2}$ pieds, ce qui n'eſt que la moitié de celui de Mr. *Molyneux*, il en eſt pourtant ſi ſatisfait par toutes les expériences qu'il en a faites, qu'il peut s'aſſurer d'une demi ſeconde, lorſqu'il a eu ſoin de le bien rectifier comme ci-devant.

ADDITIONS

ADDITIONS
DU TRADUCTEUR.

I.

Expériences pour déterminer les limites de la viſion diſtincte & indiſtincte.

M. *Tobie Mayer* fit ces expériences en 1754 Il ouvrit les fenêtres du Nord pour être à l'ombre, & il peignit les objets qu'il vouloit examiner avec de l'encre de la chine, ſur un papier blanc & bien tendu.

1. Il diſtinguoit aſſez bien à 10 pieds de diſtance, un point rond & noir de $\frac{1}{4}$ de ligne de diamètre. Ce point lui paroiſſoit douteux à 12 pieds, & il diſparoiſſoit à 13 pieds de diſtance.

2. Un point ſemblable, mais de $\frac{25}{100}$ d'une ligne de diamètre, étoit encore viſible à 14 $\frac{1}{4}$ pieds de diſtance; à 17 pieds on en voyoit à peine l'ombre, & à 18 pieds il diſparoiſſoit.

3. Un autre de $\frac{66}{100}$ ligne de diamètre, étoit encore viſible à la diſtance de 24 $\frac{1}{2}$ pieds; on le voyoit confuſément & avec peine à 26 pieds, & on ne le voyoit plus au-delà de 26 pieds.

Corollaire. Donc la 1ere. diſtance étant 12 pieds, la 2e. 17, & la 3e. 26, ſi nous les diviſons par les diamètres des points noirs, nous aurons 6918, 5655, & 5673, trois nombres qui ne ſont pas beaucoup éloignés de l'égalité; car dans la 1ere expérience, qui différe le plus des autres, on n'avoit pas pu meſurer avec aſſez de préciſion le diamètre du point, à cauſe de ſa petiteſſe. Prenons donc un milieu, qui ſera environ 6000, & concluons que ces points ont diſparu, lorſque l'œil en a été éloigné de 6000 fois la longueur de leurs diamètres.

Or le rayon du cercle étant ſuppoſé = 6000, & le ſinus, la tangente, ou l'arc étant ſuppoſé = 1 (puiſque ces trois quantités à cauſe de leur petiteſſe ne différent pas ſenſiblement), on trouvera l'angle de viſion = 34″. C'eſt le terme de la viſion pour les objets noirs ſur un fond blanc & à l'ombre. On peut donc dire en général, que dans ces circonſtances, les objets ne ſont viſibles que ſous un angle plus grand que 34″, & qu'au deſſous de cet angle ils échappent à notre vue.

Autres expériences dans les mêmes circonſtances.

Mr. *Mayer* voulut ſçavoir ce qui arriveroit à des objets ſemblables placés les uns à côté des autres.

4. Il fit avec la même encre, une figure compoſée de pluſieurs bandes noires & blanches, alternativement placées les unes à côté des autres. Elles étoient toutes larges de $\frac{16}{100}$ de ligne, & les ayant conſidérées directement à la diſtance de 11 pieds; il les trouva un peu confuſes, enſorte qu'il pouvoit à peine diſtinguer les bandes blanches des bandes noires. A 12 pieds, il ne pouvoit s'appercevoir qu'avec beaucoup de peine de leur différence, & un peu plus loin, il ne voyoit plus qu'une couleur de cendre ſur toute la figure.

5. Une autre figure ſemblable, mais dont les bandes noires étoient deux fois auſſi larges que les bandes blanches, commença à paroître confuſe à la diſtance de 9 à 10 pieds. La largeur des bandes blanches étoit de $\frac{2}{12}$ ligne, & celle des noires $\frac{4}{10}$.

6. A la même diſtance, il vit diſparoître une figure ſemblable, dont les bandes blanches étoient deux fois auſſi larges que les bandes noires, tout au contraire de la figure précédente.

On voit que ces deux dernières figures exigeoient la même diſtance de l'œil, & on le verra auſſi dans les expériences ſuivantes: de ſorte qu'on peut les joindre enſemble.

7. Il fit une autre figure, ſemblable à une fenêtre vîtrée, compoſée de carreaux blancs, environnés de bandes noires, dont la largeur étoit de $\frac{14}{100}$ de ligne, ainſi que celle des carreaux. Elle parut à 15 $\frac{1}{2}$ pieds de diſtance, être toute de couleur noire, enſorte qu'on doutoit ſi elle contenoit quelques carreaux blancs.

8. Une figure ſemblable à un Echiquier, compoſée de petits quarrés alternativement blancs & noirs, ayant chacun $\frac{5}{100}$ de ligne de côté, commençoit à diſparoître à 12 pieds de diſtance. Car au-delà, les quarrés blancs étoient confondus avec les noirs.

Corollaire En comparant les largeurs des bandes & des quarrés, dans ces expériences, avec la diſtance des yeux, on trouve que l'angle de viſion où elles commençoient à diſparoître, n'étoit pas toujours le même; car dans la 4e. expérience cet angle étoit = 47″, dans la 5e. & 6e. 60″ & 30″, dans la 7e. 40 & dans la 8e = 62″.

Cette différence étant trop ſenſible pour pouvoir l'attribuer à la difficulté ou au défaut des obſervations, à l'égard des objets qui ſont plus éloignés les uns des autres, que n'eſt l'intervalle de leur épaiſſeur, comme les bandes des expériences 4 & 6, & celles de l'expérience 7, (en prenant pour objets les petits eſpaces, & pour intervalles les grands), on peut conjecturer que ces objets ſouffrent un moindre angle de viſion, & ſont par conſéquent plus viſibles que ceux dont les intervalles ſont égaux aux épaiſſeurs, comme dans les expériences 5 & 8.

Expériences ſur des objets éclairés par une lumière du Soleil très-forte.

Les expériences précédentes, nous apprennent que le terme de la viſion eſt ordinairement au-deſſous d'une minute pour les objets médiocrement éclairés. En eſt-il de même des objets vivement éclairés?

9. Les points & les figures des expériences précédentes furent expoſés à la lumière du Soleil d'été & à midi, & ils furent par conſéquent très-vivement éclairés; cependant ils diſparurent aux mêmes diſtances que ci-devant, & ainſi le terme de viſion eſt toujours le même.

La raiſon de ce phénomène eſt que celle de la clarté trop grande, frappe les yeux avec tant de force, qu'ils ne peuvent pas la ſupporter long-tems, ni retenir la contraction néceſſaire de la prunelle. De-là vient, qu'en expoſant au Soleil le papier blanc, ſi on le regarde trop long-tems, il paroît prendre une légère teinte de noir.

On trouve plus de variété dans le terme de vision, lorsque les objets sont éclairés d'une foible lumière; par exemple, de celle d'une bougie. On verra cependant que les distances pour les degrés de lumière 1 & 169 ne varient qu'en raison de 1 à 2, ou de 1 à 3 environ; c'est-à-dire, que si l'objet éclairé par un certain degré de lumière, devient presque invisible à la distance de 9 pieds; le même objet, en ne recevant que la 169e. partie de la première lumière, sera également visible à la distance de 4 pieds.

Expériences sur le terme de la vision des objets éclairés par une lumière foible.

Mr. *Mayer* exposa directement à la lumière d'une chandelle de suif, les objets des expériences précédentes, & laissant entre l'objet & la lumière, un intervalle 1°. de $\frac{1}{2}$ pied, 2°. d'un pied, 3°. de 2, & ainsi de suite, & s'approchant ou reculant pour ces diverses distances de la lumière, il trouva la distance de l'œil où les objets paroissoient prets à disparoître, en cette manière.

10. Dans l'objet de la quatriéme expérience, des bandes alternativement noires & blanches.

Distance de la lumière.	Distance de l'œil.	Terme de la vision.
$\frac{1}{2}$ pieds	$7\frac{1}{2}$ pieds	69″
1	$6\frac{1}{2}$	79
2	$5\frac{1}{4}$	90
3	$4\frac{1}{2}$	109
4	$4\frac{1}{3}$	115
5	$4\frac{1}{4}$	122
6	4	129
7	$3\frac{3}{4}$	138
8	$3\frac{1}{2}$	147
13	3	172

11. Dans les objets des expériences 5 & 6, il trouva,

Distance de la lumière.	Distance de l'œil.	Terme de la vision des moindres bandes.
$\frac{1}{2}$ pieds	$6\frac{1}{2}$ pieds	44″
1	$5\frac{1}{2}$	52
2	$4\frac{1}{2}$	64
3	$4\frac{1}{4}$	68
4	$3\frac{1}{4}$	76
8	$2\frac{1}{4}$	104
13	$2\frac{1}{4}$	128

12. La figure de la septiéme expérience, semblable à une fenêtre vitrée, donne,

Distance de la lumière.	Distance de l'œil.	Terme de la vision.
$\frac{1}{2}$ pieds	12 pieds	57″
1	$9\frac{1}{2}$	73
2	7	99
3	$6\frac{1}{2}$	106
4	6	115
8	$4\frac{1}{2}$	153
13	$3\frac{3}{4}$	184

13. Dans la figure en échiquier, on eut les phénoménes suivans.

Distance de la lumière.	Distance de l'œil.	Terme de la vision.
$\frac{1}{2}$ pieds	$9\frac{1}{2}$ pieds	79″
1	$7\frac{1}{2}$	99
2	6	124
3	$5\frac{1}{2}$	142
4	$4\frac{1}{2}$	166
8	$3\frac{1}{4}$	229
13	3	248

On ne peut pas compter dans ces expériences, sur $\frac{1}{4}$ ou même $\frac{1}{2}$ pied dans la distance de l'œil; mais cette précision n'est point nécessaire au but qu'on s'y propose.

Quelle eſt la loi qui réſulte de ces expériences, pour déterminer le terme de la viſion ?

La ſeule inſpection de ces expériences démontre que le terme de la viſion n'augmente nullement en raiſon ſimple de la diſtance de la lumière, mais que ſes incrémens ſont beaucoup plus lents. Or en examinant la choſe de près, Mr *Mayer* a trouvé qu'on expliquoit la plûpart des phénomènes, en ſuppoſant le terme de viſion en raiſon ſous-triplée de la diſtance de l'objet à la lumière.

Soit donc cette diſtance en pieds de Roi $= a$, & le terme de viſion en ſecondes $= s$,

On aura pour la diſtance d'un pied de l'objet à la chandelle,

Dans la figure à bandes égales, $s = 79\ \sqrt[3]{a}$

à bandes inégales, $s = 52\ \sqrt[3]{a}$

Dans la figure en carreaux de vitre, $s = 73\ \sqrt[3]{a}$

Dans la figure en échiquier, $s = 99\ \sqrt[3]{a}$

Sur cette hypothèſe, on a calculé la petite table ſuivante des termes de viſion.

Diſtance de la lumière	Fig. à band égales.		Fig. à band inégales.		Fig en car de vitre.		Fig. en échiquier.	
	Hypoth.	Obſerv.	Hypoth.	Obſerv.	Hypoth.	Obſerv.	Hypoth.	Obſerv.
½ pied.	63	69	41	44	53	57	79	79
1	79	79	52	52	73	73	99	99
2	99	90	65	64	92	99	124	124
3	114	109	75	68	105	106	143	142
4	125	115	82	76	116	115	157	166
8	158	147	104	104	146	153	198	229
13	185	172	128	122	172	184	233	248

La différence de l'hypothéſe à l'obſervation n'eſt, pour l'ordinaire, que de quelques ſecondes ; ainſi cette hypothéſe, ſi elle n'eſt pas vraie, en eſt peu éloignée.

Comparaiſon de la lumière du jour avec celle d'une chandelle qui éclaire pendant la nuit.

Soit s le terme de viſion pour la lumière du jour ; on pourra par l'hypothéſe précédente, trouver la diſtance d'une chandelle qui donne la même clarté. Car pour une figure à bandes égales, nous avons $s = 79 \sqrt[3]{a}$, comme on vient de le voir, & dans le cas préſent, par le corollaire de la 4e expérience, $s = 47''$. Donc $47 = 79 \sqrt[3]{a}$, ou $a = \frac{\overline{47}^3}{79^3}$, c'eſt-à-dire, $a = 0,$ 21 pieds. De même pour les figures à bandes inégales, on trouve $a = 0, 19$; pour les figures à carreaux de vitres, $a = 0, 16$; & pour les échiquiers, $a = 0, 24$. Prenons le milieu 0, 2 ou $\frac{1}{5}$, & nous pourrons conclure que la lumière du jour eſt auſſi forte que celle d'une chandelle qui éclaire un objet à $\frac{1}{5}$ de pied de Roi. Par conſéquent ſi l'on veut éclairer un objet avec des chandelles auſſi fortement qu'il le ſeroit par la lumière du jour, il faut y employer 25 chandelles allumées & placées à un pied de diſtance de l'objet.

Le terme de la viſion eſt en raiſon inverſe de la racine ſixième de la clarté.

Car les clartés de la lumière ſont en raiſon doublée inverſe des diſtances, & le terme de la viſion en raiſon ſou-triplée des mêmes diſtances. Donc, en compoſant, le terme de la viſion ſera en raiſon inverſe de la $\sqrt[6]{}$ de la clarté. C'eſt-à-dire, que ſi s eſt le terme de la viſion, c la clarté de la lumière & D la diſtance, on aura s en raiſon de $\frac{1}{\sqrt[6]{c}}$. Car la diſtance eſt en raiſon de $\frac{1}{\sqrt[3]{c}}$, & s en raiſon de $\sqrt[3]{D}$. Donc s en raiſon de $\frac{1}{\sqrt[6]{c}}$.

Meſure de la clarté.

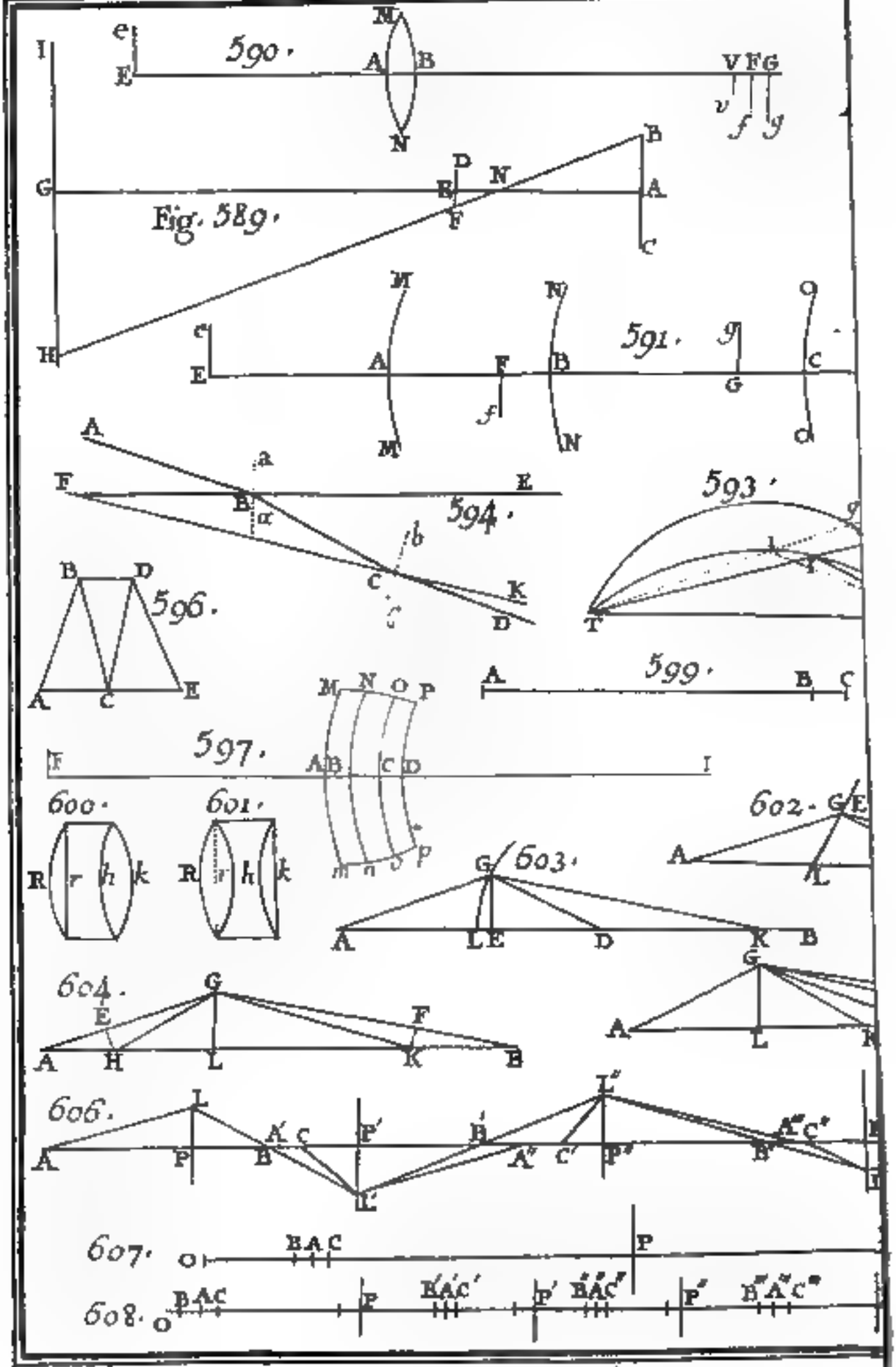
On prendra la clarté du jour pour l'unité, quoiqu'elle ne ſoit pas toujours la même. Mais comme on l'a trouvée 25 fois plus forte que celle d'une chandelle à un pied de diſtance, on pourra dans ce ſens, l'enviſager comme conſtante.

On peut établir deux termes de viſion, l'un pour les objets ſolitaires ou aſſez éloignés des autres objets, l'autre pour ceux qui ſont environnés d'autres objets à diſtances égales de leurs épaiſſeurs. Il eſt probable & aſſez conforme à l'expérience, que les premiers objets ſont plus propres que les autres à la viſion diſtincte, & qu'ils ont par conſéquent un moindre terme de viſion. Nous pouvons donc prendre pour terme de viſion des premiers 30″, & le double 60″ pour les ſeconds, du moins eu égard à la clarté de la lumière du jour que nous prenons pour l'unité.

Corollaire général.

Donc pour exprimer le premier terme de viſion, nous aurons cette formule, $t = \frac{30''}{\sqrt{c}}$, & pour la 2e. eſpéce celle-ci $t = \frac{60''}{\sqrt{c}}$. Sur quoi *M Mayer* a calculé la Table ſuivante pour la première eſpéce, qui donne exactement le double pour la ſeconde.

Clarté.	Terme de viſion pour la 1e eſpéce	Clarté	Terme de viſion pour la 1e. eſpéce.
1	0′. 30″.	$\frac{1}{121}$	1′. 6″.
$\frac{1}{4}$	0. 38.	$\frac{1}{144}$	1. 8.
$\frac{1}{9}$	0. 43.	$\frac{1}{169}$	1. 10.
$\frac{1}{16}$	0. 47.	$\frac{1}{196}$	1. 12.
$\frac{1}{25}$	0. 51.	$\frac{1}{225}$	1. 14.
$\frac{1}{36}$	0. 54.	$\frac{1}{256}$	1. 15.
$\frac{1}{49}$	0. 57.	$\frac{1}{289}$	1. 17.
$\frac{1}{64}$	1. 0.	$\frac{1}{324}$	1. 18.
$\frac{1}{81}$	1. 2.	$\frac{1}{361}$	1. 20.
$\frac{1}{100}$	1. 4.	$\frac{1}{400}$	1. 21.


590.
Fig. 589.
591.
593.
594.
596.
599.
597.
600.
601.
602.
603.
604.
606.
607.
608.

II.

Phénoméne d'Optique : que le champ de la viſion eſt plus grand à un œil ſeul qu'aux deux enſemble , & pourquoi ?

MR *Æpin* a donné, dans les nouveaux Mémoires de *Peterſbourg* tom. 7., la découverte de ce phénomène, & la manière dont il s'y prit pour en trouver l'explication.

Il avoit percé d'un petit trou d'environ $\frac{1}{10}$ de ligne une lame de plomb fort mince, & regardant de l'œil gauche par ce trou, il lui parut plus grand, lorſqu'il fermoit l'œil droit, & plus petit, lorſqu'il avoit les deux yeux ouverts, ſans augmenter ni diminuer la diſtance de l'œil au trou.

Il s'apperçut en même tems 1°. que le champ de la viſion à travers ce trou, augmentoit ou diminuoit, ſelon qu'il fermoit ou qu'il ouvroit l'œil droit. 2°. Que lorſqu'il ne fermoit l'œil droit que par le moyen des paupières, ſans y appliquer la main, le trou paroiſſoit à la vérité plus grand, auſſi bien que le champ de la viſion, mais qu'il paroiſſoit encore plus grand, lorſqu'il couvroit l'œil droit avec la main, ſans même fermer les paupières 3°. Qu'il étoit aſſez difficile de meſurer exactement cet accroiſſement de grandeur ; mais qu'à la diſtance d'un demi-pouce au trou, il voyoit dans un tableau le diamètre d'un cercle éloigné de l'œil, d'environ trois pieds, & qu'en faiſant ce diamètre = 1, lorſque l'œil droit étoit ouvert, il devenoit 1 $\frac{1}{2}$ lorſque la paupière étoit fermée, & preſque 2, lorſqu'il fermoit encore l'œil droit avec la main.

Pour rendre raiſon de ce phénoméne, M *Æpin* ſuppoſe que AG eſt l'axe de l'œil, BC le diamètre de la prunelle, DF le diamètre du trou, IH le tableau perpendiculaire à l'axe de viſion AG. Si l'on mene par les points B & F la droite BF, & qu'on la prolonge juſqu'au tableau en H, tous les points entre G & H ſe peindront dans la rétine, & ceux qui ſont en-delà de H ſeront inviſibles, parce que le demi-diamètre AB de la prunelle ne reçoit que les rayons compris entre G & H. GH ſera donc la moitié du champ apparent dans le tableau IH. Fig. 519.

Soit maintenant $AG = a$, $AE = b$, $AB = c$, $EF = r$; on aura $AB + EF\ (c + r) : AE\ (b) :: AB\ (c) : AN = \frac{cb}{c+r}$, & $GN = AG - AN = a - \frac{cb}{c+r} = \frac{ar+ac-bc}{c+r}$. Mais $AN : AB : GN : GH$. Donc $GH = \frac{ar+ac-bc}{b}$.

Cette formule renferme le demi-diamètre c de la prunelle, par où l'on voit que le demi-diamètre GH du champ de viſion dépend de l'ouverture de la prunelle. Or cette quantité c eſt la ſeule quantité variable de la formule. Donc toutes les variations de l'expérience ne peuvent venir que des variations de la prunelle. Donc en augmentant l'ouverture de la prunelle, on augmente auſſi le champ GH. Il ſuit de-là, que ſi l'on couvre l'œil droit, en fermant les paupières, ou avec la main, ou avec quelque corps opaque, la prunelle de l'œil gauche s'ouvre ſenſiblement.

Mr. *Æpin* voulut s'aſſurer immédiatement de la vérité de cette concluſion, en répétant l'expérience devant un miroir, & il vit clairement que lorſqu'il fermoit l'œil droit, la prunelle de l'œil gauche ſe dilatoit notablement, & qu'elle ſe reſſerroit lorſqu'il ouvroit l'œil droit.

La raiſon pourquoi la paupière fermée n'occaſionne pas à l'autre prunelle une ouverture auſſi grande que celle qu'on éprouve, lorſqu'on couvre l'œil avec la main ou avec quelque corps opaque, c'eſt que la paupière n'eſt pas entièrement opaque. Car ſi l'on tourne les yeux fermés par les ſeules paupières vers le Soleil, on apperçoit une grande lueur.

III.

Des Lunettes Achromatiques, *ou, ſans couleurs.*

ON a vu dans la Remarque 20, ſur le Chap. IV. du Liv. I de M. *Smith*, que ce qui avoit arrêté la perfection des objectifs, n'étoit point le défaut de figure des verres, comme on ſe l'étoit imaginé, mais qu'il falloit uniquement s'en prendre au mêlange

hétérogène des rayons de différente réfrangibilité. Les rayons violets, qui ſouffrent la plus forte réfraction, ſe réuniſſant plus près du verre que les rayons rouges, dont la réfraction eſt moindre, il en réſulte une longue ſuite d'images, qui occupe le long de l'axe, un eſpace d'autant plus conſidérable que le foyer eſt plus éloigné de l'objectif Mr. *Euler* qui a entrepris le premier de remédier à cet inconvénient (*Mém. de l'Acad de* Berlin. 1747) a déterminé en cette manière, l'eſpace compris entre les foyers extrêmes, formés par les rayons rouges & par les rayons violets.

Il employe pour cela la théorie de la réfraction qui eſt contenue dans la Prop. 2. des Remarques de M. *Smith*. ſur le Chap. IV du Livre II.

Soit MN un verre convèxe des deux côtés; le rayon de l'arc MAN = R, celui de MBN = r, la raiſon des ſinus d'incidence & de réfraction = $\frac{m}{n}$, m étant plus grand que n; la diſtance AE du verre à l'objet = P; la diſtance AF ou BF du verre au foyer F, ſera = $\frac{nPRr}{mP(R+r)-nRr}$. Diviſons le numérateur & le dénominateur de cette valeur de BF par nRr, nous aurons la diſtance focale $BF = \frac{P}{(\frac{m}{n}-1)P(\frac{1}{R}+\frac{1}{r})-1}$. Fig. 50.

Elle ſera conſtante, tant que le rapport $\frac{m}{n}$ ſubſiſtera; mais ſi une partie des rayons de lumière ſuit un autre rapport, leur foyer tombera dans un autre point Soit donc F le foyer moyen, G celui des rayons rouges, & V celui des rayons violets, nous aurons BF, en ſuppoſant $\frac{m}{n} = \frac{31}{20}$, BG en ſuppoſant $\frac{m}{n} = \frac{77}{50}$, & BV en ſuppoſant $\frac{m}{n} = \frac{78}{50}$; ce qui donne $BF = \frac{P}{\frac{11}{20}P(\frac{1}{R}+\frac{1}{r})-1}$. $BG = \frac{P}{\frac{27}{50}P(\frac{1}{R}+\frac{1}{r})-1}$. $BV = \frac{P}{\frac{28}{50}P(\frac{1}{R}+\frac{1}{r})-1}$. Si l'objet eſt infiniment éloigné, ou $P = \infty$, on aura $BF = \frac{20.Rr}{11(R+r)}$.

$BG = \frac{50.Rr}{27(R+r)}$ $BV = \frac{50.Rr}{28(R+r)}$. Par conſéquent BG : BV :: 28 : 27, & ainſi VG eſt $\frac{1}{27}$ de BV. Donc les images formées par les différens rayons occupent $\frac{1}{27}$ de la longueur focale de l'objectif, & pour un objectif de 27 pieds, elles occupent un eſpace d'un pied. Si $\frac{1}{R} + \frac{1}{r} = 0$, ou $R = -r$, la diſtance $BF = BG = BV = -P$, & le verre ſeroit un ménisque d'une convexité égale à ſa concavité. Un pareil verre ne produiroit aucun effet par la réfraction, mais par la réflexion, il donneroit l'image fort diſtinctement au foyer F.

Le déſeſpoir de remédier à cet effet de la réfraction, & de détruire les Iris qui en réſultent, fut cauſe qu'on ſe tourna du côté des ſurfaces réfléchiſſantes, & nous valut les téleſcopes de réflexion, ſi connus ſous le nom de téleſcopes de *Newton*. Quoique ce grand homme leur ait donné ſon nom, & qu'il paſſe généralement pour en être l'inventeur, d'autres en avoient eu l'idée long-tems avant lui, & en avoient fait des eſſais auxquels il ne manqua que de la conſtance à les ſuivre, pour atteindre au degré de perfection, que *Newton* leur a donné depuis. C'eſt le P *Abat*, Cordelier de l'Obſervance, qui nous a fourni cette anecdote, parmi beaucoup d'autres auſſi curieuſes, que l'on trouve dans ſes *Amuſemens Philoſophiques*, imprimés à Marſeille chez Moſſy, Ouvrage rempli de recherches & de découvertes intéreſſantes en fait de Phyſique & de Mathématiques. Avant *Newton*, le P *Merſenne* avoit propoſé à *Deſcartes* d'employer des miroirs concaves au lieu d'objectifs tranſparens dans les lunettes d'approche Ce qu'il ne faiſoit que propoſer, le P. *Zucchi* Jéſuite de Parme l'avoit exécuté preſque auſſitôt après l'invention des lunettes. Il dit dans ſon *Optica Philoſophica*, imprimée à Lyon en 1652. *part.* 1. *chap.* 14. *ſect.* 5. *pag.* 126, qu'en l'année 1616, réfléchiſſant ſur la théorie des lunettes d'approche qu'on venoit d'inventer tout récemment (en 1609); il lui vint en penſée d'employer des miroirs concaves de métal, à la place des objectifs de verre, pour produire par la réflexion, les mêmes effets qu'on produit par la réfraction; & qu'ayant

trouvé dans le cabinet d'un curieux, un miroir de métal concave, exactement travaillé par un habile ouvrier, il lui appliqua un oculaire concave. Il obſerva avec ce téleſcope, les objets terreſtres & céleſtes, & l'expérience lui confirma ce que la théorie lui avoit appris. Voici ſon texte latin.

Anno 1616, *dum aliqua de theoria tubi optici commentarer, apud me ſtatui, eundem effectum, qui per refractionem in vitro aliquo modo convexo ad objecta converſo obtinetur, obtineri poſſe per reflexionem a ſpeculo cavo Tentavi experimentum diu, ſed irrito conatu, ex imperfecta elaboratione hujuſmodi ſpeculorum quæ reperire poteram, ſicut per vitra convexa, quæ emendandis oculis ſenum adhibentur, fruſtra tentavi tubum opticum qualemcumque mihi aptare, cùm primò de ipſo aliquid inaudivi; quia inæqualitas configurationis, quæ in uſu perſpicillorum conſueto minùs nocet, in tubo parit confuſionem. Tandem ſpeculum ex ære cavum, è muſæo viri clariſſimi tranſmiſſum ad amicum, ab experto & accuratiſſimo artifice elaboratum nactus, ejus ope ad terreſtria & cæleſtia converſi, adhibito in convenienti ſitu ad oculum vitro cavo, proportionaliter, ut fit, ad excipiendam radiationem refractam convexi in tubo optico, expertus ſum ita eventre, ut ratio ſuadebat eventurum.*

» Il paroît, dit là deſſus le P. *Abat*, que cette invention » reſta inconnue ou négligée, juſques à ce que *Newton* long- » tems après, en 1672, en conſtruiſit un à Londres, qui » devint bientôt célébre dans toute l'Europe ... Et combien » d'autres belles découvertes, dont la ſeule négligence eſt la » cauſe qu'on n'en voit point l'utilité? »

Malgré la perfection qu'on a donné depuis aux téleſcopes de réflexion, il faut convenir qu'ils ont un grand désavantage, en ce qu'il ſe perd plus de lumière par la réflexion ſur le miroir de métal le mieux poli, que par la réfraction à travers le verre objectif; & que les lunettes dioptriques l'emporteront de ce côté là, ſi l'on peut parvenir à les exempter de couleurs en leur procurant une grande ouverture. C'eſt ce qui anima Mr. *Euler* dans cette recherche. Il remarque dans le Mémoire cité, que *Newton* avoit ſoupçonné que des objectifs compoſés de deux verres, dont l'eſpace entre deux ſeroit rempli d'eau, pourroient ſervir à perfectionner les lunettes, par rapport à l'aberration des

rayons qui vient de la figure ſphérique. Il eſt probable, ajoute-t-il, que dans nos yeux les diverſes humeurs ſont arrangées, de manière qu'il n'en réſulte aucune diffuſion des foyers, & que la nature y évite l'effet de la différente réfrangibilité des rayons, par les quatre réfractions que les rayons y ſouffrent.

Fig. 191. Soient donc quatre ſurfaces ſphériques réfringentes, MAM, NBN, OCO, PDP, ayant leurs centres dans la même droite EI, qui en ſera l'axe. Faiſons les demi-diamètres de MAM $= R$, de NBN $= r$, de OCO $= h$, & de PDP $= K$. Soient les diſtances AB $= b$, BC $= c$, & CD $= d$, & le rapport des réfractions, à la première ſurface MAM $= \frac{m}{n}$, à la ſeconde NBN $= \frac{n}{t}$, à la troiſiéme OCO $= \frac{t}{x}$, & à la quatriéme PDP $= \frac{x}{\lambda}$. Ces expreſſions ſont très-commodes pour trouver tout d'un coup la réfraction d'un milieu à l'autre quelconque. Par exemple, ſi les rayons paſſoient du 1er au 4e, le ſinus d'incidence ſeroit au ſinus de réfraction comme m à x. Soit E e l'objet, dont les rayons paſſent par ces cinq milieux différens, F f l'image après la 1ere réfraction, G g après la 2de, H h après la 3e, & I i après la 4e. La 1ere F f tient lieu de l'objet pour la 2e. G g, celle-ci pour la 3e H h, & la 3e pour la 4e I i.

On aura, par la première propoſition des Remarques que j'ai citées, de M. *Smith*, $AF = \frac{mPR}{m-nP-nR}$. $FB = b - \frac{mPR}{m-nP-nR}$. $BG = \frac{n.rFB}{(n-t)FB-tr}$. $GC = c - \frac{n.rFB}{(n-t)FB-tr}$. $CH = \frac{t.hCG}{(t-x)CG-xh}$. $HD = d - \frac{t.hCG}{(t-x)CG-xh}$, & $DI = \frac{x.KHD}{(x-\lambda)HD-\lambda K}$. Enſuite ſubſtituant ſucceſſivement les valeurs de AF, BG & CH, & faiſant $b, c, d = 0$, on aura

$$AF = \frac{mPR}{(m-n)P-nr}.$$

$$BG = \frac{mnrPR}{m(n-t)PR+tr(m-n)P-ntKr},$$

$$CH = \frac{thmnPRr}{(t-x)mnPRr+mx(n-t)PRh+tx(m-n)Prh-ntxKrh},$$

$$DI = \frac{mnxPRrhK}{mnxPRrh + mnxPRr(K-h) + mnxPRK(h-r) + mnxPhK(r-R) - nnxrhK(P+R)}.$$

Soit M P P M l'objectif compoſé de deux verres M M N N & O O P P, & le milieu N N O O plein d'eau ; l'objet E *e* & l'image I *i* dans l'air. Puiſque le premier milieu E A & le dernier D I ſont de même nature, on aura $m = \lambda$, & puiſque le 2d A B & le 4e C D ſont de verre, on aura $n = x$. Donc Fig. 592.

$$DI = \frac{P}{\frac{m}{t}P\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{h}\right)+\frac{m}{n}P\left(\frac{1}{h}-\frac{1}{K}+\frac{1}{R}-\frac{1}{r}\right)+\left(\frac{P}{K}-\frac{P}{R}-1\right)}$$

Il n'y a ici que deux fractions qui indiquent la réfraction & qui ſont $\frac{m}{t}$ & $\frac{m}{n}$. La première exprime la réfraction de l'air dans l'eau, & la ſeconde celle de l'air dans le verre. Soit $\frac{m}{n} = \acute{m}$, & $\frac{m}{t} = \acute{n}$. On aura, en ſubſtituant & en diviſant le numérateur & le dénominateur par P,

$$DI = \frac{I}{\acute{n}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{h}\right)+\acute{m}\left(\frac{1}{h}-\frac{1}{K}+\frac{1}{R}-\frac{1}{r}\right)\quad\frac{1}{P}-\frac{1}{R}+\frac{1}{K}}$$

Soit $\acute{m}$ la réfraction de l'air dans le verre, pour les rayons moyens, M pour les rayons rouges, & *m* pour les rayons violets ; $\acute{n}$ la réfraction de l'air dans l'eau pour les rayons moyens, N pour les rayons rouges & *n* pour les rayons violets. La differente réfrangibilité des rayons ne produira aucun changement, ſi l'on détermine les demi-diamètres R, *r*, *h*, *K* des quatre ſurfaces ſphériques, enſorte que

$$(\acute{n}-N)\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{h}\right)+(\acute{m}-M)\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{r}+\frac{1}{h}-\frac{1}{K}\right)=0, \text{ \& que}$$

$$(n-\acute{n})\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{h}\right)+(m-\acute{m})\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{r}+\frac{1}{h}-\frac{1}{K}\right)=0.$$

C'eſt ici où Mr. *Dollond* ſçavant Opticien Anglois arrêta Mr. *Euler*. Il ſoutint dans les Tranſactions Philoſophiques de 1753, que ces équations donnoient la ſomme des réfractions = 0, c'eſt-à-dire, que les rayons émergents deviendroient paralleles aux incidents. Car toutes les expériences, dit-il, qu'on a faites juſqu'ici, prouvent que $n'-N : m'-M :: n'-1 : m'-1$.

on aura donc $(n'-1)(\frac{1}{r}-\frac{1}{h})+(m'-1)(\frac{1}{R}-\frac{1}{r}+\frac{1}{h}-\frac{1}{K})$ $=0$, ou $n'(\frac{1}{r}-\frac{1}{h})+m'(\frac{1}{R}-\frac{1}{r}+\frac{1}{h}-\frac{1}{K})-\frac{1}{R}+\frac{1}{K}=0$, ce qui réduit le dénominateur de la fraction qui exprime DI, à la ſeule quantité $-\frac{1}{P}$, de ſorte que la diſtance DI du foyer ſera $=-P$, c'eſt-à-dire, que l'image ſera l'objet même, & comme dans ce cas, il n'y aura point de réfraction, il n'eſt pas étonnant qu'il n'y ait point d'aberration.

M. *Euler*, dans ſa réponſe à M. *Dollond*, convient que ſi la raiſon $\frac{n'-M}{n'-1}$ eſt conſtante en toute rigueur, il n'y aura pas moyen de remédier au défaut qui réſulte de la différente réfrangibilité des rayons, de quelque manière qu'on arrange divers milieux tranſparents. Mais l'œil, ajoute-t-il, paroît une machine dioptrique parfaite, & quelque peu diſtant que ſoit ſon foyer, la ſenſibilité de l'œil eſt ſi grande, que s'il y avoit différents foyers, ils ne manqueroient pas de troubler très-conſidérablement la viſion. Or il eſt certain que cela n'arrive pas. S'il étoit queſtion de produire ſeulement une repréſentation ſur le fond de l'œil, une ſeule humeur ſuffiroit, & ſûrement le Créateur n'en auroit pas employé pluſieurs. Donc il eſt poſſible d'anéantir la différente réfrangibilité des rayons par un juſte arrangement de pluſieurs milieux tranſparents. Donc la raiſon $\frac{n'-M}{n'-1}$ n'eſt pas abſolument conſtante.

La preuve de Mr. *Dollond* étoit fondée ſur la 8e. expérience de la propoſ. 3. livre I. part. II. de l'Optique de Mr. *Newton*. „ Toutes les fois, dit-il, que les rayons de lumière traverſent „ deux milieux contigus de denſités différentes, comme l'eau „ & le verre; pour revenir enſuite dans l'air, ſoit que les ſur- „ faces réfractives ſoient paralleles entr'elles, ou qu'elles ſoient „ inclinées, & que cependant la réfraction de l'un, détruiſe „ celle de l'autre, de manière que les rayons émergents ſoient „ paralleles aux incidents, la lumière ſort toujours blanche; &

„ ſi les

„ ſi les rayons émergents ſont obliques aux incidens, la lumière „ prend des couleurs Je l'ai éprouvé, ajoute-t-il, aſſez exacte- „ ment dans des priſmes de verre plein d'eau. «

Delà Mr. *Newton* conclut que la différence des ſinus de réfraction & d'incidence dans les eſpèces différentes de rayons de lumière, lorſque ces rayons ayant traverſé pluſieurs milieux de différentes denſités reviennent à un même milieu plus rare, eſt en raiſon conſtante; c'eſt-à-dire, que $\frac{m-M}{n-N}$, & $\frac{m-1}{n-1}$ ſont des raiſons invariables.

Le grand nom de *Newton* n'en impoſa point à Mr. *Klingenſtierna*, célébre Profeſſeur dans l'Univerſité d'*Upſal* Il oſa attaquer ſa 8e expérience, & fit remettre en 1755 à M *Dollond*, un Mémoire latin qui la renverſe abſolument En voici la traduction.

„ Soient deux ſegmens de cercle T I H, T G H, ſur la même Fig. 593. „ corde T H Menez du point T, la droite T I G, qui rencontre „ les deux arcs de cercle en I & G. Joignez I H, G H. ,

„ Soit le priſme tranſparent E F K, dont l'angle E F K eſt Fig. 594. „ égal à l'angle I H G (fig 593), & que deux faces contigues „ de ce priſme, ſoient compoſées de deux milieux différens & „ tranſparens. Que la raiſon de la réfraction du milieu adjacent „ à E F ſur le priſme, ſoit celle de T H à T I, & la raiſon de „ la réfraction en ſortant du priſme pour entrer dans le milieu „ adjacent à F K, ſoit celle de T G à T H. Si un rayon de „ lumière A B C D traverſe ce priſme, & que l'angle d'inci- „ dence A B *a* ſoit égal à l'angle H I G, l'angle C B *a* ſera = „ T H I, B C *b* = T H G & D C *c* = L G H, & par conſéquent „ le rayon incident A B ſera parallele au rayon émergent C D. ,

„ Si le rayon incident eſt compoſé de pluſieurs eſpèces de „ rayons, qui deviennent chacun paralleles au rayon incident „ commun, après deux réfractions, on repréſentera les réfrac- „ tions de chaque eſpèce de rayons, en menant tout autant de „ droites T *i g*, & joignant H *i*, H *g*, comme ci-devant; & „ la raiſon de la réfraction de chacun de ces rayons, en entrant „ du premier milieu dans le priſme, ſera celle de T H à T *i*,

„ & en ſortant du priſme pour entrer dans l'autre milieu, ce „ ſera celle de T *g* à T H. „

„ Selon la loi que donne Mr *Newton* en conſéquence de la „ 8e expérience, il faut que T H — T I ſoit à T H — T G en „ raiſon donnée; c'eſt-à-dire, que ſi du centre T, avec l'ou- „ verture T H, on décrit un arc de cercle qui rencontre les „ droites T I G, T *i g* en L & *l*, il faut que L I : L G : : *l i* : „ *l g*: ce qui n'eſt pas; puiſque les points L & *l* ſont dans un „ arc de cercle décrit du centre T ſur la corde T H priſe pour „ rayon, & qu'ils devroient être ſur l'arc d'un cercle dont T H „ ſeroit la corde. „

„ Donc la loi Newtonienne de la réfraction ne paroît pas ſuivre „ de la 8e expérience, dont le priſme propoſé eſt un cas particulier. „

„ Si cette loi a lieu dans un cas, pour rendre paralleles les „ rayons incidens & émergens, après deux réfractions ſur les „ faces du priſme E F K; on peut faire voir qu'elle n'aura pas „ lieu dans un autre priſme, dont l'angle réfringent ſera différent, „ & que chaque angle exige une loi différente „

„ Delà il ſuit, qu'il y a quelque vice dans l'expérience de „ *Newton*, telle qu'il l'a énoncée généralement; puiſque la loi „ de la réfraction ne paroît pas dépendre de la grandeur de „ cet angle. „

„ Il eſt pourtant à propos d'obſerver que plus les réfractions „ ſont petites, plus la loi de *Newton* approche de la vérité Car „ dans ce cas L I eſt à L G à fort peu près en raiſon conſtante. „ Si donc cette loi, du moins dans les petites réfractions, a „ lieu à très-peu près, il ne paroît pas qu'on puiſſe corriger l'a- „ berration des rayons de lumière dans les objectifs, & détruire „ l'effet de leur différente réfrangibilité, par aucune réfraction, „ ainſi que Mr *Newton* le prétend, au reſte tout cela mérite d'être „ examiné plus exactement par des expériences réitérées. „

Ce Mémoire détermina Mr. *Dollond* à répéter les expériences de Mr. *Newton*. Il voulut bien m'en communiquer le réſultat en 1757 en ces termes.

„ J'ai fait un priſme de verre dont les deux côtés étoient „ parfaitement plans, & formoient entr'eux un angle d'environ „ 8 degrés 52 minutes. J'ai fait paſſer les rayons du Soleil dans

„ ma chambre par un petit trou, dont j'ai percé le volet de ma „ fenêtre. Le diamètre de ce trou étoit d'environ ⅛ de pouce, „ & il donnoit une eſpèce d'image du Soleil ſur le mur oppoſé. „ J'approchai alors le priſme du trou, pour le faire traverſer par „ les rayons du Soleil qui ſe briſoient dans ce priſme, & je „ trouvai que l'angle de cette réfraction étoit d'environ 5 degrés. „ Je pris enſuite un morceau de glace bien applanie, & dont „ les deux ſurfaces étoient exactement paralleles entr'elles. J'at- „ tachai cette glace plane au priſme de verre avec du ciment, „ comme on le voit dans la figure 595, où A B repréſente le Fig. 595. „ priſme de verre, & C B la glace plane dont les deux côtés „ oppoſés ſont paralleles. Mais je l'attachai de manière que la „ partie vuide A B C étoit un autre priſme, capable de „ contenir une liqueur, & ce priſme vuide étoit placé en ſens „ contraire de celui de verre „

„ Je remplis d'eau ce priſme vuide, & comme ſa réfraction „ devoit agir dans un ſens contraire à celle du priſme de verre, „ je tachai d'ouvrir ſon angle A B C autant qu'il étoit néceſ- „ ſaire pour contre-balancer la réfraction du priſme de verre, „ & pour faire enſorte que les rayons émergens devinſſent pa- „ ralleles aux rayons incidens. J'y parvins enfin par des expérien- „ ces réitérées; car le ciment ne m'empêchoit pas d'ouvrir & „ de reſſerrer peu à peu l'angle A B C. Le but de cette expé- „ rience, étoit de ſçavoir ſi les couleurs ſeroient également diſ- „ perſées par des réfractions égales, & ſi les rayons émergens „ devenus paralleles aux rayons incidens donneroient une cou- „ leur blanche. Mais je trouvai au contraire, que le bord infé- „ rieur de l'image du Soleil étoit fortement teint de bleu, & „ que le bord ſupérieur étoit d'une couleur jaune rougeâtre. D'où „ il paroît qu'on peut conclure, que l'eau ne diſperſe pas les cou- „ leurs autant que le verre, à réfractions égales „

„ Je donnai enſuite un peu plus d'ouverture à l'angle A B C „ du priſme d'eau, pour ſçavoir juſqu'à quel point il falloit „ pouſſer la réfraction de l'eau, afin qu'elle fut capable de dé- „ truire entièrement la diſperſion des couleurs produites par la „ réfraction du verre; & quoiqu'il ne fut pas aiſé de fixer exacte- „ ment le point où les couleurs devoient diſparoître, cependant „ après bien des expériences, en donnant à cet angle l'ouver-

„ ture qui faiſoit renverſer l'ordre des couleurs, & enſuite celle „ qui les portoit dans un ſens contraire, je trouvai enfin que les „ couleurs diſparoiſſoient, lorſque la réfraction ſupérieure étoit „ d'environ 1 ¼ degré ; c'eſt-à-dire, lorſque la réfraction pro- „ duite par l'eau étoit environ ¾ de la réfraction produite par „ le verre „

„ Je fis auſſi la même expérience avec de l'eſprit de vin, & „ elle réuſſit à peu près de la même manière. Il paroît néan- „ moins que la réfraction doit être un peu plus forte que celle de „ l'eau, pour faire diſparoître les couleurs „

„ Il paroît donc que ces expériences ne ſuffiſent pas pour „ renverſer la théorie de *Newton* ; peut-être que des expériences „ ultérieures répandront un plus grand jour ſur cette matière. „

Ces expériences ne laiſſerent pas de prouver à Mr. *Dollond* la poſſibilité du projet de Mr *Euler* Il en conclut qu'on pouvoit, en employant des milieux diaphanes de denſité différente, corriger l'aberration des rayons, & que ces rayons dépouillés de leurs couleurs ſeroient cependant encore rompus, mais différemment de ce qu'ils l'auroient été par un ſeul milieu.

Comme les rayons qui traverſent des lentilles ſphériques, ſont rompus de la même manière que s'ils traverſoient des priſmes, quoique leur inflexion, ſoit beaucoup moindre, Mr. *Dollond* en ſuivant le projet de Mr. *Euler*, entreprit d'ôter aux lunettes d'approche, l'inconvénient des iris colorés, & par conſéquent de diminuer beaucoup leur longueur. Ses premières épreuves furent faites, conformément à l'idée de Mr. *Euler*, avec des objectifs compoſés de verre & d'eau. Mais comme la force réfractive de l'eau differe très-peu de celle du verre, il falloit, pour faire évanouir les couleurs, donner à ces verres une courbure ſi conſidérable, qu'elle produiſoit une tres-grande aberration de ſphéricité, à moins qu'on ne donnât aux objectifs une très-petite ouverture, ce qui détruiſoit tout l'avantage qu'on pouvoit eſpérer de ces lunettes. Mr. *Euler* en étoit convenu dans ſa réponſe à Mr. *Dollond*, & il avoit regardé cet inconvénient comme un des plus grands obſtacles que ſa théorie put rencontrer dans la pratique.

Mr *Dollond* ſçavoit par expérience que la réfraction du cryſtal d'Angleterre étoit beaucoup plus forte que celle des autres ver-

res, & il ſubſtitua ce cryſtal à l'eau dont il s'étoit d'abord ſervi. Il vint à bout de former un priſme compoſé de trois priſmes de verre, qui pris chacun ſéparément & réunis de deux en deux, donnent des couleurs plus ou moins vives, & dont les trois réunis enſemble ne donnent aucune couleur. Il eut la bonté de m'envoyer ce priſme & de l'accompagner du Mémoire ſuivant, écrit de ſa main en françois.

„ Les trois verres faits en forme priſmatique font voir la maniere „ de corriger la différente réfrangibilité des rayons de lumiere. „

„ Le principe qui ſert de fondement à cette correction, ſe „ trouve dans les différentes qualités des verres, qui étant com- „ poſés de diverſes matières, produiſent auſſi de différens effets „ à l'égard de la ſéparation des rayons de différentes couleurs. „ C'eſt-à-dire, que certaines ſortes de verres, ſéparent les cou- „ leurs moins que d'autres dans les mêmes degrés de réfraction. „ On obſervera facilement, que ces trois verres different conſi- „ dérablement à l'égard de l'angle contenu entre les plans des „ deux ſurfaces polies. Cependant les deux plus grands rompent „ les rayons en angles égaux, nonobſtant la diverſité de leurs „ angles réfractifs. C'eſt pour le démontrer, qu'on les a appli- „ qués de maniere à produire des réfractions contraires, telle- „ ment qu'en regardant à travers de deux enſemble, on put voir „ les objets en vue directe ſans aucune réfraction, & remarquer „ en même tems les couleurs qui reſtent après que la réfraction „ eſt détruite. Cette ſéparation des couleurs qui reſtent, eſt „ égale à celle que produit la réfraction du petit verre, lequel „ étant joint aux deux autres, corrige parfaitement cette ſépa- „ ration. Car lorſqu'on voit les objets au travers de tous les „ trois, on y voit une réfraction conſidérable, ſans aucune de „ ces couleurs que produit la diverſe réfrangibilité des rayons „ de la lumière. „

La figure 596 repréſente les trois priſmes réunis. La baſe A C du premier A B C, eſt de 4 lignes 7 $\frac{1}{2}$ points, & chacun de ſes côtés de 9 lignes 10 $\frac{1}{2}$ points. La baſe B D de celui du milieu eſt de 4 lignes 2 points, & chacun de ſes côtés de 10 lignes 1 point — $\frac{1}{2}$. La baſe C E du 3e eſt de 2 lignes 5 points, & chacun de ſes côtés de 9 lignes 7 $\frac{1}{2}$ points. Ainſi l'angle des Fig. 596.

deux ſurfaces du premier eſt de 27°. 3′, 28″, celui du ſecond de 23°. 53′. 8″. & celui du 3e., 14°. 27′. 18″.

Le priſme du milieu eſt d'une matière très-blanche, que les Anglois nomment *Flintglaſſ*, ou verre de roche. C'eſt le cryſtal d'Angleterre. Les deux autres ſont d'un verre un peu verd, qu'on nomme *Crownglaſſ*.

Mr. *Dollond* remit enſuite à Mr *Ferner*, digne collégue de Mr *Klingenſtierna*, en Octobre 1759, un écrit dont Mr. *Clairaut* a donné la traduction ſuivante dans les Mémoires de l'Acad. des Sciences de 1757.

„ Je reconnois, dit-il, que Mr. *Mallet*, pendant ſon ſéjour „ à Londres, m'a montré une lettre de Mr. *Klingenſtierna* d'Upſal, „ relative aux loix de la réfraction de *Newton*, dans laquelle „ il étoit évidemment démontré que ces loix n'étoient pas „ d'accord avec la nature des choſes. M'appercevant ainſi, „ qu'il y avoit lieu de douter de ce que *Newton* avoit avancé, „ je vis qu'il étoit vraiment tems de penſer à moi, & de „ chercher à découvrir la vérité par les expériences que j'ai eu „ l'honneur de communiquer à la Société Royale de Londres, „ ainſi qu'on le peut voir dans les Tranſactions Philoſophi- „ ques; expériences d'où il réſulte que *Newton* s'étoit conſi- „ dérablement trompé dans ſa notion de la réfraction. J'ai fait „ voir dans mon Mémoire, que j'avois trouvé deux ſortes de „ verres qui diſperſoient les couleurs très-différemment à même „ réfraction. Car le *Flintglaſſ* blanc, à même réfraction, diſ- „ perſe les couleurs comme 3 à 2, comparativement au *Crownglaſſ*; „ c'eſt-à-dire, que ſi R : 1 eſt le rapport de la réfraction du „ *Flintglaſſ* blanc pour les rayons rouges, & R + a : 1, le „ rapport de réfraction pour les rayons violets, on aura $a : e$: : „ 3 : 2, quoique le rapport de R à r, ne ſoit que celui de „ 1, 015 à 1. „

Il paroît auſſi par les mêmes expériences, que l'hypothéſe „ de Mr. *Euler* eſt très-éloignée de la vérité; car r : 1 déſignant „ le rapport de réfraction des rayons rouges dans le *Crownglaſſ*, „ $r + e$: 1 celui des rayons violets dans la même matière, & „ r^n le rapport de réfraction pour le rouge dans le *Flintglaſſ*, „ il faut, ſuivant M. *Euler*, que $(r + 1)^n$ ou $r^n + \frac{ar^n e}{r}$ ſoit

„ le rapport de réfraction pour le violet ; d'où, ſi ce théorême „ a lieu, il réſulte que le rapport des divergences des couleurs, „ doit être comme *a* : 1. Mais le rapport de réfraction pour les „ rayons rouges dans le *Crownglaſſ* eſt 1, 5297 : 1, & celui „ des mêmes rayons dans le *Flintglaſſ* eſt 1, 583 : 1, d'où „ l'on tire *a* = 1, 08, tandis que l'expérience donne 1 à 1, 5 „ pour ce rapport. „

Mr. *Clairaut* avoit détruit par la théorie cette hypothéſe de M. *Euler*, dans les Mémoires de 1756 page 403. Elle eſt ici détruite par l'expérience

Mr. *Dollond* remit encore à Mr *Ferner* un autre écrit, à la fin d'Août 1761. En voici la traduction par M. *Clairaut*.

„ La raiſon du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction dans „ le *Crownglaſſ*, eſt comme 1 à 1, 53 à peu près, & dans le „ *Flintglaſſ* blanc comme 1 à 1, 583. La divergence des cou- „ leurs dans le *Crownglaſſ* eſt à celle qui a lieu dans le *Flintglaſſ* „ blanc, à même réfraction, comme 2 à 3 à peu près. Je n'ai „ pas été fort exact dans la détermination de ce dernier rapport, „ par les deux raiſons ſuivantes. „

1°. Parce qu'une détermination plus préciſe auroit été très-pénible. „

„ 2°. Parce que je penſe qu'elle eſt peu importante dans la „ pratique, en comparaiſon des aberrations qui procédent de „ la ſphéricité des ſurfaces. „

M. *Clairaut* n'ayant pu ſe procurer que du *Flintglaſſ*, a cru que notre verre commun avoit avec le *Flintglaſſ* le même rapport que le *Crownglaſſ* de M. *Dollond*, & il paroît par ſes expériences, qu'il ne s'eſt pas trompé. Il en a réſulté

1°. Que le rapport de 16 à 10, ou de 1, 6 à 1, exprime aſſez bien la proportion de réfraction moyenne dans le cryſtal d'Angleterre, c'eſt-à-dire, la raiſon du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction pour les rayons moyens, en paſſant de l'air dans le *Flintglaſſ*. Nous nommerons cette raiſon $n = 1, 6$.

2°. Que le rapport de la réfraction moyenne dans le verre commun, eſt celle de 31 à 20, ou de 155 à 100 Nous la nommerons $m = 1, 55$.

3°. Que 154 à 100 eſt celle qui a lieu pour les rayons rouges dans le verre commun; nous la nommerons $M = 1, 54$.

4°. Que 1, 56 eſt celle qui a lieu pour les rayons violets dans le même verre ; nous la nommerons $\nu = 1, 56$.

5°. Que les proportions de réfrangibilité dans le *Flintglaſſ*, ſont pour les rayons violets $1, 615 = \nu$, & pour les rayons rouges $1, 585 = N$.

6° Enfin il a trouvé que la différence de réfrangibilité du rouge au violet dans le *Flintglaſſ*, étoit à celle qui avoit lieu dans le verre commun, comme 3 à 2, ainſi que Mr. *Dollond* l'avoit trouvé avec le *Crownglaſſ*, qui par conſéquent n'eſt pas différent du verre commun en qualité réfractive.

Mr. *Euler* avoit trouvé en employant le verre & l'eau, que les courbures qu'il falloit donner aux verres, pour détruire la différente réfrangibilité des rayons de lumière, étoient trop grandes, & qu'elles produiſoient une aberration trop ſenſible dans le foyer, ce qui forçoit à reſſerrer trop l'ouverture des objectifs, & à perdre par conſéquent une grande quantité de lumière.

Lorſque Mr *Dollond* eut ſubſtitué le *Flintglaſſ* à l'eau, il trouva que les premiers objectifs qu'il avoit conſtruits, avoient auſſi trop de courbure, & qu'il ne falloit pas négliger l'aberration qui vient de la ſphéricité. Mais après avoir bien combiné les différentes eſpèces de ſphéres, qui ſont, par la nature du problême, également propres à réunir les foyers de toutes les couleurs, il parvint à en trouver, au rapport de M. *Clairaut*, qui avoient encore la propriété de détruire les aberrations produites par leurs ſphéricités. Par ce moyen, il vint à bout de faire des lunettes de 5 pieds, qui font autant d'effet que les lunettes ordinaires de 15 pieds. Ce n'étoit encore là qu'une ébauche de ce qu'il eſt venu à bout d'exécuter depuis en ce genre. Au rapport de M. *de la Lande* (Connoiſſ des mouvem. céleſtes pour 1767. pag. 252), Mr. *Dollond* le fils a préſenté à la Societé Royale de Londres une lunette achromatique de ſa façon, de $3\frac{1}{2}$ pieds de foyer ſeulement, qui porte $3\frac{1}{4}$ pouces d'ouverture, & groſſit 150 fois le diamètre des objets. Elle fait par conſéquent l'effet d'une lunette ordinaire de 60 pieds, ſelon la table de M. *Hughens* L'objectif de cette lunette eſt compoſé de deux lentilles convexes de *Crownglaſſ* & d'un verre concave de *Flintglaſſ*.

Nous

Nous avons déjà dit, que le *Crownglaſſ* des Anglois, paroît être de même nature que notre verre commun, qu'on peut par conſéquent le lui ſubſtituer dans la pratique. Il a ordinairement une teinte verdâtre. A l'égard de la compoſition du *Flintglaſſ*, les Anglois s'en réſervent le ſecret. Mais les analyſes qu'on a pu en faire, prouvent qu'il contient beaucoup de plomb, & ce qui acheve de confirmer que ce n'eſt autre choſe qu'une eſpèce de verre de Saturne, c'eſt que Mr. *Zether*, Chymiſte de l'Académie de Pétersbourg a fait, ſous la direction de M. *Euler*, avec de la mine de plomb & du caillou, une ſorte de cryſtal qui avoit les mêmes effets que le *Flintglaſſ*. Suivant un habile Chymiſte que nous avons conſulté, cette compoſition a beaucoup d'affinité avec celle des diamans faux, connus ſous le nom de *Straſſe*.

Voici ce que les Journaux nous apprennent des diverſes compoſitions de Mr *Zether* pour imiter le *Flintglaſſ*.

1°. En mêlant une partie de minium avec 4 de cailloux, il a eu un verre où la réfraction des rayons moyens étoit 1, 664, & où la diſperſion étoit à celle du verre commun : 1, 354 : 1.

2°. En mêlant 1 de minium avec 2 de cailloux, il a eu un verre où la réfraction étoit 1, 724, & la diſperſion étoit à celle (, 01) du verre : . 1, 8 : 1.

3°. Un mêlange de 3 de minium & 4 de cailloux, lui a donné un verre dont la réfraction moyenne étoit 1, 7232, & la diſperſion 2, 207.

4°. Parties égales de minium & de cailloux, lui ont donné la réfraction moyenne 1, 787, & la diſperſion 3, 259.

5°. Deux de minium & 1 de cailloux, ont donné la réfraction 1, 83, & la diſperſion 3, 55.

6°. Enfin 3 de minium & 1 de cailloux, ont donné la réfraction 2, 018, & la diſperſion 4, 8.

Il a encore compoſé une eſpèce de verre, où la réfraction des rayons moyens n'eſt que 1, 61 & la diſperſion preſque double de celle du verre commun.

Il ſuit de toutes ces expériences, ainſi que l'ont conclu MM. *Euler* & *Zether*, que c'eſt le plomb qui produit cette grande diſperſion, puiſqu'on voit que la diſperſion augmente toujours à meſure qu'on a mis plus de plomb dans la compoſition.

En rapprochant nos calculs de ceux de Mr. Euler, nous résoudrons aiſément les problêmes ſuivants, qui contiennent toutes les queſtions qu'on peut faire ſur les lunettes achromatiques.

PROBLEME I.

La diſtance focale d'une Lunette étant donnée avec l'une des deux ſurfaces du verre & une autre du cryſtal, trouver le demi-diamètre des deux autres ſurfaces, d'une manière propre à détruire les couleurs?

Soient, comme ci-devant, les quatre ſurfaces M m, N n, O o, P p & leurs demi-diamètres R, r, h, K. On aura en faiſant $n = 1$, & $m - \lambda = t$, parce que les milieux A E, B C & D I ſont de même nature; Fig. 197.

$$DI = \frac{txPRrhK}{txPRrh+mtPRr(K-h)+mxPRK(h-r)+mxtPhK(t-R)-txrhK(P+R)}$$

& diviſant par le numérateur de cette fraction, on aura

$$DI = \frac{1}{\frac{m}{x}\left(\frac{1}{h}-\frac{1}{K}\right)+\frac{m}{1}\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{r}\right)+\frac{1}{r}-\frac{1}{R}+\frac{1}{K}-\frac{1}{h}-\frac{1}{P}}.$$

Or par les expériences de Mr. *Clairaut*, nous avons pour les rayons moyens,

$m : 1 :: 31 : 20$, de l'air dans le verre M A m

$1 : t :: 20 : 31$, du verre M m n N dans l'air N n o O $:: 1 : m$.

$t : x :: 32 : 20$, de l'air N n o O dans le cryſtal O o $:: m : x$.

$x : \lambda :: 20 : 32$, du cryſtal O o p P dans l'air P p I $:: x : m$.

Donc $m = \frac{31}{20}$, $x = \frac{31}{32}$, $\frac{m}{x} = \frac{32}{20}$. Donc pour les rayons moyens, la diſtance

$$DI = \frac{1}{\frac{31}{20}\left(\frac{1}{h}-\frac{1}{K}\right)+\frac{31}{20}\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{r}\right)+\frac{1}{r}-\frac{1}{R}+\frac{1}{K}-\frac{1}{h}-\frac{1}{P}}.$$

Et par les mêmes expériences, on trouve pour les rayons rouges $m : 1 :: 308 : 200$, de l'air dans le verre; $m : x :: 317 : 200$ de l'air dans le cryſtal.

$$\text{Donc } DI = \frac{1}{\frac{317}{200}\left(\frac{1}{h}-\frac{1}{K}\right)+\frac{308}{200}\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{r}\right)+\frac{1}{r}-\frac{1}{R}+\frac{1}{K}-\frac{1}{h}-\frac{1}{P}}.$$

Et enfin pour les rayons violets, $m : 1 :: 312 : 200$, & $m : x :: 323 : 200$.

Donc $DI = \frac{I}{\frac{323}{200}(\frac{1}{h}-\frac{1}{K})+\frac{312}{200}(\frac{1}{R}-\frac{1}{r})+\frac{1}{r}-\frac{1}{R}+\frac{1}{K}-\frac{1}{h}-\frac{1}{P}}$

Donc en égalant enſemble deux quelconques de ces trois diſtances focales, pour détruire les iris, ou pour réunir toutes les couleurs au point I du foyer, on aura $3(\frac{1}{h}-\frac{1}{K})+2(\frac{1}{R}-\frac{1}{r})=0$, ou bien $3(\frac{1}{h}-\frac{1}{K})=2(\frac{1}{r}-\frac{1}{R})$.

Soit $DI=a$. La première diſtance focale devient par réduction, lorſque la diſtance P eſt infinie, ou $\frac{1}{p}=0$.

$$a=\frac{I}{-\frac{6}{10}(\frac{1}{K}-\frac{1}{h})+\frac{55}{100}(\frac{1}{R}-\frac{1}{r})}.$$

Donc en ſubſtituant dans cette diſtance focale des rayons moyens, les valeurs de $\frac{1}{K}-\frac{1}{h}=\frac{2}{3}(\frac{1}{R}-\frac{1}{r})$ & de $\frac{1}{R}-\frac{1}{r}=\frac{3}{2}(\frac{1}{K}-\frac{1}{h})$ on aura les deux valeurs ſuivantes de la diſtance focale a.

$$a=\frac{I}{(-\frac{6}{10}+\frac{3}{2}\times\frac{55}{100})(\frac{1}{K}-\frac{1}{h})} \text{ ou } a=\frac{I}{\frac{9}{40}(\frac{1}{K}-\frac{1}{h})}$$

$$a=\frac{I}{(\frac{55}{100}-\frac{2}{3}\times\frac{6}{10})(\frac{1}{R}-\frac{1}{r})} \text{ ou } a=\frac{I}{\frac{3}{20}(\frac{1}{R}-\frac{1}{r})}$$

Ce qui donne $\frac{a}{R}-\frac{a}{r}=\frac{20}{3}$, ou $3ar-3aR=20Rr$. C'eſt l'équation du verre, où l'on voit que le foyer a étant donné avec l'un des demi-diamètres R ou r, on aura l'autre demi-diamètre.

De même $\frac{a}{K}-\frac{a}{h}=\frac{40}{9}$, ou $9ah-9aK=40Kh$. C'eſt l'équation du cryſtal Donc a étant donné avec l'un des demi-diamètres h ou K, on aura l'autre demi-diamètre.

On ſuppoſe ici les quatre demi-diamètres poſitifs, ou les quatre ſurfaces convexes vers l'objet. Ce qui n'empêche pas qu'on ne les rende concaves, en changeant leurs ſignes dans les équations.

Le choix des deux rayons de courbure d'où les deux autres réſultent, n'eſt pas tout-à-fait arbitraire. Il faut, pour les déterminer, faire attention 1°. à la valeur de la diſtance focale a, qui doit toujours être poſitive; 2°. à l'ouverture de la lunette, qui doit donner le plus de lumière poſſible; 3°. à l'aberration de ſphéricité, qu'il faut anéantir, autant qu'il eſt poſſible, pour rendre la viſion diſtincte.

En effet ſi l'on faiſoit arbitrairement h & R infinis, pour changer les courbures en lignes droites, l'équation du verre donneroit $-\frac{a}{r} = \frac{20}{3}$, ou $r = -\frac{3a}{20}$, & celle du cryſtal donneroit $\frac{a}{K} = \frac{40}{9}$, ou $K = \frac{9a}{40}$. Donc K reſtant poſitif & r devenant négatif, l'équation précédente réduite des rayons moyens $a = \frac{1}{-\frac{6}{10}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{h}\right) + \frac{55}{100}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r}\right)}$, deviendroit

$a = \frac{1}{-\frac{6}{10} \times \frac{1}{K} + \frac{55}{100} \times \frac{1}{r}}$, & K étant plus grand que r, ou $\frac{9a}{40} > \frac{6a}{40}$, la diſtance focale a ſeroit négative.

Corollaire.

On a ſuppoſé dans la ſolution de ce problême, que le verre étoit placé au bout de la lunette du côté de l'objet. On peut appliquer le même principe au cas où le cryſtal ſeroit placé en-devant du côté de l'objet & le verre en dedans de la lunette. Il faut, pour cela, ſuppoſer l'objet en I & l'œil en E; P ſera la diſtance focale, & a la diſtance finie ou infinie de l'objet I.

La première équation réduite,

$a = \frac{1}{\frac{m-x}{x}\left(\frac{1}{h} - \frac{1}{K}\right) + \frac{m-1}{1}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r}\right) - \frac{1}{P}}$, deviendra

$-\frac{a}{R} = 1 - a\left(\frac{m-x}{x} \times \frac{1}{h} - \frac{1}{K} + \frac{m-1}{1} \times \frac{1}{R} - \frac{1}{r}\right)$ ou $-a =$

$P - a\,P\left(\frac{m-x}{x} \times \frac{1}{h} - \frac{1}{K} + \frac{m-1}{1} \times \frac{1}{R} - \frac{1}{r}\right)$, &

$P = \frac{a}{a\left(\frac{m-x}{x} \times \frac{1}{h} - \frac{1}{K} + \frac{m-1}{1} \times \frac{1}{R} - \frac{1}{r}\right) - 1}$, & lorſque la diſtance a de l'objet eſt infinie, on trouve la diſtance focale

$P = \frac{1}{\frac{m-x}{x}\left(\frac{1}{h} - \frac{1}{K}\right) + \frac{m-1}{1}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r}\right)}$.

Enfin en égalant le foyer des rayons rouges, ou celui des rayons violets à celui des rayons moyens, on a les deux équations du problême & les mêmes rayons de courbure.

PROBLEME II.

Trouver la plus grande ouverture qu'on puiſſe donner à une Lunette Achromatique?

Il faut, pour cela, que les arcs A M, B M ſoient les plus grands, qu'il eſt poſſible. Soit donc M N la demi-ouverture perpendiculaire à l'axe de la lunette, A N le ſinus verſe de l'arc A M $= z$; B N ſera $= z - A B$, ou $z - b$, en faiſant, comme ci-devant, la diſtance A B des deux ſurfaces du verre $= b$. La différentielle de l'arc A M eſt $= \frac{R\,dz}{MN}$, & celle de l'arc B M $= \frac{r\,dz}{MN}$. Donc on aura le *maximum*, en faiſant $\frac{R\,dz + r\,dz}{MN} = 0$, ou $R = -r$. Donc l'objectif de verre doit avoir deux ſurfaces convexes égales, & ſa ſurface B M, qu'on a ſuppoſée convexe vers l'objet, doit devenir convexe vers l'œil & changer de ſigne. L'équation du verre ſera donc $-6\,a\,R = -20\,R\,R$, ou $R = \frac{3a}{10}$. Fig. 198.

Le même calcul donne auſſi $h = -k$, ce qui indique que pour la plus grande ouverture du cryſtal, il faudroit changer le ſigne de h ou de k, & donner au cryſtal deux convexités ou deux concavités égales. Mais les deux concavités égales, donneroient $-18\,a\,h = -40\,h^2$, parce qu'il faudroit changer le ſigne de h dans l'équation du cryſtal. On auroit donc $h =$

$\frac{2}{20}a$, par conſéquent h étant négatif, il faudroit que a fut auſſi négatif, ce qui eſt impoſſible.

On ne peut pas non plus donner au cryſtal deux convexités égales, parce que dans ce cas, il faudroit changer le ſigne de K, & l'équation du cryſtal donneroit $18\,ah = -40\,hh$, ou $h = -\frac{9a}{20}$; & on auroit par conſéquent h négatif, à moins que a ne fut négatif.

On ne peut pas faire K infini, parce que l'équation du cryſtal donneroit $h = -\frac{9a}{40}$, & $-r$ étant $= -\frac{3a}{10}$ ou $-\frac{12a}{40}$, le rayon de courbure du verre ſeroit plus grand que celui du cryſtal, & par conſéquent l'ouverture du cryſtal ſeroit moindre que celle du verre. Ainſi on n'auroit rien gagné en donnant au verre une grande ouverture; puiſqu'elle auroit été reſſerrée par celle du cryſtal.

Il faut donc donner au cryſtal autant d'ouverture qu'au verre, & enchaſſer exactement le verre dans le cryſtal; ce qui nous donnera $h = -r = -\frac{3a}{10}$, & l'équation du cryſtal ($9\,ah - 9\,aK = 40\,K\,h$) donnera $-\frac{27a}{10} = 9\,K - 12\,K$, ou $K = \frac{9a}{10}$. Donc le cryſtal ſera bi-concave; ſa concavité tournée vers l'objet, ſera égale à la convexité du verre, & ſa concavité du côté de l'œil, ſera trois fois auſſi petite. C'eſt-à-dire, que le rayon des deux convexités & de la première concavité du cryſtal, ſera $\frac{3}{10}$ de la longueur de la lunette, & le rayon de la ſeconde concavité du cryſtal du côté de l'œil, ſera $\frac{9}{10}$ de la longueur a de la lunette. On conſervera, par ce moyen, au verre & à la lunette toute ſon ouverture, qui ne dépendra plus que de l'épaiſſeur du verre & de la deſtruction de l'aberration de ſphéricité.

Le quarré $\overline{MN}^2$ de la demi-ouverture, étant $= R^2 - \overline{R-z}^2$, & le ſinus verſe z, ou AN étant la moitié de l'épaiſſeur AB du verre bi-convexe, nous aurons $\overline{MN}^2 = R\,b - \frac{1}{4}b\,b$, & le quarré $4\,\overline{MN}^2$ du diamètre de l'ouverture ſera $4\,R\,b - b\,b$.

Si l'épaiſſeur b du verre eſt de 2 lignes, ou de $\frac{1}{6}$ de pouce, on aura l'ouverture $2\,MN = \frac{1}{6}\sqrt{7,2a - 1}$.

Si b eſt de 4 lignes ou $\frac{1}{3}$ de pouce, l'ouverture $2\,MN$ ſera $= \frac{1}{3}\sqrt{3,6a - 1}$.

On ne trouve pas aiſément des glaces de 4 lignes d'épaiſſeur ; mais on peut y ſuppléer, en compoſant l'objectif bi-convexe de verre de deux objectifs plan-convexes, & tellement unis par leurs côtés plans, qu'ils ne forment qu'un ſeul objectif, dont les deux convexités ſoient égales.

REMARQUES.

1. La méthode que nous avons employée peut donner un *minimum* ou un point d'inflexion, ou même ne donner rien du tout. On trouve dans le Traité des Fluxions de *Maclaurin* une méthode excellente pour déterminer ces différents points ; mais les Sçavans ſe bornent ordinairement à chercher par induction ſi l'ordonnée qu'on a trouvée eſt plus grande qu'aucune autre qu'on puiſſe imaginer. Or ici en faiſant R ou r infinis, le ſinus verſe z devient $= b$, & on trouve par l'équation du verre, $R = \frac{3a}{20}$, ou $r = -\frac{3a}{20}$; ce qui donne $4\,\overline{MN}^2 = \frac{12ab}{10} - 4bb$, moindre que le quarré trouvé ci-devant $\frac{12ab}{10} - bb$.

On peut eſſayer toutes les autres combinaiſons de R & r. Elles donnent toutes une ouverture plus petite que celle du verre bi-convexe, dont les deux convexités ont chacune le rayon $= \frac{3a}{10}$.

2. Pour faire cet eſſai, ſoit $MN = n$, $AN = z$, $BN = z - b$ [ou $b - z$]. On aura $z = R - \sqrt{R^2 - n^2}$ & $z - b = r - \sqrt{r^2 - n^2}$. Donc $b = R - r - \sqrt{R^2 - n^2} + \sqrt{rr - nn}$, & $\sqrt{RR - nn} = R - r - b + \sqrt{rr - nn}$. Donc $RR - nn = RR - 2Rb - 2Rr + 2rr + 2rb + bb - nn + 2[R - r - b]\sqrt{rr - nn}$; & $bb + 2br + 2rr - 2bR - 2Rr = -2[R - r - b]\sqrt{rr - nn}$. Mais par l'équation du verre, $R = \frac{3ar}{3a + 20r}$. Donc en ſubſtituant cette valeur de R, on aura $[40r^3 + 40br^2 + 20b^2r + 3ab^2]^2 = 4[20r^2 + 20br + 3ab]^2[rr - nn]$. D'où l'on tire $4nn = 4rr - \left(2r + \frac{(20b - 6a)br + 3abb}{20r(r + b) + 3ab}\right)^2$.

3. La différentielle de cette valeur de $4nn$ étant égalée à zero, en ne faiſant varier que n & r, donne une équation du 3e. degré, dont l'unique racine poſſible négative eſt $r = -\frac{3a}{10}$. J'en ſupprime le calcul qui eſt trop long, & qui d'ailleurs eſt inutile après la courte ſolution que nous avons donnée de ce Problême.

PROBLEME III.

Trouver l'ouverture qu'on doit donner à une Lunette achromatique dont la diſtance focale eſt donnée, & en même temps ſon amplification linéaire ?

Par l'art. 361. liv. 2 de Mr. *Smith*, dans les téleſcopes de réflexion, un objet paroît également brillant & diſtinct, lorſque leurs ouvertures & par conſéquent leurs amplifications linéaires, ſont entr'elles, comme les racines quatriémes des cubes de leurs longueurs, & les téleſcopes de réfraction (par l'art. 369), ſuivront la même proportion, lorſqu'ils ſeront délivrés de l'inégale réfrangibilité des rayons de lumière.

Or la lunette achromatique conſtruite par Mr. *Dollond* le Fils, à 3 pieds & demi, ou 42 pouces de foyer, porte 3 pouces & trois quarts d'ouverture, & groſſit 150 fois. C'eſt ce qui a paru de plus parfait en ce genre, & peut-être le dernier terme où l'art puiſſe atteindre. Nous pouvons prendre ſes proportions pour un modéle général, auquel nous comparerons les lunettes de toute autre longueur focale, ſauf à rabattre dans la pratique quelque choſe de ce que promet la théorie.

Nous dirons donc $\sqrt[4]{42^3} : \sqrt[4]{a^3} :: 3\frac{3}{4}$ ou 3, 75 : à l'ouverture qui convient à la longueur a d'un foyer quelconque. C'eſt-à-dire, qu'il faut multiplier le nombre 0, 2273 par la racine quatriéme du cube de la longueur focale de la lunette, ou ajouter au logarithme conſtant 9. 3565943, les $\frac{3}{4}$ du logarithme de la diſtance focale a de la lunette achromatique, pour avoir le diamètre de ſon ouverture, car le quotient de 3, 75 par $\sqrt[4]{42^3}$ eſt 0, 2272973, & ſon logarithme 9. 3565943.

Les amplifications linéaires étant comme les ouvertures, on dira, 3, 75 : 150 : : l'ouverture trouvée : à l'amplification linéaire. Il faut donc multiplier cette ouverture par 40 $= \frac{150}{3,75}$.

Enfin, ſi l'on diviſe la diſtance focale de la lunette par ſon amplification linéaire, on aura la diſtance focale de l'oculaire qui lui convient.

PROBLEME

PROBLEME IV.

L'ouverture étant donnée par le Problême précédent, trouver l'épaiſſeur qu'on doit donner au verre?

Soit $4\overline{MN}^2$, quarré du diamètre de l'ouverture $= nn$.

Le Probl. II. donne $4Rb - bb = nn$, ou $bb - 4Rb + 4RR = 4RR - nn$. Donc $b = 2R - \sqrt{4RR - nn}$, ou $= \frac{64}{10} - \sqrt{\frac{36^2}{100} - nn}$.

Exemple. Pour une lunette de 7 pieds ou 84 pouces de foyer, le Problême précédent donne l'ouverture $n = 6$, 307 pouces. Donc $b = 50,4 - \sqrt{2540,16 - 39,\overline{778}} = \frac{4}{10}$ d'un pouce $= 4$ lignes $\frac{4}{5}$. Il faut donc avoir deux verres plan-convexes qui ayent au moins chacun 2 lignes $\frac{2}{5}$ d'épaiſſeur.

LEMME.

Déterminer les foyers du verre & du cryſtal pour les objets infiniment éloignés.

Dans la fig. 591, nous avons $AF = \frac{mR}{m-1}$, Fig. 591.

$BF = \frac{b(m-1)-mR}{m-1}$, & $BG = \frac{r}{1-t-\frac{tr(m-1)}{b(m-1)\ mR}}$ & dans le verre $m = t - \frac{11}{5}$, $m - 1 = \frac{11}{30}$.

Donc 1°. la diſtance focale BG d'un objectif de verre eſt $= \frac{20r(11b-31R)}{341(R-r)-1216}$, & faiſant $b = 0$, on trouve $BG = \frac{20Rr}{11(R-r)}$; & lorſque le verre a deux convexités égales, r étant négatif, on trouve $BG = \frac{20}{31}R$, un peu moindre que le rayon.

Remarque. Lorſque Mr. *Smith* a dit d'après tous les Auteurs, que la diſtance focale du verre convexe à convexités égales, eſt égale au rayon des convexités; il a ſuppoſé que le ſinus d'incidence étoit au ſinus de réfraction de l'air dans le verre, comme 3 à 2. Or ſi l'on fait $m = \frac{3}{2}$, on trouvera ſa propoſition

démontrée. Car $BG = \frac{r}{-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\frac{r}{R}} = \frac{2Rr}{-R+r} - R$, lorſque $R = -r$, ou que les convexités ſont égales

2°. Par la même raiſon, ſi la lentille eſt de *Flintglaſſ*, on trouvera ſa diſtance focale $= \frac{K}{1-t-\frac{tK(m-1)}{d(m-1)-mh}}$, & $m = t = \frac{13}{20}$.

Donc cette diſt. focale ſera $= \frac{K}{-\frac{13}{20}-\frac{\frac{13}{20}\times\frac{13}{20}K}{\frac{13}{20}d-\frac{13}{20}h}} = \frac{-5K(3d-8h)}{3(3d-8h)+24K}$.

Et faiſant $d = 0$, elle deviendra $= \frac{40Kh}{24(K-h)}$. Si le cryſtal eſt plan-concave, & $K = \infty$, on aura $h = -\frac{9a}{40}$, par le Prob. I., & la diſt. focale ſera $= -\frac{1}{6}a$. Si $h = -\frac{3a}{10}$ & $K = +\frac{9a}{10}$, la diſtance focale ſera $= -\frac{9a}{8}$

PROBLEME V.

Le foyer de la lunette achromatique & de chaque objectif étant donné, trouver l'intervalle des deux objectifs pour la viſion parfaite ?

Fig. 599. Nous avons démontré dans la théorie du micromètre objectif (art. 9 & coroll. 4) que ſi l'on a trois verres convexes placés en A, B, C dans l'axe d'une lunette, & dont les foyers ſont reſpectivement a, b, c, la viſion ſera parfaite & diſtincte, lorſqu'on aura l'équation $-bc - ac - ab + AB \times c + AC \times b + BC \times a - AB \times BC = 0$. Soit donc BC, que l'on cherche, $= x$, & le foyer réſultant des deux objectifs B & C $= f$. Nous aurons $AC = a + f$, $AB = a + f - x$, & l'equation deviendra $-bc - ac - ab + (a+f-x)c + (a+f)b + ax - (a+f-x)x = 0$. Donc on aura $xx - fx - ax - cx = bc + ac + ab - fc - fb$, ou, $xx - \underset{+ax}{} \quad \underset{-ac-ab}{}$

$(f+c)\,x = bc - fc - fb$, ce qui donne $x = \frac{f+c}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\overline{f+c}^2}{4} + bc - f(b+c)\right)}$. Donc,

1°. Si le cryſtal eſt en C, ſa diſtance focale étant $c = -\frac{3a}{8}$, & celle du verre $b = +\frac{3a}{11}$, & f étant $= a$, on aura $x = \frac{a - \frac{1}{8}a}{2} \pm \sqrt{\frac{81}{256} - \frac{9}{88} + \frac{9}{64}} \times a = \frac{1}{16}a \pm \frac{15}{16}a = 0$, ou $= \frac{7}{8}a$.

2°. Si le verre eſt en C & le cryſtal en B, on aura $C = \frac{1}{11}a$, & $b = -\frac{1}{8}a$. Donc $x = \frac{a + \frac{10}{11}}{2} - a\sqrt{\frac{49}{121}} = 0$.

On ne doit donc laiſſer aucun intervalle entre les deux objectifs.

Scholie.

On voit ici que bc eſt $= b + c$; cela vient de ce que $c = \frac{b}{b-1}$, ou $-\frac{1}{8} = \frac{3}{11 \times -\frac{8}{11}}$.

PROBLEME VI.

Détruire les couleurs produites par les oculaires d'une Lunette?

On doit regarder l'image qui ſe fait au foyer I des deux objectifs ou d'une lunette ordinaire, comme un objet peu éloigné de l'oculaire, ou des deux oculaires, dont l'un ſera de verre & l'autre de cryſtal. Soit p ce petit éloignement, qui dépend de l'amplification linéaire. En appliquant à ces deux oculaires les calculs du 1er. Problême, & donnant à leurs 4 ſurfaces les demi-diamètres R, r, h, K & la petite diſtance focale a, on trouvera $a = \frac{1}{-\frac{6}{10}\left(\frac{1}{K} - \frac{1}{b}\right) + \frac{55}{100}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r}\right) - \frac{1}{p}}$

$= \frac{1}{-\frac{117}{200}\left(\frac{1}{K} - \frac{1}{b}\right) + \frac{108}{200}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r}\right) + \frac{1}{p}}$; & égalant ces deux foyers,

on aura $-3\left(\frac{1}{K}-\frac{1}{h}\right)+2\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{r}\right)=0$, & $\frac{1}{R}-\frac{1}{r}=\frac{3}{2}\left(\frac{1}{K}-\frac{1}{h}\right)$ ou, $\frac{1}{K}-\frac{1}{h}=\frac{2}{3}\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{r}\right)$, & fubſtituant ces valeurs dans le premier foyer, on aura $a=\frac{1}{\frac{9}{40}\left(\frac{1}{K}-\frac{1}{h}\right)-\frac{1}{p}}$

$=\frac{1}{\frac{3}{20}\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{r}\right)-\frac{1}{p}}$. Donc $\frac{9a}{40}\left(\frac{1}{K}-\frac{1}{h}\right)-\frac{a}{p}=1$, &

$\frac{3a}{20}\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{r}\right)-\frac{a}{p}=1$, ou, $\frac{a}{R}-\frac{a}{r}-\frac{20}{3}\times\frac{a}{p}=\frac{20}{3}$, & $\frac{a}{K}-\frac{a}{h}-\frac{40}{9}\times\frac{a}{p}=\frac{40}{9}$.

Par conſéquent l'équation du verre ſera $3arp-3aRp-20aRr=20Rrp$; & celle du cryſtal, $9ahp-9aKp-40aKh=40Khp$. L'oculaire de verre ſera convexe également des deux côtés en changeant le ſigne de r, & l'oculaire de cryſtal ſera bi-concave; ſa concavité qui reçoit le verre, ſera égale à la convexité du verre. On aura donc $R=\frac{3ap}{10(a+p)}$. $h=\frac{-3ap}{10(a+p)}$. $K=\frac{9ap}{10(a+p)}$.

PROBLEME VII.

Solution des Problêmes précédents dans le cas où le cryſtal eſt enfermé entre deux verres.

L'équation de M. *Euler* (Fig. 591) eſt trop générale pour ne pas embraſſer ce cas particulier. Elle donne,

$$a=\frac{1}{\frac{m}{n}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{h}\right)+\frac{m}{1}\left(\frac{1}{h}-\frac{1}{K}+\frac{1}{R}-\frac{1}{r}\right)+\frac{1}{K}-\frac{1}{R}-\frac{1}{P}}.$$

Mais par les expériences de M. *Clairaut*, $m : 1 :: 31 : 20$, & $1 : t :: 32 : 31$ & $m . t :: 32 : 20$ pour les rayons moyens, & $m : 1 :: 308 : 200$, & $1 : t :: 317 . 308$, & $m : t . 317 : 200$ pour les rayons rouges. Nous aurons donc les deux diſtances focales.

$$a = \frac{1}{\frac{32}{20}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{h}\right) + \frac{31}{20}\left(\frac{1}{h} - \frac{1}{K} + \frac{1}{R} - \frac{1}{r}\right) + \frac{1}{K} - \frac{1}{R} - \frac{1}{P}},$$

$$a = \frac{1}{\frac{317}{200}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{h}\right) + \frac{309}{200}\left(\frac{1}{h} - \frac{1}{K} + \frac{1}{R} - \frac{1}{r}\right) + \frac{1}{K} - \frac{1}{R} - \frac{1}{P}}, \text{ \&}$$

en égalant ces diſtances, on aura $3\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{h}\right) + 2\left(\frac{1}{h} - \frac{1}{K} + \frac{1}{R} - \frac{1}{r}\right) = 0$, ou, $\frac{1}{r} - \frac{1}{h} = 2\left(\frac{1}{K} - \frac{1}{R}\right)$ & $\frac{1}{K} - \frac{1}{R} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{h}\right)$. Donc en ſubſtituant ces valeurs dans celle du foyer des rayons moyens, qui étant réduite, donne pour les diſtances infinies

$a = \frac{1}{\frac{1}{20}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{h}\right) + \frac{11}{20}\left(\frac{1}{K} - \frac{1}{R}\right)}$, on aura, $a = \frac{1}{\frac{9}{20}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{K}\right)}$ $= \frac{1}{\frac{9}{40}\left(\frac{1}{h} - \frac{1}{r}\right)}$. Donc $\frac{a}{R} - \frac{a}{K} = \frac{20}{9}$, & $\frac{a}{h} - \frac{a}{r} = \frac{40}{9}$. Donc $9aK - 9aR = 20RK$ pour les deux verres; & $9ar - 9ah = 40hr$ pour le cryſtal. Si l'on fait $R = -K$, & $r = -h$, enſorte que R & r ſoient poſitifs, h & K négatifs, on aura par le changement des ſignes $a = \frac{1}{\frac{9}{20}\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{K}\right)}$ $= \frac{1}{\frac{9}{40}\left(-\frac{1}{h} - \frac{1}{r}\right)}$ valeur négative. On ne peut donc pas faire h négatif; par la même raiſon, on ne peut pas faire R & r négatifs, h & K poſitifs.

Si l'on fait r infini, on trouvera $h = \frac{9a}{40}$, & l'on aura le premier verre plan-convexe, le rayon R de ſa convexité $= \frac{9a}{10}$, le cryſtal plan-concave, le rayon h de ſa concavité $= \frac{9a}{40}$, & le

Fig. 600. ſecond verre convexo-convexe s'enchaſſant dans le cryſtal ſous le rayon $h = \frac{9a}{40}$, & ſa derniere convexité ayant pour rayon $K = R = -\frac{9a}{10}$.

Fig. 601. On peut faire $R = +\frac{9a}{20}$, $r = -\frac{9a}{20}$, $h = +\frac{3a}{20}$ & $K = \infty$. on aura par ce moyen trois objectifs, pour augmenter l'épaiſſeur b du premier.

PROBLEME VIII.

Trouver la réfraction & la diſperſion par toutes ſortes de liqueurs tranſparentes?

M. *Euler*, dans les Mémoires de Berlin pour 1756, p. 237, dit qu'ayant rempli d'eau deux ménifques de verre, qui ſe joignoient parfaitement, leur diſtance focale ſe trouva d'environ 8 pieds, & qu'enſuite ayant rempli les mêmes ménifques d'eſprit de vin, leur diſtance focale ſe réduiſit à 5 pieds, quoique la différence des réfractions de l'eau & de l'eſprit de vin ſoit très-petite. Car le ſinus d'incidence eſt au ſinus de réfraction, en paſſant de l'air dans l'eau, comme 100 à 75, & de l'air dans l'eſprit de vin, comme 100 à 73. Ce phénomène ſurprenant, lui fit conclure que deux ménifques pouvoient fournir l'inſtrument le plus propre à découvrir la quantité de réfraction de toutes ſortes de liqueurs tranſparentes, puiſque la moindre différence de leur qualité réfractive ſe manifeſte par une très-grande différence dans leur diſtance focale.

Soit un objectif compoſé de deux ménifques de verre, dont la cavité ſoit remplie d'une liqueur quelconque tranſparente, & dont les bords s'uniſſent parfaitement. On aura, comme dans le Prob. VII. $a = \frac{1}{\frac{m}{r}(\frac{1}{r} - \frac{1}{h}) + \frac{m}{1}(\frac{1}{h} - \frac{1}{K} + \frac{1}{R} - \frac{1}{r}) + \frac{1}{K} - \frac{1}{R} - \frac{1}{b}}$;

$\frac{m}{1}$ étant ici la réfraction du verre $= \frac{11}{10}$, & $\frac{m}{i}$ la réfraction inconnue de la liqueur, ou le rapport de ſon ſinus d'incidence au ſinus de réfraction.

Si l'on meſure exactement la diſtance focale du ménîſque rempli de liqueur, & dont on connoît les quatre courbures, on aura le rapport $\frac{m}{t}$, par une équation fort ſimple, pour les rayons moyens; $\frac{m}{t}(\frac{1}{r}-\frac{1}{h}) = \frac{31}{20}(\frac{1}{r}-\frac{1}{h}-\frac{1}{R}+\frac{1}{K})-\frac{1}{K}+\frac{1}{R}+\frac{1}{P}+\frac{1}{a}$. Pour les rayons rouges, $= \frac{308}{200}(\frac{1}{r}-\frac{1}{h}-\frac{1}{R}+\frac{1}{K})-\frac{1}{K}+\frac{1}{R}+\frac{1}{P}+\frac{1}{a}$. Pour les rayons violets $= \frac{312}{200}(\frac{1}{r}-\frac{1}{h}-\frac{1}{R}+\frac{1}{K})-\frac{1}{K}+\frac{1}{R}+\frac{1}{P}+\frac{1}{a}$.

Comme dans ces ménîſques, les deux ſurfaces les plus proches de l'œil ſont concaves vers l'objet, il faut changer les ſignes de leurs demi-diamètres h & k, & l'on aura l'équation $\frac{m}{t}(\frac{1}{r}+\frac{1}{h}) = \frac{m}{t}(\frac{1}{r}+\frac{1}{h}-\frac{1}{R}-\frac{1}{K})+\frac{1}{K}+\frac{1}{R}+\frac{1}{P}+\frac{1}{a}$.

Si l'on différentie cette équation, en faiſant varier ſeulement $\frac{m}{t}$ & $\frac{1}{a}$, on aura $d.\frac{m}{t} = -\frac{da}{aa(\frac{1}{r}+\frac{1}{h})}$ ou $da = -d.\frac{m}{t}(aa.\overline{\frac{1}{r}+\frac{1}{h}})$. Il faut donc que le coéfficient $aa(\frac{1}{r}+\frac{1}{h})$ devienne très-grand, ou ſon réciproque $\frac{1}{aa(\frac{1}{r}+\frac{1}{h})}$ très-petit, afin que l'erreur da de la diſtance focale a ne produiſe qu'une petite réfraction $\frac{m}{t}$ de la liqueur. Car alors $-\frac{d.\frac{m}{t}}{da}$ étant $= \frac{1}{aa(\frac{1}{r}+\frac{1}{h})}$ ſera très-petite, ſi $aa(\frac{1}{r}+\frac{1}{h})$ eſt très-grand; & ſi cette quantité étoit comme infinie, l'erreur $d.\frac{m}{t}$ ne ſeroit rien, quelque grande que fût l'erreur da de la diſtance focale. Il faut donc rendre la diſtance a auſſi grande que les circonſtances pourront le permettre, & en même tems r & h

très-petits, afin que $\frac{1}{r} + \frac{1}{h}$ ſoient très-grands. Mais il ne faut pas, ſelon M. *Euler*, les rendre trop petits, pour n'être pas obligé de donner au verre une trop petite ouverture. Je ne vois pourtant pas qu'il y ait là un grand inconvénient Car quelque petite que ſoit l'ouverture d'un objectif, l'image eſt très-diſtincte dans la chambre obſcure, ſur-tout ſi l'objet eſt infiniment éloigné. On détermine fort exactement la diſtance de l'image du Soleil à un très-petit trou, par où ſes rayons ſe tranſmettent dans une chambre obſcure, & par conſéquent on peut meſurer fort exactement la diſtance focale *a*.

Si *r* & *h* ſont fort petits, il faut que R & K ſoient fort grands, afin que le diviſeur de la diſtance focale *a* ſoit fort petit, & que par conſéquent cette diſtance ſoit fort grande.

Si nous faiſons $r = -h$, & $-K = R$ pour faciliter le calcul, nous aurons pour les rayons moyens, $\frac{m}{t}\left(\frac{2}{r}\right) = \frac{31}{20}$ $\left(\frac{2}{r} - \frac{2}{R}\right) + \frac{2}{R} + \frac{1}{P} + \frac{1}{a}$, & $\frac{m}{t} = \frac{31}{20} - \frac{31}{20} \cdot \frac{r}{R} + \frac{r}{R} + \frac{r}{2P} + \frac{r}{2a} =$ $\frac{31}{20} - \frac{1}{2} r \left(\frac{11}{10R} - \frac{1}{a} - \frac{1}{P}\right)$.

Il n'y a point de liqueur, qui ſouffre une plus grande réfraction que celle du verre, & par conſéquent $\frac{m}{t}$ eſt toujours moindre que $\frac{31}{20}$, & toutes les valeurs de $\frac{m}{t}$ ſont compriſes entre $\frac{31}{20}$ & $\frac{25}{20}$.

Si l'on fait R ou K = 12 pouces pour les ſurfaces convexes, & *r* ou *h* = 7 pouces pour les ſurfaces concaves du verre, & qu'on rempliſſe la cavité d'une liqueur quelconque, on aura $\frac{m}{t} = \frac{31}{20} - \frac{7}{2}\left(\frac{11}{120} - \frac{1}{a} - \frac{1}{P}\right)$. Suppoſons l'objet à 100 pieds de diſtance, ou P = 1200 pouces, & que l'obſervation donne *a* = 80. Nous aurons $\frac{m}{t} = \frac{31}{20} - \frac{77}{240} + \frac{7}{100} + \frac{7}{2400} - \frac{295}{240}$ $+ \frac{14}{300} = \frac{1531}{1200} = 1,275\frac{1}{6}$.

Mais ſi au lieu de *a* = 80, on s'étoit trompé de 6 pouces, & que la vraie diſtance focale eut été *a* = 74 pouces, on auroit

auroit trouvé $\frac{m}{t} = \frac{295}{240} + \frac{7}{2}(\frac{1}{74} + \frac{1}{1200}) = 1,27538$. Par où l'on voit qu'une erreur de 6 pouces dans l'obſervation n'en produit qu'une de 0,00355 dans la réfraction de la liqueur.

Ces deux ménifques ſeroient donc très-propres à déterminer la réfraction des liqueurs, lorſqu'elle ſeroit moindre que celle $1\frac{1}{2}$ de l'eau. Mais ſi elle approchoit de celle-ci, la diſtance focale a deviendroit trop petite pour pouvoir en conclure cette réfraction avec aſſez de préciſion. Dans ce cas, il faudroit approcher un peu plus l'objet du verre; par ce moyen, la diſtance focale a deviendra plus grande, & donnera plus de préciſion. Ainſi, ſuppoſé qu'on ait placé l'objet à la diſtance de 40, au lieu de 1200 pouces, & qu'on ait trouvé $a = 120$ pouces; la réfraction de la liqueur ſera $\frac{m}{t} = \frac{295}{240} + \frac{7}{2}(\frac{1}{40} + \frac{1}{120}) = 1,3458$, où une erreur de 6 pouces dans l'obſervation, ne peut produire qu'une erreur de 0,0154 dans la réfraction Mais il eſt bien difficile de ſe tromper de 6 ſur 40 Cette erreur ſeroit moindre, ſi l'on approchoit encore plus l'objet du verre.

On trouvera, par la même méthode, la réfraction des rayons rouges & des rayons violets, en ſubſtituant à $\frac{11}{10}$ la réfraction $\frac{108}{100}$ des rayons rouges dans le verre, & celle $\frac{111}{100}$ des rayons violets. Ce qui donnera la diſperſion des couleurs.

On aura donc pour les rayons rouges $\frac{m}{t} = \frac{308}{200} - \frac{1}{2}r(\frac{108}{100R} - \frac{1}{a} - \frac{1}{P})$, & ayant $R = 12$, $r = 7$, $P = 1200$, & $a = 80$, comme ci-devant, nous aurons $\frac{m}{t} = \frac{245}{200} + \frac{7}{160} + \frac{7}{2400} - \frac{763}{600} = 1,2716....$

Si l'on s'eſt trompé de 6 pouces, on aura $\frac{m}{t} = \frac{245}{200} + \frac{7}{148} + \frac{7}{2400} = 1,2721$, & l'erreur ne ſera que de 5 dix-milliémes.

Corollaire.

Cette méthode s'applique également à la recherche des réfractions du *Flintglaſſ*, & de toutes les eſpèces de verre qu'on peut

fabriquer. La formule du 1er. Problême donne $\frac{m-x}{x}\left(\frac{1}{h}-\frac{1}{R}\right)=$ $\overline{m-1}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{R}\right)+\frac{1}{P}+\frac{1}{a}$; $d.\frac{m-x}{x}=-\frac{da}{aa\left(\frac{1}{h}-\frac{1}{K}\right)}$. Il faut donc que $aa\left(\frac{1}{h}-\frac{1}{K}\right)$ ſoit très-grand pour rendre l'erreur dans la réfraction très-petite. Faiſons donc K infini & h très-petit; mais pour rendre a très-grand, il faut que $\frac{1}{R}-\frac{1}{r}-\frac{1}{P}$ ſoit très-petit, & d'autant plus petit que $\frac{1}{h}-\frac{1}{K}$ eſt plus grand. Il faut pour cela rendre R infini & r très-grand. Soit $r=h$, la formule du premier Problême donnera

$$a=\frac{L}{\frac{m-x}{x}\cdot\frac{1}{h}-(m-1)\frac{1}{h}-\frac{1}{P}}=\frac{hP}{\frac{m-x}{x}\times P-(m-1)P-h}$$

& lorſque $P=\infty$, $a=\frac{h}{\frac{m-x}{x}-m-1}$. Donc on aura

$$a=\frac{1}{\frac{m-x}{x}\cdot\frac{1}{h}-(m-1)\frac{1}{h}-\frac{1}{P}}$$ & $\frac{m-x}{x}\cdot\frac{1}{h}=(m-1)\frac{1}{h}+\frac{1}{P}+\frac{1}{a}$; $\frac{m-x}{x}=(m-1)+\frac{h}{P}+\frac{h}{a}$. Faiſons $h=1$, nous aurons pour les rayons moyens $\frac{m-x}{x}=\frac{11}{20}+\frac{1}{P}+\frac{1}{a}$; & P étant infini, ſi l'on trouve $a=20$, on aura $\frac{m-x}{x}=\frac{12}{20}$. Si l'on s'eſt trompé de 2 pouces ſur 20, on aura $\frac{m-x}{x}=\frac{11}{20}+\frac{1}{18}$, & l'erreur ſera de $\frac{1}{180}$, ou 5 milliémes.

Cet inſtrument ſera aiſé à conſtruire. Car il ſera compoſé ſeulement de deux objectifs plan-convexes égaux, l'un de verre commun, & l'autre du cryſtal dont on cherche la réfraction.

Soit $n=1.h=12$; $a=240$. $P=\infty$, on aura $\frac{m-x}{x}=\frac{12}{20}$. Si $a=$ 236, l'erreur ſera $=\frac{1}{1180}$. $=1$ dix milliémes. Il faut que les convexités ſe touchent.

Mémoire de M. Klingenſtierna, *ancien Profeſſeur de Mathématiques à* Stockholm, *ſur l'aberration de la lumière dans la réfraction des ſurfaces & des lentilles ſphériques* ; tiré des Tranſ. Philoſ. ann. 1760, n. LXXXVI, avec quelques éclairciſſemens.

§. I.

Théorême.

Soit un rayon de lumière AG, qui tombe ſur une ſurface réfringente EL, & qui ſe briſe en GK. Soit une ligne quelconque AK, qui rencontre le rayon incident en A, le rayon rompu en K & la perpendiculaire GD à la ſurface EL, en D. Je dis que le rectangle GK×DA eſt au rectangle GA×DK :: le ſinus d'incidence eſt au ſinus de réfraction. Car DA : GA :: *ſin* DGA : *ſin.* ADG, & GK : DK :: *ſin.* GDK : *ſin.* DGK ; & puiſque *ſin.* GDA = *ſin.* GDK, on aura en multipliant ces deux proportions, DA×GK : GA×DK :: *ſin.* DGA d'incidence : *ſin.* DGK de réfraction, & en ſuppoſant cette raiſon :: *i* : *r*, on aura *i*. GA×DK = *r*. DA×GK. Fig. 602.

§ II.

Problême.

Soit le rayon de lumière AG, *qui tombe ſur une ſurface ſphérique* GL, *dont le centre eſt* D, *& qui ſe rompe en* GK. *On demande le concours* K *du rayon rompu avec l'axe* ALD *de la ſphère, en ſuppoſant l'arc* GL *aſſez petit ?* Fig. 603.

Du point d'incidence G, abaiſſez GE perpendiculaire à l'axe AD, & menez le rayon GD de la ſphère. Vous aurez (*Eucl. l.* 2.) $AG^2 = AD^2 + DG^2 - 2AD \times DE = AD^2 + DL^2 - 2AD \times \overline{DL - LE} : \overline{AD - DL}^2 + 2AD \times LE : AL^2 + 2AD \times LE$. Donc $AG = \sqrt{AL^2 + 2AD \times LE} =$ (parce que LE eſt très-petit) $AL + \frac{AD \times LE}{AL}$, à très peu près.

De même $KG^2 - KD^2 + DG^2 + 2KD \times DE = KD^2 + DL^2 + 2KD \times \overline{DL - LE} = \overline{KD + DL}^2 - 2KD \times LE$. Donc $KG = \sqrt{KL^2 - 2KD \times LE} = KL - \frac{KD \times LE}{KL}$:

Or (§. 1.) $i \times GA \times DK = r \times DA \times GK$. Donc, en ſubſtituant pour GA & GK les valeurs qu'on vient de trouver, on aura $i \times KD\left(AL + \frac{AD \times LE}{AL}\right) = r \times DA\left(KL - \frac{KD \times LE}{KL}\right)$.

Soit maintenant $LA = A$, $LK = K$, le demi-diamètre de la ſphére $DL = a$, & par conſéquent $AD = A + a$, & $DK = K - a$. Nous aurons $rK \times \overline{A + a} - iA \times \overline{K - a} = \overline{A + a} \times \overline{K - a} \times LE\left(\frac{i}{A} + \frac{r}{K}\right)$, ou $iAK - iAa - rK(A + a)$ $= -(A + a)(K - a)LE\left(\frac{i}{A} + \frac{r}{K}\right)$, & par la diviſion,

$$K = \frac{iAa}{(i - r)A - ra} - \frac{(A + a)(K - a)LE}{(i - r)A - ra} \times \left(\frac{i}{A} + \frac{r}{K}\right).$$

Si le rayon incident AG tombe ſur un point G fort proche de l'axe, le ſinus verſe LE diſparoît, & par conſéquent auſſi le ſecond terme de cette équation. Donc on aura dans ce cas, $K = \frac{iAa}{(i - r)A - ra}$. De ſorte que l'aberration KB du rayon rompu GK ſera $= \frac{(A + a)(K - a)LE}{(i - r)A - ra}\left(\frac{i}{A} + \frac{r}{K}\right)$ contre la direction des rayons de lumière; mais comme cette aberration eſt fort petite, $\frac{iAa}{(i - r)A - ra}$ ſera la valeur très-approchée de la diſtance focale $LK\ (= K)$, & ainſi on pourra la ſubſtituer au lieu de K ſans erreur ſenſible. Soit donc $LB = B$, nous aurons $LK\ (= K) = B - \frac{(A + a)(B - a)LE}{(i - r)A - ra} \times \left(\frac{i}{A} + \frac{r}{K}\right)$ à fort peu près.

Soit $LG = L$, moitié de la ſurface réfringente; on aura, en prenant LG pour la corde de l'arc LG, le ſinus verſe $LE = \frac{L^2}{2a}$, & en ſubſtituant dans la valeur de K, celle de LE, celle de $B = \frac{iAa}{(i - r)A - ra}$, ou de $B - a = \frac{ra(A + a)}{(i - r)A - ra}$, celle de $i - r\,A - ra = \frac{iAa}{B}$, & enfin celle de $\frac{A + a}{Aa} = \frac{1}{A} + \frac{1}{a}$,

nous aurons $LK = K = B - \frac{r(i-r)B^2L^2}{2i^3}\left(\frac{1}{A} + \frac{1}{a}\right)^2 \times \left(\frac{i+r}{A} + \frac{r}{a}\right)$, équation qui nous ſera utile dans la ſuite.

§. III.

Remarques.

Les ſignes + & — dans cette équation, ne conviennent qu'au cas exprimé par la figure, dans laquelle le rayon étant divergent de l'axe, eſt ſuppoſé tomber ſur une ſurface convexe & devenir convergent vers l'axe après la réfraction. Dans les autres cas, on change le ſigne du demi-diamètre *a* de la ſphére, ſi le rayon de lumière tombe ſur une ſurface concave, & le ſigne de A ($= LA$) ſi le rayon incident eſt convergent vers l'axe. Si enſuite la valeur de la diſtance B ($= LB$), ſe trouve poſitive, il faut la prendre depuis le ſommet L de la ſurface, ſelon la direction du cours des rayons. Si elle eſt négative, on la prendra contre cette direction; mais ſi l'aberration KB devient poſitive, on la prendra depuis le point B contre la direction des rayons, & au contraire ſi elle eſt négative. Si les rayons incidens ſont paralleles à l'axe, il faut faire $A = \infty$; & ſi B eſt infinie, les rayons rompus ſeront paralleles à l'axe.

§. IV.

Théorême.

Si deux rayons de lumière AG, HG forment enſemble un angle très-petit AGH, & tombent preſque perpendiculairement ſur une ſurface réfringente quelconque LG au même point G, que le premier AG ſe rompe ſelon GK, & le ſecond HG ſelon GB & rencontrent l'axe aux points A, H, K, B, je dis que $BK : AH :: r \times LB^2 : i \times LA^2$. Fig. 60.

Car ces angles étant fort petits, ſont à fort peu près proportionnels à leurs ſinus, & les angles d'incidence & de réfraction dans ces petites réfractions, ainſi que leurs différences, ſeront à fort peu près en même raiſon que leurs ſinus d'incidence & de réfraction. Donc la différence AGH des angles d'incidence,

eſt à la différence B G K des angles de réfraction :: i; r. Donc ſi du ſommet G de ces deux angles, on décrit les arcs H E, F K, on aura H G E ($=\frac{HE}{GH}$) : F G K ($=\frac{FK}{GK}$) :: i : r. Donc en multipliant le 1er. & le 3e. termes par G H, le 2e. & le 4e. par G K, on aura H E : F K :: $i \times GH$: $r \times GK$; mais A H $= \frac{GH \times HE}{GL}$, & B K $= \frac{GK \times KF}{GL}$. Donc en ſubſtituant pour H E & F K leurs proportionnelles $i \times GH$ & $r \times GK$, on aura A H : B K :: $i \times GH^2$: $r \times GK^2$ à fort peu près, ou :: $i \times LA^2$: $r \times LB^2$.

§. V.

Problême.

Fig. 605. *La figure d'une lentille réfringente étant donnée, & dans ſon axe la diſtance du foyer des rayons incidents, trouver le point de concours de l'axe avec un rayon rompu quelconque ?*

Soit L le lieu de la lentille, A L B ſon axe, G L = L, la diſtance du point d'incidence à l'axe, a le rayon de la convexité de la première ſurface, b celui de la convexité de la 2e ſurface d'où les rayons ſortent, A G un rayon incident quelconque & G K le rayon rompu. Soit dans l'axe A B C de la lentille, la diſtance L A = A du foyer des rayons incidens, L B = B celle du foyer géométrique conjugué au foyer A, & L C = C la diſtance du foyer géométrique C conjugué au foyer B de la 2e ſurface & au foyer A de la première. Soit enfin la diſtance L K = K du point K de concours du rayon rompu avec l'axe.

Suppoſons que le rayon A G étant rompu par la première ſurface, tende vers D, & que du point B, qui eſt le foyer conjugué du foyer A de la lentille, (c'eſt-à-dire, le foyer des rayons les plus proches de l'axe) le rayon B G tombe ſur la ſeconde ſurface, & qu'il s'en écarte vers le point E de l'axe. On aura les aberrations C E & C D, par le § 2, & par conſéquent leur ſomme D E. Mais (§. 4.) D E : B K :: r. L C^2 : s. L B^2, puiſque L B eſt ici la diſtance du foyer du rayon incident & L C celle de ſon rayon rompu. Donc

$BK = \frac{i \times LB^2}{r \times LC^2} \times DE = \frac{i \times B^2}{r \times C^2} \times DE$. Mais (§. 2.) $CD = \frac{r(i-r)C^2L^2}{2i^2} \times \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{A}\right)^2 \times \left(\frac{r}{a} + \frac{i+r}{A}\right)$ & $CE = \frac{r(i-r)C^2L^2}{2i^2} \times \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{B}\right)^2 \times \left(\frac{r}{b} + \frac{i+r}{B}\right)$, dont la ſomme $DE \times \frac{iB^2}{rC^2} = BK =$, par conſéquent $\frac{(i-r)B^2L^2}{2i^2}\left(\left(\frac{1}{A} + \frac{1}{a}\right)^2 \times \left(\frac{r}{a} + \frac{i+r}{A}\right) + \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{B}\right)^2 \times \left(\frac{r}{b} + \frac{i+r}{B}\right)\right) =$ en achevant les quarrés & les multiplications,

$$\frac{(i-r)B^2L^2}{2i^2}\left\{\begin{array}{l} \frac{r}{a^2} + \frac{i+3r}{Aa^2} + \frac{2i+3r}{A^2a} + \frac{i+r}{A^2} \\ + \frac{r}{b^2} + \frac{i+3r}{Bb^2} + \frac{2i+3r}{B^2b} + \frac{i+r}{B^2} \end{array}\right\} \& LK = B \text{ — cette ſomme.}$$

Or puiſque le point C eſt le foyer conjugué du foyer A par rapport à la première ſurface, on aura $LC = \frac{iAa}{(i-r)A - ra}$; par le §. 2., & parce que le même point C eſt le foyer conjugué du point B par rapport à la ſeconde ſurface, on aura $LC = \frac{-iBb}{(i-r)B - rb}$, parce que B & b ſont négatifs. Donc $\frac{iAa}{(i-r)A - ra} = -\frac{iBb}{(i-r)B - rb}$. Donc $B = \frac{rAab}{(i-r)A(a+b) - rab}$, ou parce que $\frac{a+b}{ab} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$, & $B = \frac{1}{\frac{i-r}{r} \times \frac{a+b}{ab} - \frac{1}{A}}$, on aura $\frac{1}{A} + \frac{1}{B} = \frac{i-r}{r} \times \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$. Ayant ainſi la valeur de $LB = B$, on aura la diſtance LK du rayon GK, & ſon aberration BK du foyer B, qui étant négative, doit ſe prendre de B contre la direction des rayons; lorſqu'elle changera de ſigne, on la prendra ſuivant cette direction.

§. VI.

Réduction de l'aberration.

On peut réduire l'expreſſion trouvée de l'aberration à une forme plus utile, en joignant les termes où a & b ont les

mêmes dimenſions. Car ſoit P la diſtance du foyer principal de la lentille $= \frac{1}{\frac{i-r}{r}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)}$, par les démonſtrations de M. *Smith*. Donc $\frac{1}{P} = \frac{i-r}{r} \times \left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right) = \frac{1}{A}+\frac{1}{B}$, & par le moyen de cette équation,

1°. En cubant $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{r}{(i-r)P}$, on aura $\frac{1}{a^3}+\frac{1}{b^3} = \frac{r^3}{(i-r)^3P^3} - \frac{3(a+b)}{a^2b^2} = \frac{r}{(i-r)P}\left(\frac{r^2}{(i-r)^2P^2} - \frac{3(a+b)}{a^2b^2} \times \frac{(i-r)P}{r}\right) = \frac{r}{(i-r)P}\left(\frac{r^2}{(i-r)^2P^2} - \frac{3r}{(i-r)P(a+b)}\right)$ parce que $\frac{i-r}{r} = \frac{1}{P\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)} = \frac{1}{P} \times \frac{ab}{a+b}$, & $(a+b)\times(i-r)P = abr$.

2°. En prenant le quarré de $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{r}{(i-r)P}$, & le multipliant par $\frac{1}{A}+\frac{1}{B}=\frac{1}{P}$, nous avons $\frac{1}{Aa^2}+\frac{1}{Bb^2} = \frac{r}{(i-r)P^2} - \frac{2(i-r)}{abr} - \frac{(i-r)P}{r} \times \left(\frac{1}{Ab^2}+\frac{1}{Ba^2}\right) - \frac{r}{(i-r)P}\left(\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)\times\left(\frac{1}{A}+\frac{1}{B}\right) - \frac{2}{abP\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)} - \frac{1}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}} \times \left(\frac{1}{Ab^2}+\frac{1}{Ba^2}\right)\right) = \frac{r}{(i-r)P}\left(\frac{1}{Aa}+\frac{1}{Bb}\right.$ $\left. + \frac{1}{Ba}+\frac{1}{Ab} - \frac{1}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}} \times \frac{2}{abP}+\frac{1}{Ab^2}+\frac{1}{Ba^2}\right) = \frac{r}{(i-r)P}\left(\frac{1}{Aa}+\frac{1}{Bb}\right.$ $\left. - \frac{1}{P(a+b)}\right)$ parce que $\frac{1}{P} = \frac{1}{A}+\frac{1}{B}$, ou $\frac{P}{A}+\frac{P}{B} = 1$. Donc $\frac{P}{B} + \frac{Pb}{Ba} + \frac{Pa}{Ab} + \frac{P}{A} - \frac{Pa}{Ab} - \frac{Pb}{Ba} = 1$. Donc $\frac{1}{Ba}+\frac{1}{Ab} - \frac{ab}{a+b}\left(\frac{2}{abP}\right.$ $\left. + \frac{1}{Ab^2}+\frac{1}{Ba^2}\right) = -\frac{1}{P(a+b)}$.

3°. En prenant le quarré de $\frac{1}{A}+\frac{1}{B} = \frac{i-r}{r}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$, & multipliant

tipliant les deux quarrés par $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$, on aura $\frac{1}{A^2a}+\frac{1}{B^2b}=$

$\frac{(i-r)^2}{r^2}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)^2-\frac{2\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)}{AB}-\frac{1}{A^2b}-\frac{1}{aB^2}=\frac{r}{(i-r)P}$

$\left(\left(\frac{1}{A}+\frac{1}{B}\right)^2-\frac{2}{AB}-\frac{i-r}{r}P\left(\frac{1}{A^2b}+\frac{1}{aB^2}\right)\right)=\frac{r}{(i-r)P}\times$

$\left(\left(\frac{1}{A}+\frac{1}{B}\right)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)\frac{i-r}{r}-\frac{i-r}{r}P\overline{\frac{1}{A^2b}+\frac{1}{aB^2}}-\frac{2}{AB}\right)=\frac{r}{(i-r)P}$

$\left(\left(\frac{1}{Aa}+\frac{1}{Bb}\right)\frac{i-r}{r}+\frac{i-r}{r}\left(\frac{1}{Ba}+\frac{1}{Ab}-P\times\overline{\frac{1}{A^2b}+\frac{1}{B^2a}}\right)-\frac{2}{AB}\right)=$

(comme l'Auteur l'a trouvé) $\frac{r}{(i-r)P}\times\left(\frac{1}{Aa}+\frac{1}{Bb}-\frac{1}{P(A+B)}\right)$.

Car en ſubſtituant à $\frac{i-r}{r}$ ſa valeur $\frac{\frac{1}{A}+\frac{1}{B}}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}$, & à P ſa valeur $\frac{1}{A}+\frac{1}{B}$, & multipliant tous les termes par A^2B^2ab, on trouve $\frac{i-r}{r}\left(\frac{1}{Ba}+\frac{1}{Ab}-P\left(\frac{1}{A^2b}+\frac{1}{B^2a}\right)-\frac{2}{AB}\right)=-\frac{1}{P(A+B)}$.

4°. En prenant le cube de $\frac{1}{A}+\frac{1}{B}=\frac{i-r}{r}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$ on aura

$\frac{1}{A^3}+\frac{1}{B^3}=\frac{(i-r)^3}{r^3}\times\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)^3-3\left(\frac{1}{A^2B}+\frac{1}{AB^2}\right)=\frac{r}{(i-r)P}$

$\left(\frac{(i-r)^3}{r^3}\times\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)^3-3\frac{(i-r)P}{r}\left(\frac{1}{A^2B}+\frac{1}{AB^2}\right)\right)=\frac{r}{(i-r)P}$

$\left(\frac{i-r}{rP^2}-3\frac{i-r}{r}P\left(\frac{1}{A^2B}+\frac{1}{AB^2}\right)\right)=\frac{r}{(i-r)P}\left(\frac{i-r}{rP^2}-3\frac{i-r}{rP(A+B)}\right)$.

parce que $\frac{1}{A}+\frac{1}{B}=\frac{1}{P}$, ou $\frac{\overline{A+B}^2}{(AB)^2}=\frac{1}{P^2}$.

Nous avons donc ces quatre réductions.

$\frac{1}{a^3}+\frac{1}{b^3}=\frac{r}{(i-r)P}\left(\frac{r^2}{(i-r)^2P^2}-\frac{3r}{(i-r)P\times\overline{a+b}}\right)$.

$\frac{1}{Aa^2}+\frac{1}{Bb^2}=\frac{r}{(i-r)P}\left(\frac{1}{Aa}+\frac{1}{Bb}-\frac{1}{P.\overline{a+b}}\right)$.

$\frac{1}{A^2a} + \frac{1}{B^2b} = \frac{r}{(i-r)P}\left(\frac{i-r}{r} \times \frac{1}{Aa} + \frac{1}{Bb} - \frac{3}{P(A+B)}\right)$.

$\frac{1}{A^3} + \frac{1}{B^3} = \frac{r}{(i-r)P}\left(\frac{i-r}{r} - \frac{3(i-r)}{rP(A+B)}\right)$

Ces quatre valeurs étant substituées dans celle de LK (§. V.) donnent $LK = B - \frac{B^2L^2r}{2i^2P}\left(\frac{r^2}{(i-r)^2P^2} - \frac{3r^2}{(i-r)P(a+b)} + (i+3r)\left(\frac{1}{Aa} + \frac{1}{Bb} - \frac{1}{P(a+b)}\right) + \frac{2i+3r}{r} \times (i-r)\left(\frac{1}{Aa} + \frac{1}{Bb} - \frac{2i+3r}{P(A+B)}\right) + \frac{i^2-r^2}{rP^2} - \frac{3(i^2-r^2)}{rP(A+B)}\right) = B - \frac{B^2L^2r}{2i^2P} \times \left(\frac{r^2}{(i-r)^2P^2} - \frac{i(i+2r)}{(i-r)P(a+b)} + \frac{2i(i+r)}{r}\left(\frac{1}{Aa} + \frac{1}{Bb}\right) - \frac{i(2r+3i)}{rP(A+B)} + \frac{i^2-r^2}{rP^2}\right)$, & joignant les deux extrêmes, $= B - \frac{B^2L^2r}{2i^2P}\left(\frac{i^4-2i^3r+2ir^3}{(i-r)^2r^2P^2} - \frac{i(2r+i)}{(i-r)P(a+b)} + \frac{2i(i+r)}{r} \times \left(\frac{1}{Aa} + \frac{1}{Bb}\right) - \frac{i(2r+3i)}{rP(A+B)}\right) = B - \frac{B^2L^2}{2iP^2}\left(\frac{i^3-2i^2r+2r^2}{(i-r)^2P} - \frac{2(i+r)}{A+B}\left(\frac{A}{b} + \frac{B}{a}\right) - \frac{r(i+2r)}{(i-r)(a+b)}\right)$, ou, $B - \frac{B^2L^2}{2iP^2} \times \left(\frac{i^3}{(i-r)^2P} - \frac{3i+2r}{A+B} - \frac{2(i+r)}{A+B}\left(\frac{A}{a} + \frac{B}{b}\right) - \frac{r(i+2r)}{(i-r)(a+b)}\right)$ comme l'Auteur l'a trouvé.

§. VII.

Problême.

Trouver les deux rayons des convexités d'une lentille dont l'aberration de sphéricité soit la moindre, la distance du foyer d'incidence & celle du foyer de réfraction étant données?

La différentielle de l'aberration trouvée, étant égalée à zero, en ne faisant varier que les deux rayons a & b des convexités, devient $\frac{2(i+r)}{A+B}\left(\frac{Ada}{a^2} + \frac{Bdb}{b^2}\right) + \frac{r(i+2r)}{(i-r)} \times \frac{da+db}{(a+b)^2} = 0$, ou,

$\frac{i+2r}{(i-r)P} \times \frac{da+db}{(a+b)^2} - \frac{2(i+r)}{r}\left(\frac{da}{Aa^2}+\frac{db}{Bb^2}\right) = 0$. Mais la différentielle de l'équation $\frac{1}{a}+\frac{1}{b} = \frac{r}{(i-r)P}$, donne $\frac{da}{a^2}+\frac{db}{b^2} = 0$, ou $da = -\frac{a^2 db}{b^2}$. Donc en substituant cette valeur, on aura $\frac{i+2r}{(i-r)P} \times \frac{b-a}{a+b} - \frac{2(i+r)}{r}\left(\frac{1}{B}-\frac{1}{A}\right) = 0$, ou, $\frac{b-a}{a+b} = \frac{2(i+r)(i-r)}{r(2r+i)} \times \frac{A-B}{A+B}$. Ce qui donne $\frac{a}{b} = \frac{(4r^2+ri-2i^2)A+i(2i+r)B}{(4r^2+ri-2i^2)B+i(2i+r)A}$. Mais l'équation $\frac{1}{a}+\frac{1}{b} = \frac{r}{(i-r)P}$, donne $\frac{a}{b} = \frac{ar(A+B)-AB(i-r)}{AB(i-r)}$. Donc en égalant ces deux valeurs de $\frac{a}{b}$, on aura les rayons des deux convexités,

$$a = \frac{2(i-r)(i+2r)AB}{i(2i+r)A+(4r^2+ri-2i^2)B}, \& b = \frac{2(i-r)(i+2r)AB}{i(2i+r)B+(4r^2+ri-2i^2)A}$$

ou $\frac{1}{a} = \frac{i(2i+r)}{2(i-r)(i+2r)} \times \frac{1}{B} + \frac{4r^2+ri-2i^2}{2(i-r)(i+2r)} \times \frac{1}{A}$, & $\frac{1}{b} = \frac{i(2i+r)}{2(i-r)(i+2r)} \times \frac{1}{A} + \frac{4r^2+ri-2i^2}{2(i-r)(i+2r)} \times \frac{1}{B}$.

Soit $h = \frac{i(2i+r)}{2(i-r)(i+2r)}$ & $K = \frac{4r^2+ri-2i^2}{2(i-r)(i+2r)}$. On aura $\frac{1}{a} = \frac{h}{B}+\frac{K}{A}$, & $\frac{1}{b} = \frac{h}{A}+\frac{K}{B}$; $\frac{1}{a}+\frac{1}{b} = \frac{h+K}{P}$ & $\frac{1}{ab} = \frac{h^2+K^2}{AB}+hK\left(\frac{1}{A^2}+\frac{1}{B^2}\right)$. Mais $\frac{1}{P^2} = \frac{1}{A^2}+\frac{2}{AB}+\frac{1}{B^2}$. Donc $\frac{1}{ab} = \frac{\overline{h-K}^2}{AB} + \frac{hK}{P^2}$. Mais l'équation $\frac{1}{a}+\frac{1}{b} = \frac{i(2i+r)}{2(i-r)(i+2r)}\left(\frac{1}{A}+\frac{1}{B}\right)+\frac{4r^2+ri-2i^2}{2(i-r)(i+2r)} \times \left(\frac{1}{A}+\frac{1}{B}\right) = \frac{h+K}{P}$ donne $\frac{a+b}{ab} = \frac{h+K}{P}$, ou $\frac{1}{a+b} = \frac{P}{(h+K)ab} = \frac{P}{h+K}\left(\frac{\overline{h-K}^2}{AB}+\frac{hK}{P^2}\right)$. En substituant ces valeurs dans l'expression générale de l'aberration (§. VI.) $\frac{B^2L^2}{2iP^2}\left(\frac{i^3}{(i-r)^2P}\right.$

$-\frac{3i+2r}{A+B} - 2\frac{i+r}{A+B} \times \left(\frac{A}{a} + \frac{B}{b}\right) - \frac{r(i+2r)}{(i-r)(a+b)}\Big)$ on aura la moindre aberration $= \frac{B^2L^2}{2iP^2}\left(\frac{i^3}{(i-r)^2P} - \frac{3i+2r}{A+B} - 2\frac{i+r}{A+B}\right.$ $\left.(2K + h \times \frac{A}{B} + \frac{B}{A}) - Pr \times \frac{i+2r}{(i-r)(h+K)}\left(\frac{h-K^2}{AB} + \frac{hK}{P^2}\right)\right)$. Mais $h + K = \frac{r}{i-r}$, & $h - K = 2\frac{i+r}{i+2r}$. Donc la moindre aberration eſt $= \frac{B^2L^2}{2i.P^2}\left(\frac{i^3}{(i-r)^2P} - \frac{3i+2r}{A+B} - \frac{2(i+r)}{A+B}\right.$ $\left.(2K + h \times \frac{AA+BB}{AB}) - P\ (i+2r)\ (4\frac{(i+r)^2}{(i+2r)^2} + \frac{hK}{P^2})\right) = \frac{B^2L^2}{2i(i+2r)P^2}$ $\left(\frac{i^3(i+2r)}{(i-r)^2P} - \frac{(3i+2r)(i+2r)}{A+B} - 2\frac{i+r}{A+B} \times \left(\frac{4r^2+ri-2i^2}{i-r} + \right.\right.$ $\left.\left.\frac{i(2i+r)}{2(i-r)} \times \frac{A^2+B^2}{AB}\right) - P\left(4(i+r)^2 + \frac{i(2i+r)(4r^2+ri-2i^2)}{4(i-r)^2P^2}\right)$ que l'Auteur réduit à une expreſſion fort ſimple $\frac{i.B^2L^2}{2(i+2r)P^3}\left(\frac{P}{A+B}\right.$ $\left.+\frac{r(4i-r)}{4(i-r)^2}\right)$. On peut la vérifier, en faiſant $i = 3$, $r = 2$, $A = B = 1$; on la trouvera très-exacte; & la 2e. différence étant poſitive, lorſque $A > B$, on eſt aſſuré que cette expreſſion donne la moindre aberration dans les lunettes.

§. VIII.

Pour rapporter toutes les aberrations à celle-ci, nous ferons avec l'Auteur $\frac{1}{a} = \frac{h}{B} + \frac{K}{A} + \frac{x}{P}$ & $\frac{1}{b} = \frac{h}{A} + \frac{K}{B} - \frac{x}{P}$ pour toutes les lentilles. Le nombre variable x, qui exprime le rapport d'une lentille quelconque à celle de la moindre aberration, exprime auſſi avec beaucoup de ſimplicité le rapport de chaque aberration à la moindre de toutes.

Le produit $\frac{1}{ab}$ de ces deux expreſſions eſt $= \frac{K^2+h^2}{AB} + h\left(\frac{1}{A^2} + \frac{1}{B^2}\right) - \frac{xx}{P^2}$, tous les autres termes affectés de x ſimple

diſparoiſſant, & $\frac{1}{a+b} = \frac{P}{h+K}\left(\frac{h-K^2}{AB} + \frac{Kh-xx}{P^2}\right)$. Subſtituant ces valeurs dans la formule générale, elle deviendra $\frac{i\ B^2L^2}{2(i+2r)P^3}\left(\frac{P}{A+B} + \frac{(i-r)r}{4(i-r)^2} + \frac{(i+2r)^2}{i^2}x^2\right)$.

§. IX.

Puiſque chaque aberration $\frac{i.B^2L^2}{2(i+2r)P^3}\left(\frac{P}{A+B} + \frac{(4i-r)r}{4(i-r)^2} + \frac{(i+2r)^2}{i^2}x^2\right)$ eſt à la moindre de toutes $\frac{i.B^2L^2}{2(i+2r)P^3}\left(\frac{P}{A+B} + \frac{(4i-r)r}{4(i-r)^2}\right)$ en plus grande raiſon que celle d'égalité, nous pouvons la ſuppoſer comme $1 + m^2$ à 1, en prenant m pour un nombre quelconque, & nous aurons $x = \pm\frac{mi}{i+2r}\sqrt{\frac{P}{A+B} + \frac{(4i-r)r}{4(i-r)^2}}$. Ce nombre x ſe nommera l'expoſant de la lentille, & pour abréger on fera $f = \frac{(4i-r)r}{4(i-r)^2}$, & $g = \frac{i+2r}{i}$ en ſorte que l'aberration ſera $\frac{B^2L^2}{2gP^3}\left(\frac{P}{A+B} + f + g^2x^2\right)$.

§. X.

Soit un nombre quelconque de lentilles P, $\acute{P}$, $\acute{\acute{P}}$, $\acute{\acute{\acute{P}}}$, &c. dans la droite AO, qui eſt leur axe commun, & dont les foyers conjugués ſoient A & $\acute{A}$ de la 1re., $\acute{A}$ & $\acute{\acute{A}}$ de la 2e., $\acute{\acute{A}}$ & $\acute{\acute{\acute{A}}}$ de la 3e., $\acute{\acute{\acute{A}}}$ & $^{IV}\acute{A}$ de la 4e., &c. Fig. 606.

Le rayon de lumière venant du point A, ſe rompt dans toutes ces lentilles aux points L, $\acute{L}$, $\acute{\acute{L}}$, $\acute{\acute{\acute{L}}}$, &c. en ſuivant le cours A L $\acute{L}$ $\acute{\acute{L}}$ $\acute{\acute{\acute{L}}}$, &c., & après chaque réfraction, il rencontre l'axe A O en B, $\acute{B}$, $\acute{\acute{B}}$, $\acute{\acute{\acute{B}}}$, &c., en s'écartant des foyers $\acute{A}$, $\acute{\acute{A}}$, $\acute{\acute{\acute{A}}}$, $^{IV}\acute{A}$, &c. des quantités $\acute{A}\acute{B}$, $\acute{\acute{A}}\acute{B}$, $\acute{\acute{A}}\acute{\acute{B}}$, $\acute{\acute{\acute{A}}}\acute{\acute{B}}$, &c. On demande l'expreſſion de ces aberrations.

Soient les distances des foyers principaux de ces lentilles, $P, \acute{P}, \ddot{P}, \dddot{P}$, &c. & les exposants respectifs $x, \acute{x}, \ddot{x}, \dddot{x}$, &c. Les distances des foyers conjugués soient respectivement, pour la 1re. lentille $PA = A$, $P\acute{A} = B$; pour la 2e. $\acute{P}\acute{A} = \acute{A}$, $\acute{P}\ddot{A} = \acute{B}$; pour la 3e. $\ddot{P}\ddot{A} = \ddot{A}$, $\ddot{P}\dddot{A} = \ddot{B}$; & pour la 4e. $\dddot{P}\dddot{A} = \dddot{A}$, $\dddot{P}^{IV}A = \dddot{B}$, & ainsi de suite. Soit encore $PL = L$ la distance du point d'incidence de la 1re. lentille à l'axe, on aura $\acute{P}\acute{L} = \frac{\acute{A}}{B}L$, $\ddot{P}\ddot{L} = \frac{\acute{A}}{B} \times \frac{\ddot{A}}{\acute{B}} \times L$, $\dddot{P}\dddot{L} = \frac{\acute{A}}{B} \times \frac{\ddot{A}}{\acute{B}} \times \frac{\dddot{A}}{\ddot{B}} \times L$, &c.

1°. Nous avons vu (§. IX.) que l'aberration $\acute{A}B$ de la 1re. lentille, est $\frac{B^3 L^2}{2g.P^2}\left(\frac{P}{A+B} + f + g^2x^2\right)$, en faisant $f = \frac{(4i+r)r}{4(i-r)^2}$ & $g = \frac{i+2r}{i}$.

2°. Imaginons que du foyer $\ddot{A}$ de la seconde lentille, conjugué au foyer $\acute{A}$, il tombe sur cette lentille un rayon $\ddot{A}\acute{L}$, qui étant rompu en $\acute{L}C$, rencontre l'axe en C; l'aberration $\acute{A}C$ sera $= \frac{\acute{A}^4 L^2}{2\acute{g}.B^3.\acute{P}^2}\left(\frac{\acute{P}}{\acute{A}+\acute{B}} + \acute{f} + \acute{g}^2\acute{x}^2\right)$ en écrivant $\frac{\acute{A}}{B} \times L$ à la place de L, $\acute{A}$ à la place de B, $\acute{B}$ au lieu de A, $\acute{P}$ au lieu de P, $\acute{f}$ & $\acute{g}$ à la place de f & g, supposé que les deux lentilles ne soient pas de la même espéce de verre. Cette aberration $\acute{A}C$ ajoutée à celle $\acute{A}B$ de la première lentille, donnera la somme BC. Mais BC est à $\acute{B}\ddot{A}$, comme $\acute{P}\acute{A}^4$ est à $\acute{P}\ddot{A}^4$, ou :: $\acute{A}^4 : \acute{B}^4$, c'est-à-dire, que les quantités d'aberrations par rapport aux foyers conjugués sont entr'elles, comme les quarrés des distances de ces foyers à la

lentille, ce qui ſe prouve aiſément. Donc l'aberration $\acute{A}\acute{B}$, produite par la réfraction des deux premières lentilles, eſt $= \frac{\acute{B}^3}{\acute{A}^3} \times BC = \frac{\acute{B}^3 L^3}{2} \times \left(\frac{B^3}{\acute{A}^3 . P^3 g} \left(\frac{P}{A+B} + f + g^3 x^3 \right) + \frac{\acute{A}^3}{B^3 . \acute{P}^3 g} \left(\frac{\acute{P}}{\acute{A}+\acute{B}} + \acute{f} + \acute{g}^3 \acute{x}^3 \right) \right)$.

3°. Imaginons de même, que du foyer $\ddot{A}$ de la 3e. lentille $\ddot{P}$, un rayon de lumière $\ddot{A}\ddot{L}$ tombe ſur cette lentille, & qu'après la réfraction, il rencontre l'axe en C & s'écarte du foyer extérieur $\ddot{A}$ de la quantité $\ddot{A}\dot{C}$, qui par le § IX, eſt $= \frac{\acute{A}^3 . \ddot{A}^3 . L^3}{2\ddot{g} . B^3 \acute{B}^3 . \ddot{P}^3} \left(\frac{\ddot{P}}{\ddot{A}+\ddot{B}} + \ddot{f}^3 + \ddot{g}^3 \ddot{x}^3 \right)$; cette aberration jointe à celle qu'on vient de trouver pour les deux ptemières lentilles, $\ddot{A}\acute{B}$, donne la ſomme $\ddot{A}\acute{B} + \ddot{A}\dot{C} = \acute{B}\dot{C}$. Faites enſuite, $\ddot{A}^3 : \ddot{B}^3 ::$ cette ſomme $\acute{B}\dot{C}$: à l'aberration $A\ddot{B}$ des trois premières lentilles, qui ſera $= \frac{\ddot{B}^3 . L}{2} \times \left(\frac{B^3 . \acute{B}^3}{A^3 . \acute{A}^3 g . P^3} \left(\frac{P}{A+B} + f + g^3 x^3 \right) \frac{+\acute{B}^3 \acute{A}^3}{B^3 \ddot{A}^3 g \acute{P}^3} \left(\frac{\acute{P}}{\acute{A}+\acute{B}} + \acute{f} + \acute{g}^3 \acute{x}^3 \right) + \frac{\acute{A}^3 . \ddot{A}^3}{\acute{B}^3 . B^3 \ddot{g} \ddot{P}^3} \left(\frac{\ddot{P}}{\ddot{A}+\ddot{B}} + \ddot{f} + \ddot{g}^3 \ddot{x}^3 \right) \right)$.

4°. On trouvera de même l'aberration $\overset{IV}{A}\ddot{\ddot{B}}$ après la réfraction par quatre lentilles $= \frac{\ddot{\ddot{B}}^3 L^3}{2} \left(\frac{B^3 . \acute{B}^3 . \ddot{\ddot{B}}^3}{\ddot{A}^3 . \ddot{A}^3 . \acute{A}^3 . g P^3} \left(\frac{P}{A+B} + f + g^3 x^3 \right) + \frac{\acute{B}^3 . \ddot{\ddot{B}}^3 . \acute{A}^3}{B^3 . \ddot{A}^3 . \ddot{A}^3 . g \acute{P}^3} \left(\frac{\acute{P}}{\acute{A}+\acute{B}} + \acute{f} + \acute{g}^3 \acute{x}^3 \right) + \frac{\ddot{\ddot{B}}^3 . A^3 . \ddot{A}^3}{\ddot{B}^3 . B^3 . \ddot{A}^3 . \ddot{g} . \ddot{P}^3} \left(\frac{\ddot{P}}{\ddot{A}+\ddot{B}} + \ddot{f} + \ddot{g}^3 \ddot{x}^3 \right) + \frac{\acute{A}^3 . \ddot{A}^3 . \ddot{\ddot{A}}^3}{\ddot{B}^3 . \acute{B}^3 . B^3 . \ddot{\ddot{g}} . \ddot{P}^3} \left(\frac{\ddot{\ddot{P}}}{\ddot{\ddot{A}}+\ddot{\ddot{B}}} + \ddot{\ddot{f}} + \ddot{\ddot{g}}^3 \ddot{\ddot{x}}^3 \right) \right)$, & ainſi de ſuite pour un plus grand nombre de lentilles.

Dans ces calculs, on ſuppoſe toutes les lentilles convexes, & que les foyers des rayons incidents ſont en devant de leurs lentilles & ceux des rayons rompus derrière les lentilles, comme dans la figure; dans les autres cas, on change les ſignes.

§. XI.

Problême.

Les poſitions & les diſtances des foyers d'un nombre quelconque de lentilles étant données, trouver les rayons de leurs convexités, tels que les rayons de lumière ſe réuniſſent, par la réfraction, dans le dernier foyer, ſans aberration, s'il eſt poſſible ?

Egalez à zero l'aberration qui convient au nombre donné des lentilles (§. X.) Vous aurez une équation qui donnera le rapport des expoſans x, x', x'', x''' &c. de chaque lentille; & comme cette rélation eſt toute compriſe dans une ſeule équation, il y aura lieu d'en choiſir quelques-uns arbitrairement, ſelon qu'il conviendra à l'ouverture des lentilles ou à d'autres circonſtances. Il faut ſur-tout rejetter les expoſans imaginaires. Ayant ainſi déterminé x, x', x'', x''', &c. on trouvera les rayons des convexités par le §. VIII. a pour le 1ere face, b pour la 2e de la 1ere lentille; A ſera la diſtance du foyer des rayons incidens, B celle du foyer des rayons rompus, & x l'expoſant pour la première lentille, P la diſtance du foyer principal. On aura donc $\frac{1}{a} = \frac{h}{\mathrm{B}} + \frac{\mathrm{K}}{\mathrm{A}} + \frac{x}{\mathrm{P}}$, & $\frac{1}{b} = \frac{h}{\mathrm{A}} + \frac{\mathrm{K}}{\mathrm{B}} - \frac{x}{\mathrm{P}}$, & $h = \frac{i(2i+r)}{2(i-r)(i+2r)}$, & $\mathrm{K} = \frac{4r^2+ri-2i^2}{2(i-r)(i+2r)}$, ce qui donnera les deux rayons a & b des convexités.

Si l'on ne trouve aucune valeur réelle des expoſants, le problême eſt impoſſible.

§. XII.

Exemple I.

On demande une lunette compoſée de deux lentilles, qui ſoit exemte d'aberration, & qui groſſiſſe les objets en raiſon donnée

donnée de n à 1. On fait ici abſtraction des autres qualités d'une bonne lunette.

Soit P l'objectif & $\dot{P}$ l'oculaire. L'aberration de ces deux lentilles égalée à zero, donne (§. 10. n. 2) $\frac{B^3}{\dot{A}^3 . g . P^3} \left(\frac{P}{A+B} + f + g^3 x^3\right) + \frac{\dot{A}^3}{B^3 \dot{g} \dot{P}^3} \left(\frac{\dot{P}}{\dot{A}+\dot{B}} + \dot{f} + \dot{g}^3 \dot{x}^3\right) = 0$, c'eſt-à-dire, Fig. 606.

$$\frac{B^3}{A^3 P^3} g x^3 + \frac{\dot{A}^3}{B^3 . \dot{P}^3} \dot{g} \dot{x}^3 + \frac{B^3}{A^3 g . P^3} \left(\frac{P}{A+B} + f\right) + \frac{\dot{A}^3}{B^3 \dot{g} \dot{P}^3} \left(\frac{\dot{P}}{\dot{A}+\dot{B}} + \dot{f}\right) = 0.$$

Et comme par la conſtruction des lunettes d'approche, les rayons de lumière qui tombent ſur l'objectif, doivent être paralleles à l'axe auſſi bien que ceux qui ſortent de l'oculaire, A ſera infini, & par conſéquent $P\,A = (B =) P$. De même $\dot{P}\,\dot{A}$ $(= \dot{B})$ ſera infini; & par conſéquent $\dot{A}$, ou $\dot{P}\,\dot{A} = \dot{P}$. Donc $\frac{P}{A+B}$ & $\frac{\dot{P}}{\dot{A}+\dot{B}} = 0$; & l'équation, en ſubſtituant P & $\dot{P}$ à B & $\dot{A}$, deviendra $P g x^3 + \dot{P} \dot{g} \dot{x}^3 + \frac{P f}{g} + \frac{\dot{P} \dot{f}}{\dot{g}} = 0$, & lorſque $f = \dot{f}$ & $g = g$, on aura $g^3 (P x^3 + \dot{P} \dot{x}^3) + f (P + \dot{P}) = 0$. C'eſt l'équation des expoſants x & $\dot{x}$. Si P & $\dot{P}$ ont le même ſigne, ou que les lentilles ſoient toutes deux convexes ou toutes deux concaves, on n'aura aucune valeur réelle pour x & $\dot{x}$, & le Problême ſera impoſſible. Soit donc $\dot{P}$ négatif, ou que l'oculaire ſoit concave, en faiſant $\dot{P} = -\frac{1}{n} P$, ſelon les regles de l'Optique, n exprimant l'amplification linéaire & étant un nombre poſitif quelconque. En ſubſtituant cette valeur de $\dot{P}$, nous aurons, $n g x^3 = \dot{g} \dot{x}^3$

$= \frac{f'}{g'} - \frac{nf}{g}$. On peut prendre à volonté celui qu'on voudra de ces deux expoſants, pourvu que $g'x'^2$ ne devienne pas moindre que $\frac{f'}{g'} - \frac{nf}{g}$, ce qui rendroit x imaginaire.

Ayant ainſi choiſi l'un des deux expoſants, l'équation donnera l'autre, & l'on aura les quatre rayons de courbure par les équations $\frac{1}{a} = \frac{h}{P} + \frac{K}{K} + \frac{x}{P} = \frac{h}{P} + \frac{x}{P}$, parce que A eſt infini. Donc $a = \frac{P}{h+x}$, & par la même raiſon $b = \frac{P}{K-x}$ pour les deux convexités de l'objectif. $a' = \frac{P'}{K+x'}$, & $b' = \frac{P'}{h-x'}$, en ſe ſouvenant que $P' = -\frac{P}{h}$. De ſorte que x & x' ayant chacun deux valeurs, on aura quatre ſolutions différentes du Problême.

Si l'on a la figure de l'une des deux lentilles, on déterminera aiſément celle de l'autre. Si, par exemple, l'objectif eſt plan-convexe, & que le côté plan ſoit tourné vers l'œil, le rayon b de la ſeconde convexité $= \frac{P}{K-x}$ ſera infini, & $x = K$. Donc $a = \frac{P}{h+x}$ ſera $= \frac{P}{h+K} = \frac{i-r}{r}P$. A la place de x, écrivez K dans l'équation des expoſants; elle deviendra $ngK^2 - g'x'^2 = \frac{f'}{g'} - \frac{nf}{g}$, ou, $g'x'^2 = ngK^2 + \frac{nf}{g} - \frac{f'}{g'}$, & $x' = \pm \sqrt{\frac{ng}{g'}K^2 + \frac{nf}{gg'} - \frac{f'}{g'^2}}$, ce qui donne deux valeurs aux concavités de l'oculaire.

Exemple numérique.

Soit $r = r' - 1$; $i = 1, 55$; & $i' = 1, 60$; enſorte que l'objectif ſoit de verre & l'oculaire de cryſtal d'Angleterre ou *Flintglaſs*. Nous aurons $f = \frac{(4i+r)r}{4(i-r)^2} = \frac{36}{11}$; $f' = \frac{37}{12}$; $g = \frac{i+2r}{i} = \frac{71}{31}$; $g' = \frac{9}{4}$, $K = \frac{4r^2+ri-2i^2}{2(i-r)(i+2r)} = \frac{745}{3905} = \frac{149}{781}$, $K' = \frac{22201}{609961}$; $\frac{g}{f} = \frac{284}{279}$, $gg' = \frac{639}{124}$, $\frac{f'}{gg'} = \frac{496}{781}$, $g'^2 = \frac{81}{16}$; $\frac{f'}{g'^2} = \frac{148}{243}$.

Suppoſons donc le verre plan-convexe, & $n = 50$; nous aurons $x' = \pm \sqrt{\frac{14,00}{279} \times \frac{22201}{609961} + \frac{24800}{781} - \frac{148}{243}} = \pm 5, 744$.

Soit P, foyer de l'objectif, $= 10$ pouces, le rayon de ſa convexité ſera $= \frac{i-r}{r} P = 5\frac{1}{2}$ pouces, & $P' = -\frac{P}{n}$ ſera $= -\frac{11}{100}$; $h = \frac{i(2i+r)}{2(i-r)(i+2r)} = \frac{1271}{781}$, $K = \frac{149}{781}$; $h - K = \frac{2(r+i)}{i+2r} = \frac{102}{71}$; $h' = \frac{1,6 \times 4,2}{2x0,6 \times 3,6} = \frac{168}{108} = \frac{14}{9}$; $K' = \frac{1}{9}$, on aura donc $a = 5\frac{1}{2}$; $b = \infty$; $a' = \frac{P'}{K'+x'} = \frac{-,99}{1+51,696}$, & $b' = \frac{-,99}{14-51,696}$.

§. XIII.

Exemple II.

On demande les rayons des convexités ou des concavités de deux objectifs contigus, l'un de verre & l'autre de cryſtal, qui réuniſſent ſans aberration dans un ſeul point à la diſtance K, les rayons qui tombent parallélement à l'axe ſur le premier objectif.

Puiſque les rayons ſont paralleles, on aura dans l'équation (§. 10. *n.* 2) pour la rélation des deux expoſants x & x', A infini, & par conſéquent $B = P$; & puiſqu'on ſuppoſe les

lentilles contigues, leur diſtance $B + \acute{A}$ ſera $= o$, ou $\acute{A} = -B = -P$. Outre cela $\frac{1}{\acute{B}} - \frac{1}{P} + \frac{1}{\acute{P}}$, ce qui donne $\acute{B} - P = -\frac{P^2}{P+\acute{P}}$. Donc en ſubſtituant ces valeurs dans l'équation $\frac{B^2}{\acute{A}^2 P^2} g x^2 + \frac{\acute{A}^2}{B^2 \acute{P}^2} \acute{g} \acute{x}^2 + \frac{B^2}{A^2 P^2} \left(\frac{P}{A+B} + f\right) + \frac{\acute{A}^2}{B^2 \acute{P}^2} \times \left(\frac{\acute{P}}{\acute{A}+\acute{B}} + \acute{f}\right) = o$, elle deviendra $\acute{P}^2 g x^2 + P^2 \acute{g} \acute{x}^2 + \acute{P}^2 \frac{f}{g} + P^2 \frac{\acute{f}}{\acute{g}} = o$; & faiſant $\acute{P} = n P$, on aura $n^2 g x^2 + \acute{g} \acute{x}^2 = -n^2 \frac{f}{g} - \frac{\acute{f}}{\acute{g}}$, en faiſant toujours n négatif, afin que le Problême ne ſoit pas impoſſible.

Ayant pris à volonté l'un des deux expoſants, x ou $\acute{x}$, on aura l'autre par cette équation, & les quatre rayons ſeront $a = \frac{P}{h+x}$; $b = \frac{P}{K-x}$; $\acute{a} = \frac{\acute{P}}{(n+1)\acute{h} - n\acute{K} + \acute{x}}$; & $\acute{b} = \frac{\acute{P}}{(n+1)\acute{K} - n\acute{h} - \acute{x}}$, où $\acute{P}$ eſt $= n P$, en ſuppoſant n négatif.

R étant la diſtance du foyer principal des deux lentilles, & $\frac{1}{R} = \frac{1}{P} + \frac{1}{\acute{P}}$, on aura $P = \frac{n+1}{n} R$, & $\acute{P} = \overline{n+1} \times R$. Donc en ſubſtituant ces valeurs dans l'expreſſion des rayons de courbure, on aura $a = \frac{\frac{n+1}{n} R}{h+x}$; $b = \frac{\frac{n+1}{n} R}{K-x}$; $\acute{a} = \frac{(n+1)R}{(n+1)\acute{h} - n\acute{K} + \acute{x}}$, & $\acute{b} = \frac{(n+1)R}{(n+1)\acute{K} - n\acute{h} - \acute{x}}$.

Soit, par exemple, $x = o$, & $n = -\frac{11}{8}$. Nous aurons $\acute{g} \acute{x}^2 = \frac{1331}{512} \cdot \frac{f}{g} - \frac{\acute{f}}{\acute{g}}$ & $\acute{x} = \pm \sqrt{\frac{1331}{512} \cdot \frac{f}{g} - \frac{\acute{f}}{\acute{g}}}$, & ſubſtituant

les nombres $\left(\frac{f}{gg} = \frac{496}{781}\right)$ $\frac{f'}{g'^2} = \frac{148}{243}$, nous aurons $x' = \pm \sqrt{\frac{41261}{24992} - \frac{148}{243}} = \pm \sqrt{\frac{6327607}{6073056}} = \pm 1,02$, ce qui donne $a = \frac{3R}{11b}$, & $b = \frac{3R}{11R}$. Mais nous avons trouvé $K = \frac{349}{781}$ & b étant $= \frac{i(2i+r)}{2(i-r)(i+2r)}$, ſera $= \frac{1271}{781}$. Donc $a = \frac{2343R}{13981}$, & $b = \frac{2343R}{1639}$; $a' = \frac{-27R}{-31\pm73,44}$, $b' = \frac{-27R}{+151\mp73,44}$.

§. XIV.

Exemple III.

On demande une lunette compoſée de trois lentilles, dont les deux premières forment le double objectif & ſont contigues, R étant la diſtance focale de ce double objectif, & où la diſtance focale de l'oculaire ſoit $\frac{R}{m}$, de manière que le nombre m exprime l'amplification linéaire. Suppoſons encore $P' = nP$, le nombre n étant négatif & plus grand que l'unité, ſi la première lentille eſt convexe, moindre que 1, ſi elle eſt concave. On demande les courbures de ces trois lentilles, propres à détruire l'aberration de ſphéricité.

L'aberration des trois lentilles (§. 10, *n.* 3) égalée à zéro, eſt $\frac{B^2 B'^2}{A''^2 . A'^2 g . P^3} \times \left(\frac{P}{A+B} + f + g' x'^2\right) + \frac{B'^2 A'^2}{B^2 A''^2 g' P'^3} \left(\frac{P'}{A'+B'} + f' + g'' x''^2\right) + \frac{A'^2 A''^2}{B'^2 . B''^2 g'' P''^3} \left(\frac{P''}{A''+B''} + f'' + g'' x''^2\right)$.

A infini donne $\frac{P}{A+B} = 0$, & $B = P . B''$ infini donne $\frac{P''}{A''+B''} = 0$, & $A'' = P''$. P & P' étant contigues, leur diſtance

$\acute{A}+B=0$, ou $\acute{A}=-B=-P$. Puiſque $\frac{1}{R}=\frac{1}{P}+\frac{1}{\acute{P}}$, & $\acute{P}=nP$, on aura $P=\frac{n+1}{n}R$, & $\acute{P}=\frac{}{n+1}\,.\,R$. Outre cela, $\acute{B}=R$ & $\acute{P}=\frac{R}{m}$. Subſtituant donc ces valeurs, on aura $n^1gx^2+\acute{g}\acute{x}^2+\frac{(n+1)^3}{m}\acute{g}\acute{x}^2+\frac{n^3f}{g}+\frac{\acute{f}}{\acute{g}}+\frac{(n+1)^3}{m}\cdot\frac{\acute{f}}{\acute{g}}=\frac{n(n+1)}{g}$. Ayant déterminé les expoſants x, $\acute{x}$, $\acute{x}$, on aura les rayons des convexités ou des concavités (§. 11) ſçavoir; $a=\frac{(n+1)R}{n(h+x)}$, $b=\frac{(n+1)R}{n(K-x)}$, $\acute{a}=\frac{(n+1)R}{(n+1)\acute{h}-n\acute{K}+\acute{x}}$, $\acute{b}=\frac{(n+1)R}{(n+1)\acute{K}-n\acute{h}-\acute{x}}$, $\acute{a}=\frac{R}{m(\acute{K}+\acute{x})}$, $\acute{b}=\frac{R}{m(\acute{h}-\acute{x})}$.

§. XV.

On a vu dans cette ſolution générale que les expoſants x, $\acute{x}$, $\acute{x}$ &c ſont tous compris dans une ſeule équation, & ainſi on laiſſe beaucoup au jugement de l'Artiſte pour le choix des expoſants arbitraires Il peut néanmoins ſe diriger par les deux réflexions ſuivantes. 1°. Il ne faut pas qu'aucun des expoſants ſoit trop grand, ou, ce qui revient au même, il faut que les lentilles ſoient fort approchantes de celles qui donnent la moindre aberration. Par ce moyen, les défauts des lentilles ſeront moins dangereux, par la nature du *minimum*. 2°. Il faut faire enſorte que les lentilles approchent fort d'être également convexes, pour avoir une plus grande ouverture.

Quoique ces deux regles ſe contrarient ſouvent, un bon Artiſte trouvera toujours un milieu. C'eſt à l'expérience à en decider.

§. XVI.

Après avoir détruit l'aberration de ſphéricité, M. *Klingenſtierna* entreprend de détruire celle de la diverſe réfrangibilité des rayons de lumière. Sa méthode eſt différente de celle de M. *Euler*, & elle conduit cependant au même but.

§. XVII.

Problême.

Soit P une lentille quelconque, dont les rayons de convexité ſont a & b, la diſtance du foyer principal des rayons moyens $= P$, & OO l'axe. Soit la raiſon de la réfraction des rayons moyens, en paſſant de l'air dans la lentille, celle de N à 1, la raiſon de la réfraction des plus réfrangibles, celle de $N + n$ à 1, & des moins réfrangibles $N - n$ à 1, n étant un petit nombre, par rapport à N. Soient dans l'axe OO de la lentille, les foyers A, B, C des rayons incidens, A des rayons moyens, B des plus réfrangibles, & C des moins réfrangibles. Soient Á, B́, Ć, les foyers conjugués reſpectivement de A, B, C, pour chaque eſpèce de rayons, enſorte que B C, B́ Ć ſeront les diſperſions des rayons hétérogènes autour des foyers conjugués A & Á. On demande leur rélation. Fig. 607.

Puiſque B & B́ ſont les foyers conjugués des rayons les plus réfrangibles, dont la raiſon de réfraction eſt celle de $N + n$ à 1, on aura $\frac{1}{PB} + \frac{1}{PB'} = (N + n - 1)(\frac{1}{a} + \frac{1}{b})$. De même, puiſque les points C & Ć ſont les foyers conjugués des rayons les moins réfrangibles, dont la réfraction eſt de $N - n : 1$, on aura $\frac{1}{PC} + \frac{1}{PC'} = (N - n - 1)(\frac{1}{a} + \frac{1}{b})$. Otez cette équation de la première, & vous aurez $\frac{1}{PB} - \frac{1}{PC} + \frac{1}{PB'} - \frac{1}{PC'} =$

$2n\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$, ou joignant les premiers termes, $\frac{PC-PB}{PB\times PC}+\frac{P\acute{C}-P\acute{B}}{P\acute{B}\times P\acute{C}}$ $=2n\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$; & ſubſtituant à $PB\times PC$ ſa valeur PA^2, & à $P\acute{B}\times P\acute{C}$, la ſienne $P\acute{A}^2$, & $\frac{1}{(N-1)P}$ au lieu de $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$, on aura $\frac{\acute{B}\acute{C}}{P\acute{A}^2}=\frac{2n}{(N-1)P}+\frac{BC}{PA^2}$, ce qui donne la rélation des diſperſions conjuguées BC & $\acute{B}\acute{C}$.

Fig. 608. Soit maintenant un nombre quelconque de lentilles P, P, $\acute{P}$, $\acute{\acute{P}}$, &c. dont les diſtances aux foyers principaux des rayons moyens ſont P, $\acute{P}$, $\acute{\acute{P}}$, $\acute{\acute{\acute{P}}}$, &c. reſpectivement, & qui ſont rangées ſur un axe commun O O. Soient les raiſons des réfractions des rayons moyens, de N à 1, de $\acute{N}$ à 1, de $\acute{\acute{N}}$ à 1, $\acute{\acute{\acute{N}}}$ à 1, &c. celles des rayons les plus réfrangibles, $N+n$ à 1, $\acute{N}+\acute{n}$ à 1, $\acute{\acute{N}}+\acute{\acute{n}}$ à 1, $\acute{\acute{\acute{N}}}+\acute{\acute{\acute{n}}}$ à 1 &c. & celles des moins réfrangibles $N-n:1$, $\acute{N}-\acute{n}:1$, $\acute{\acute{N}}-\acute{\acute{n}}:1$, $\acute{\acute{\acute{N}}}-\acute{\acute{\acute{n}}}:1$ &c. Soient les points A, $\acute{A}$, $\acute{\acute{A}}$, $\acute{\acute{\acute{A}}}$, $\overset{IV}{A}$, &c. les foyers conjugués des rayons moyens, B, $\acute{B}$, $\acute{\acute{B}}$, $\acute{\acute{\acute{B}}}$, $\overset{IV}{B}$ &c. des plus réfrangibles, C, $\acute{C}$, $\acute{\acute{C}}$, $\acute{\acute{\acute{C}}}$, $\overset{IV}{C}$, &c. des moins réfrangibles; enſorte que BC, $\acute{B}\acute{C}$, $\acute{\acute{B}}\acute{\acute{C}}$, $\acute{\acute{\acute{B}}}\acute{\acute{\acute{C}}}$, $\overset{IV}{B}\overset{IV}{C}$, &c. ſoient les diſperſions ſucceſſives des rayons hétérogènes dans l'axe des lentilles. Soient les diſtances reſpectives des foyers conjugués à leurs lentilles, $PA=A$, $P\acute{A}=B$, $P\acute{\acute{A}}=\acute{A}$, $P\acute{\acute{\acute{A}}}=\acute{B}$, $P\overset{IV}{A}=\acute{\acute{A}}$, $P\acute{\acute{\acute{A}}}=\acute{\acute{B}}$, $P\overset{IV}{A}=\acute{\acute{\acute{A}}}$, $P\overset{V}{A}=\overset{IV}{B}$, &c.

Si dans l'équation qu'on vient de trouver pour le rapport des diſperſions conjuguées $\frac{\acute{B}\acute{C}}{P\acute{A}^2}=\frac{2n}{(N-1)P}+\frac{BC}{PA^2}$, on entend

par

par B C & $\acute{B}\acute{C}$ chaque paire ſucceſſivement des diſperſions conjuguées, & par P A, & P $\acute{A}$ les diſtances correſpondantes des foyers conjugués, & enfin par P, N & n leurs valeurs convenables à chaque lentille, on aura autant d'équations qu'il y a de lentilles; ſçavoir $\acute{B}\acute{C} = B^2 \times (\frac{2n}{(N-1)P} + \frac{BC}{A^2})$; $\acute{\acute{B}}\acute{\acute{C}} = \acute{B}^2 \times (\frac{2n'}{(N-1)P'} + \frac{\acute{B}\acute{C}}{\acute{A}^2})$; $\acute{\acute{\acute{B}}}\acute{\acute{\acute{C}}} = \acute{\acute{B}}^2 \times (\frac{2n''}{(N-1)P''} + \frac{\acute{\acute{B}}\acute{\acute{C}}}{\acute{\acute{A}}^2})$; $^{IV}B^{IV}C = \acute{\acute{\acute{B}}}^2 \times (\frac{2n'''}{(N-1)P'''} + \frac{\acute{\acute{\acute{B}}}\acute{\acute{\acute{C}}}}{\acute{\acute{\acute{A}}}^2})$, & ainſi de ſuite, s'il y a un plus grand nombre de lentilles.

Suppoſons que les points B, A, C ſe réuniſſent, ou que la première diſperſion B C = o, on aura, en réduiſant ces équations, les valeurs des diſperſions ſucceſſives pour chaque nombre de lentilles.

1°. $\acute{B}\acute{C} = B^2 \times \frac{2n}{(N-1)P}$.

2°. $\acute{\acute{B}}\acute{\acute{C}} = \acute{B}^2 \times \frac{2n'}{(N-1)P'} + \frac{\acute{B}^2 . B^2}{\acute{A}^2} \times \frac{2n}{(N-1)P}$;

3°. $\acute{\acute{\acute{B}}}\acute{\acute{\acute{C}}} = \acute{\acute{B}}^2 \times \frac{2n''}{(N-1)P''} + \frac{\acute{\acute{B}}^2 . \acute{B}^2}{\acute{\acute{A}}^2} \times \frac{2n'}{(N-1)P'} + \frac{\acute{\acute{B}}^2 . \acute{B}^2 . B^2}{\acute{\acute{A}}^2 . \acute{A}^2} \times \frac{2n}{(N-1)P}$;

4°. $^{IV}B^{IV}C = \acute{\acute{\acute{B}}}^2 \times \frac{2n'''}{(N-1)P'''} + \frac{\acute{\acute{\acute{B}}}^2 . \acute{\acute{B}}^2}{\acute{\acute{\acute{A}}}^2} \times \frac{2n''}{(N-1)P''} + \frac{\acute{\acute{\acute{B}}}^2 \; \acute{\acute{B}}^2 . \acute{B}^2}{\acute{\acute{\acute{A}}}^2 . \acute{\acute{A}}^2} \times \frac{2n'}{(N-1)P'} + \frac{\acute{\acute{\acute{B}}}^2 . \acute{\acute{B}}^2 . \acute{B}^2 . B^2}{\acute{\acute{\acute{A}}}^2 . \acute{\acute{A}}^2 . \acute{A}^2 . A^2} \; \frac{2n}{(N-1)P}$, & ainſi de ſuite, s'il y a un plus grand nombre de lentilles.

§. XVIII.

Problême.

Etant données les positions d'un nombre quelconque de lentilles dans un axe commun, avec les loix des réfractions de chacune pour toute sorte de rayons, trouver la rélation entre les distances de leurs foyers principaux, de manière que les rayons hétérogènes entrant paralleles dans la première lentille, ou venant d'un point quelconque, sortent de la dernière sans aucune dispersion produite par la différente réfrangibilité des rayons, s'il est possible ?

Ce problême se résout généralement, en égalant à zero la dispersion qui convient au nombre donné des lentilles (§. 17.) Par là même, on a l'équation qui détermine la rélation des distances focales P, $\acute{P}$, $\grave{P}$, $\grave{\acute{P}}$ &c. nécessaire pour détruire la dernière dispersion.

Ainsi dans le cas de deux lentilles, on aura, $\frac{\acute{n}}{(\acute{N}-1)\acute{P}} + \frac{B^{1}}{\acute{A}^{1}} \times \frac{n}{(N-1)P} = o$. Pour trois lentilles, $\frac{\grave{n}}{(\grave{N}-1)\grave{P}} + \frac{\acute{B}^{1}}{\grave{A}^{1}} \times \frac{\acute{n}}{(\acute{N}-1)\acute{P}} + \frac{\acute{B}^{1}.\grave{B}^{1}}{\grave{A}^{1}.\acute{A}^{1}} \times \frac{n}{(N-1)P} = o$. Pour quatre lentilles, $\frac{\grave{\acute{n}}}{(\grave{\acute{N}}-1)\grave{\acute{P}}} + \frac{\grave{B}^{1}}{\grave{\acute{A}}^{1}} \times \frac{\grave{n}}{(\grave{N}-1)\grave{P}} + \frac{\grave{B}^{1}.\acute{B}^{1}}{\grave{\acute{A}}^{1}.\grave{A}^{1}} \times \frac{\acute{n}}{(\acute{N}-1)\acute{P}} + \frac{\grave{B}^{1}.\acute{B}^{1}.B^{1}}{\grave{\acute{A}}^{1}.\grave{A}^{1}.\acute{A}^{1}} \times \frac{n}{(N-1)P} = o$, *&* de suite, s'il y a un plus grand nombre de lentilles.

Par exemple, si dans l'équation pour deux lentilles, on suppose que leur distance $B + \acute{A} = o$, ensorte qu'elles soient contigues, comme dans l'objectif de M. *Dollond*, on aura $\acute{A} = -B$, &

$\frac{n}{(N-1)P} + \frac{n}{(N-1)P} = 0$. Par où l'on voit qu'il faut que l'une des deux lentilles ſoit concave & l'autre convexe ; & que leurs diſtances focales P & P doivent être en raiſon de $\frac{n}{N-1}$ à $\frac{n}{N-1}$; & cette raiſon devient celle de n à n, ſi les forces réfractives moyennes ſont égales.

De même, ſi l'on veut conſtruire une lunette compoſée de trois lentilles, dont les deux premières P & P contigues forment l'objectif, & la 3e. P l'oculaire, & que ſon amplification linéaire ſoit exprimée par m ; les deux premières étant contigues, on a $B + A = 0$; & puiſque par la conſtruction des lunettes, les rayons qui tombent ſur la première lentille, ſont paralleles, on aura $B = P$, & $\frac{1}{B} = \frac{1}{P} + \frac{1}{P}$. Puiſque les rayons ſortent paralleles de la derniere lentille, on aura $A = P$ & $B = m P$. Subſtituant donc ces valeurs dans l'équation pour 3 lentilles $\frac{n}{(N-1)P} + \frac{B^2}{A^2} \times \frac{n}{(N-1)P} + \frac{B^2 . B^2}{A^2 . A^2} \times \frac{n}{(N-1)P} = 0$,

(& diviſant tous les termes par $\frac{B^2}{A^2} = m^2$) elle deviendra,

$\frac{n}{(N-1)P} + \frac{n}{(N-1)P} + \frac{n}{(N-1)m^2.P} = 0$; & cette équation jointe à celle $\frac{1}{P} + \frac{1}{P} - \frac{1}{mP} = 0$, donnera la rélation des diſtances focales P, P, P, néceſſaire pour anéantir l'effet de la différente réfrangibilité des rayons.

Car en comparant ces équations, on aura d'abord $mP = \frac{P . P}{P + P}$,

& ſubſtituant cette valeur dans l'équation, elle deviendra $\frac{n}{(N-1)P} + \frac{n'}{(N-1)P'} + \frac{n''}{(N-1)} \times \frac{m.P.P'}{P+P'} = 0$, ou, $\frac{mn}{(N-1)} \times \frac{P}{P+P'} + \frac{mn'P}{(N-1)(P+P')} + \frac{n''}{N-1} = 0$. Donc $\frac{mnP'}{N-1} + \frac{n''(P+P')}{N-1} + \frac{mn'P}{N-1} = 0$; & $(\frac{nm}{N-1} + \frac{n''}{N-1})P' + (\frac{n'm}{N-1} + \frac{n''}{N-1})P = 0$.

La ſeconde équation donnera encore $\frac{m}{P'} = \frac{1}{P''} - \frac{m}{P}$, ou, $\frac{mP}{P'} = \frac{P - mP''}{P''}$, ou, $P' = \frac{mPP''}{P - mP''}$; en ſubſtituant dans l'équation cette valeur de P', on aura $\frac{nm'P''}{N-1} + \frac{mn''P''}{N-1} \cdot (\frac{n'm}{N-1} + \frac{n''}{N-1})$ $(P - mP'') = 0$, ou, $(\frac{n}{N-1} - \frac{n'}{N-1})m'P'' + (\frac{n'm}{N-1} + \frac{n''}{N-1})$ $P = 0$. On procédera de la même manière dans les autres cas.

Exemple numérique.

Mr. *Clairaut* a trouvé pour la réfraction du verre, $N = \frac{11}{20} = 1,55$, par rapport aux rayons moyens; pour celle des rayons rouges $\frac{109}{200} = 1,54$, & pour celle des rayons violets $\frac{113}{200} = 1,56$; de ſorte que $n = 0,01$. Pour la réfraction du cryſtal d'Angleterre & pour les rayons moyens $N = \frac{12}{20} = 1,6$; pour les rayons rouges $\frac{117}{200} = 1,585$, & pour les rayons violets $\frac{123}{200} = 1,615$, de ſorte que $n = 0,015$.

Donc l'équation pour deux objectifs contigus, $\frac{n'}{(N-1)P'} + \frac{n}{(N-1)P} = 0$, ſera $\frac{0,015}{0,600P'} + \frac{0,01}{0,55P} = 0$, ou $55P = -$

40 $\acute{P}$, & 11 P = — 8 $\acute{P}$. Mais l'équation du §. 6. $\frac{t-r}{r}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)=\frac{1}{P}$, donne 0, 55 $\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)=\frac{1}{P}$, & 0, 60 $\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)=\frac{1}{\acute{P}}$, ou $P=\frac{20}{11\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)}$ & $\acute{P}=\frac{5}{3\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)}$. Ces valeurs étant ſubſtituées dans l'équation 11 P = — 8 $\acute{P}$, on aura $\frac{20}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}=-\frac{40}{3\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)}$, ou, $\frac{1}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}=-\frac{2}{3\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)}$, & enfin $3\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)=-2\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$; ce qui s'accorde avec notre ſolution du Problême I. ſur les lunettes achromatiques. Car nous avons trouvé $3\left(\frac{1}{h}-\frac{1}{K}\right)=-2\left(\frac{1}{K}-\frac{1}{r}\right)$ ou $3\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)=-2\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$ où la différence des ſignes ne vient que de ce que nous avons ſuppoſé toutes les ſurfaces convexes vers l'objet, & que M. *Klingenſtierna* a ſuppoſé la 2e. & la 4e. concaves vers l'objet ou convexes vers l'œil.

Détruire l'aberration de ſphéricité.

Dans le §. 13., on trouve pour ce double objectif $\frac{1}{a}=\frac{h+x}{\frac{n+1}{n}R}$; $\frac{1}{b}=\frac{K-x}{\frac{n+1}{n}R}$; $\frac{1}{\acute{a}}=\frac{(n+1)\acute{h}-n\acute{K}+\acute{x}}{(n+1)R}$; $\frac{1}{\acute{b}}=\frac{(n+1)\acute{K}-n\acute{h}-\acute{x}}{(n+1)R}$.

En ſubſtituant ces valeurs dans l'équation $3\left(\frac{1}{\acute{a}}+\frac{1}{\acute{b}}\right)=-2\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$, nous aurons la valeur de ce nombre n différent du premier, $3(\acute{h}+\acute{K})=-2(h+K)n$. Donc $n=-\frac{3}{2}\left(\frac{\acute{h}+\acute{K}}{h+K}\right)$. Mais $\acute{h}+\acute{K}=\frac{\acute{r}}{\acute{t}-\acute{r}}=\frac{1}{0,4}=\frac{5}{2}$, & $h+K=\frac{r}{t-r}$

$= \frac{1}{0,155} = \frac{10}{11}$. Donc $n = -\frac{11}{8}$. Si l'on fait $x = 0$, l'équation du §. 13 deviendra $g' x'^2 = \frac{121}{513} \times \frac{f}{g} - \frac{f'}{g'}$. Donc $x' = \pm 1,1946$

(Exemple du § 13.) $a = \frac{3R}{11h}$, $b = \frac{3R}{11K}$, ou $a = \frac{213R}{1271}$, $b = \frac{213R}{149}$. Mais $h = \frac{14}{9}$, & $K = \frac{1}{5}$, $a' = -\frac{335R}{27,5056}$, $b' = -\frac{335R}{31,4944}$, R étant la distance focale du double objectif. Cette lunette sera exempte de l'aberration de sphéricité & de l'aberration des différentes réfrangibilités. Car notre équation dans la solution du 1er Problême des lunettes achromatiques, revient à celle-ci, $-3Rb - 3Ra + 20ab = 0$; puisque R est ici la distance focale de l'objectif, a & b les deux rayons de courbure du verre. On a donc $20ab = 3R(a+b)$, c'est-à-dire, $20 \times \frac{9R^2}{121hK} = 9R^2 (\frac{1}{11h} + \frac{1}{11K})$ ou $\frac{20}{11} = hK(\frac{1}{h} + \frac{1}{K}) = h + K = \frac{r}{i-r} = \frac{100}{55} = \frac{10}{11}$, & ainsi des autres rayons de courbure pour le cristal, dont l'équation est $9Ra' + 9Rb' + 40a'b' = 0$, ou, $40a'b' = -9R(a' + b')$ ou $\frac{40}{9} = -R(\frac{1}{a'} + \frac{1}{b'}) = +\frac{8(h'+K')}{3} = \frac{40}{9}$.

On a donc par ce moyen, un objectif exempt de toute aberration; & si l'on veut que l'objectif de verre soit double convexe, on fera $h + x = K - x$ ou $x = -\frac{(h-K)}{2} = -\frac{11}{70}$, & l'équation du §. 13 donnera $x' = 5,284$. On aura donc $a = b = \frac{3R}{10}$, $a' = -\frac{27R}{349}$, $b' = +\frac{27R}{229}$.

Manière de déterminer fort exactement le foyer des lunettes achromatiques, eu égard aux épaiſſeurs du verre & du cryſtal. Avec la théorie de la nouvelle lunette de Mr. Dollond *le Fils.*

Mr *Euler* dans les Mémoires de *Berlin* pour 1747 (p. 281) dit que l'expreſſion du foyer D I ſeroit trop compliquée, ſi l'on y faiſoit entrer les épaiſſeurs, ou les diſtances b, c & d des ſurfaces M M, N N, O O, P P. J'ai cru néanmoins que pour ne laiſſer rien à déſirer ſur cette matière, il falloit conduire pas à pas nos Lecteurs à cette expreſſion rigoureuſe. Elle ſera très-utile, pour donner aux lunettes achromatiques toute la perfection dont elles ſont ſuſceptibles. Fig. 91.

I. Nous avons trouvé ci-devant $AF = \frac{mPR}{(m-1)P-R}$; $FB = b - \frac{mPR}{(m-1)P-R} = \frac{b(\overline{m-1}\times P-R)-mPR}{(m-1)P-R}$; $BG = \frac{r}{1-t-\frac{tr}{FB}} = \frac{r}{1-t-tr(\overline{m-1}\times P-R)}{b(\overline{m-1}\times P-R)-mPR}$.

Soit $B = \overline{1-t}\,(b\times\overline{m-1}\times P-R\,b-m\,P\,R)-t\,r\,(\overline{m-1}\times P-R)$. On aura donc $BG = \frac{br(\overline{m-1}\times P-R)-mPRr}{B}$; $CG = c - BG = \frac{Bc-br(\overline{m-1}\times P-R)+mPRr}{B}$, $CH = \frac{th}{t-x-\frac{hx}{CG}}$.

Soit encore $A = Bc - br(\overline{m-1}\,P-R)+mPRr$, ou $CG = \frac{A}{B}$. Nous aurons $CH = \frac{thA}{(t-x)A-hxB}$; $HD = d - \frac{thA}{(t-x)A-hxB} = \frac{d(\overline{t-x}\,.\,A-xhB)-thA}{(t-x)A-xhB}$; & enfin $DI = \frac{xK}{x-l-\frac{lK}{HD}} = \frac{1}{\frac{x-l}{xK}-\frac{l}{x}\times\frac{1}{HD}} = \frac{1}{\frac{x-l}{xK}-\frac{\frac{l}{x}(t-x-xh\frac{B}{A})}{d(t-x-xh\frac{B}{A})-th}}$.

C'eſt l'expreſſion générale & rigoureuſe de la diſtance focale $DI = a$, de la lunette. En voici l'application au verre & au cryſtal.

II Nous avons vu par les expériences de Mr. *Clairaut*, que pour les rayons moyens, en ne ſuppoſant que trois ſurfaces, $m = t = l = \frac{11}{20}$; $m - 1 = \frac{11}{20}$; $x = \frac{11}{12}$; $t - x = \frac{11}{20} \times \frac{12}{12}$; $\frac{x-l}{x} = -\frac{11}{12}$; $\frac{l}{x} = \frac{12}{20}$; $1 - t = -\frac{11}{20}$; & pour les rayons rouges, $m = t = l = \frac{108}{200}$; $m - 1 = \frac{108}{200}$; $x = \frac{108}{117}$; $t - x = \frac{108}{200} \times \frac{117}{117}$; $\frac{x-l}{x} = -\frac{117}{200}$; $\frac{l}{x} = \frac{117}{200}$; $1 - t = -\frac{108}{200}$.

Donc, en ſubſtituant ces valeurs dans l'expreſſion générale de la diſtance focale DI, on aura pour les rayons moyens, $a = \dfrac{1}{-\frac{12}{20K} - \frac{\frac{32}{20}\left(\frac{12}{20} - \frac{hB}{A}\right)}{d\left(\frac{12}{20} - \frac{hB}{A}\right) - \frac{32}{20}h}}$; & faiſant l'épaiſſeur $C = 0$, parce qu'on ne ſuppoſe ici que trois ſurfaces; faiſant encore à l'ordinaire la diſtance P de l'objet $= \infty$, nous aurons $\frac{B}{A} = \frac{11}{20r}\left(\frac{31R - r - 11b}{31R - 11b}\right)$.

Donc, en ſubſtituant cette valeur & celle de $h = r$, & en réduiſant la fraction inférieure, ou en diviſant ſon numérateur & ſon dénominateur par $31R - 11b$, nous aurons

$$a = \frac{1}{-\frac{120}{200K} - \frac{\frac{320}{200}(31R - 11b + 11 \times 31r)}{d(31R - 11b + 11 \times 31r) - 32r(31R - 11b)}}.$$

Et par le même calcul, on aura la diſtance focale des rayons rouges,

$$a = \frac{1}{-\frac{117}{200K} - \frac{\frac{317}{200}(9 \times 308R - 108b + 108 \times 308r)}{d\,9\,(308R - 108b + 108 \times 308r) - 317r(308R - 108b)}}.$$

Donc, en égalant ces deux diſtances focales, pour détruire

$= ($ l'aberration

l'aberration de réfrangibilité, ou les iris, on aura $-\frac{1}{K}$

$$= \frac{310}{3}\,\frac{(31R-116+11\times31r)}{d(31R-116+11\times31r)\;32r(31R-116)}$$

$$-\frac{317}{3}\,\frac{(9\times77R-176+108\times77r)}{d(9\times77R-176+108\times77r)-317r(77R-276)}.$$

Faiſons encore $d = 0$, parce que le cryſtal étant bi-concave, ſon épaiſſeur d au centre ne ſçauroit être trop petite, & qu'elle ne peut pas contribuer à augmenter l'ouverture & la clarté de la lunette; nous aurons,

$$a = \frac{1}{-\frac{120}{200}\cdot\frac{1}{K}+\frac{10}{200}\cdot\frac{1}{h}+\frac{110}{200}\left(\frac{31}{31R-116}\right)}$$ pour les rayons moyens,

$$a' = \frac{1}{-\frac{117}{200}\cdot\frac{1}{K}+\frac{9}{200}\cdot\frac{1}{h}+\frac{108}{200}\left(\frac{308}{308R-1086}\right)}$$ pour les rayons rouges.

Donc, en égalant ces [illegible] ſances focales, on aura $-\frac{3}{K}+\frac{1}{h}+110\left(\frac{31}{31R-116}\right)-108\left(\frac{308}{308R-1086}\right)=0$; ce qui donne (lorſque $b=0$) $-\frac{3}{K}+\frac{1}{h}+2\cdot\frac{1}{R}=0$, comme nous l'avons trouvé dans le 1er Problême, qui donne $3\left(\frac{1}{h}-\frac{1}{K}\right)+2\left(\frac{1}{K}-\frac{1}{r}\right)=0$, & h étant ici $= r$, on aura $\frac{1}{h}-3\cdot\frac{1}{K}+2\cdot\frac{1}{K}=0$.

En ſubſtituant la valeur de $+\frac{1}{K}=\frac{1}{3h}+\frac{110}{3}\left(\frac{31}{31R-116}\right)-36\left(\frac{308}{308R-1086}\right)$ dans celle du foyer a des rayons moyens, elle deviendra $a = \frac{1}{\frac{432}{2}\left(\frac{308}{308R-1086}\right)-\frac{429}{2}\left(\frac{31}{31R-116}\right)-\frac{3}{20}\times\frac{1}{r}}$

On aura donc l'équation de l'objectif de verre $432\times308\,ar(31R-11b)-429\times31\,r(308R-108b)-3\,a(308R-108b)(31R-11b)+2\,r(308R-108b)\times$

$(31R - 11b)$ qui devient (lorsque $b = 0$) $3ar - 3aR = 20Rr$, comme dans le 1er Problême.

III. Si les deux convexités du verre sont égales entr'elles, l'équation deviendra $R^3 - \frac{4\times11}{11\times17}bR^2 - \frac{1}{10}R^2 + \frac{1}{7\times17}Rb^2 + \frac{3\times11}{5\times77\times31}\times abR + \frac{108\times11}{5\times31}abR - \frac{41\times27}{40\times77}abR - \frac{3\times17}{10\times7\times31}ab^2 = 0$.

Exemple.

Soit $a = 42$ pouces; $b = \frac{1}{2}$, cette équation donnera $R^3 - \frac{841}{11\times17}R^2 - 12,6R^2 + \frac{17}{28\times31}R + \frac{3\times441}{5\times11}R + \frac{216\times-8\times11}{5\times11}R - \frac{1\times189\times27}{40\times11}R - \frac{9\times17}{4\times11} = 0$; & en nombres décimaux, on aura $R^3 - 12,95274R^2 + 5,2582R - 0,195968 = 0$.

Soit $R = y + 4,31758$ pour détruire le second terme; on aura $y^3 - 50,6665y = 138,464$. Soit $50,6665 = 3aa$, & $138,464 = 2aab$ En prenant a pour rayon ... b pour le cosinus d'un angle B, cet angle sera 4° 3′, 36 ... ajoutez à cet angle 90°. le tiers de la somme sera 31° 21′ 12″ $\frac{2}{3}$. Retranchez le même angle de 90°; le tiers de la différence sera 28°. 38′. 47″ $\frac{1}{3}$.

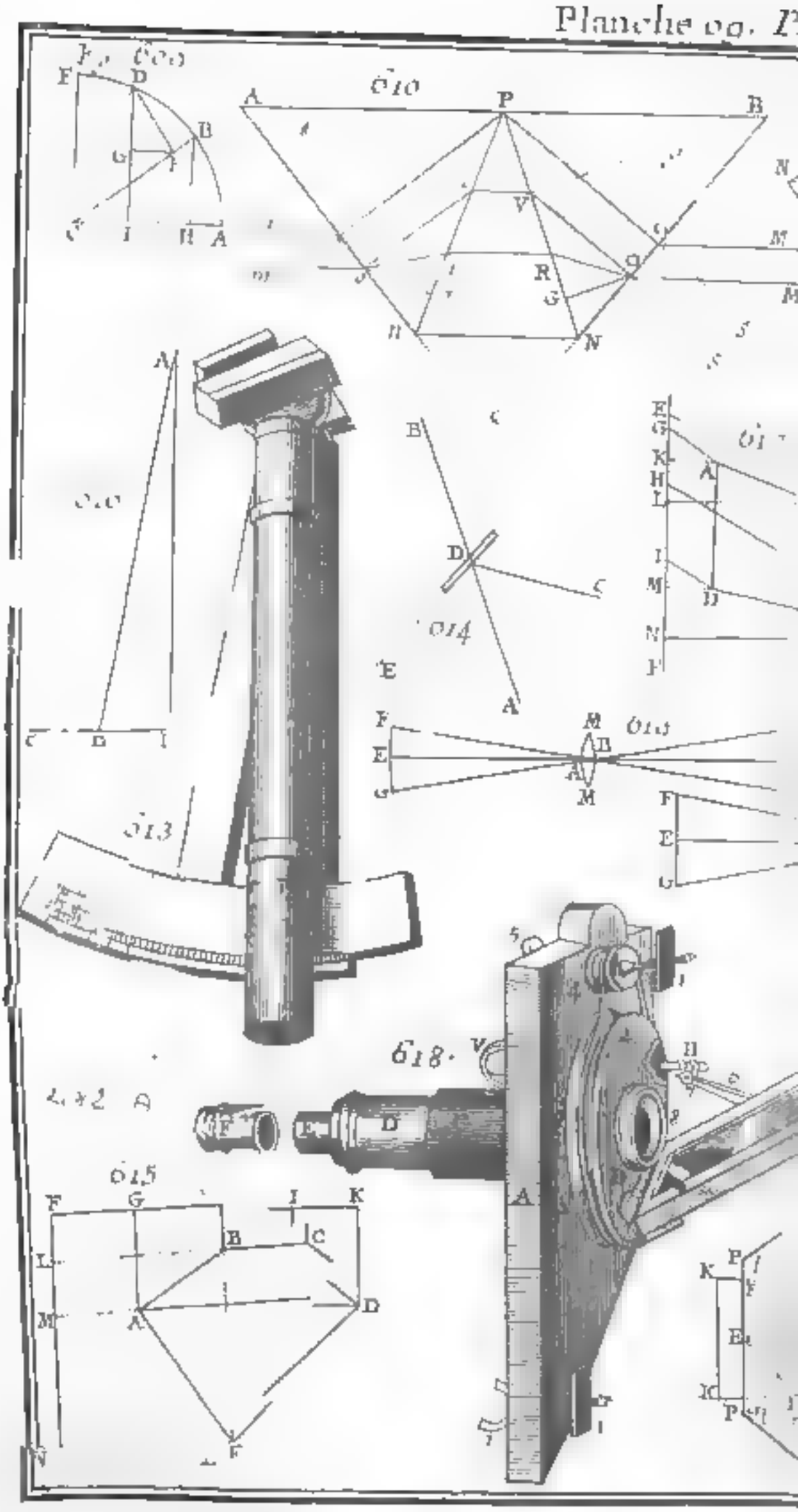
Ajoutez au sinus lo... la somme & de la différence, le logarithme d... logarithme de deux nombres, $M - 4,2700$ ... $- 3,94034$. $M + N$ sera la racine positive $y = 6,21695$, $-M$ & $-N$ seront les deux racines négatives. Ajoutez $4,31758$

Vous aurez $R = 12,5...$

Si l'épaisseur ..., on auroit eu, par le 1er Problême R —

Le quarré de l'ouverture de cette lunette $(4Rb - bb)$ est $= 2R - \frac{1}{4} - 24,819$, & par conséquent le diamètre de l'ouverture $= 4,9819$.

IV. Il est à présumer que telle est la théorie de la lunette de Mr. *Dollond* qui grossit 150 fois. Elle a deux objectifs de verre plan-convexes, qui se joignent parfaitement par le côté plan, & ces verres doivent avoir chacun environ trois lignes d'épaisseur. Il est difficile de trouver des verres parfaits aussi épais. On ne lui donne que 3 ... pouces d'ouverture, soit parce que peut-être les verres n'ont pas chacun trois lignes d'épaisseur, ou parce qu'on a égard à l'aberration de sphéricité.


609
610
611
612
613
614
615
616
618.

Pour trouver le ſecond demi-diamétre K, il faut réduire la valeur de ſon réciproque $\frac{1}{K}$ par la diviſion & par le changement de r, qui eſt ici $= -R$, & l'on aura $-\frac{1}{K} = -\frac{10}{3R}\cdot\frac{(10+\frac{116}{31R})}{1-\frac{116}{31R}} + \frac{3}{R}\cdot\frac{(11+\frac{276}{77R})}{1-\frac{276}{77R}}$.

Ce qui donne dans cet exemple $K = 36,6089$.

Par où l'on voit que cette grande épaiſſeur augmente la convexité du verre & la concavité du cryſtal, ou diminue les demi-diamètres.

V. Si l'on veut détruire, dans cet objectif, l'aberration de la ſphéricité, la méthode de Mr. *Klingenſtierna* donnera les deux convexités égales du verre, & on aura quatre ſurfaces. Le rayon d'une des concavités du cryſtal ſera $= 0,077\times42$, & celui de l'autre $= 0,1176\times42$.

Théorie des priſmes ſans couleurs.

Lemme.

La diff'rence DCB de deux angles ACD, ACB, étant donnée, & la raiſon du ſinus DI du plus grand au ſinus BH du plus petit, étant auſſi donnée, trouver les angles ? Fig. 609.

Soit DF ſinus de la diff... donnée $= s$, ſon co-ſinus $CF = c$, le moindre ſinus $BH = z$, & la raiſon de DI à IH celle de m à n, le rayon $CB = 1$. Menez FG perpendiculaire à DI. Les triangles ſemblables donnent CB (1) : CH ($\sqrt{1-zz}$) :: DF (s) : $DG = s\sqrt{1-zz}$, & CB (1) : BH (z) :: CF (c) : $GI = cz$. Mais (par l'hypoth.) DI : BH :: $m : n$, ou $DG + GI\ (s\sqrt{1-zz} + cz) : z :: m : n$. Donc $\sqrt{1-zz} : z$, ou CH : BH, ou 1 : tang. ACB :: $m - nc : sn$. Donc tang. $ACB = \frac{sn}{m-nc}$.

Pour faire uſage de ce Lemme de Mr. *Patrice Murdoch* (Tranſ. Philoſ. vol. 53.) il faut avoir une table des puiſſances réfractives du verre, du Flintglaſs & de l'eau.

I.

Lorſque la lumière paſſe de l'air dans le verre & que l'angle d'incidence eſt preſque de 90°. dont le ſinus = 1, eſt le plus grand de tous les ſinus, on a cette proportion pour les rayons rouges : le ſinus d'incidence eſt au ſinus de réfraction, comme 308 eſt à 200 :: 1 : 0, 649358, ſinus de 40°. 29′ 33″, 6. C'eſt le plus grand angle de réfraction des rayons rouges, en paſſant de l'air dans le verre.

Et pour les rayons violets, 312 : 200 :: 1 : 0, 6410256, ſinus de 39°. 52′, 6″.

La différence de ces deux angles 37′ 27″, 6, ſera le plus grand angle de divergence dans la réfraction des rayons de lumière qui paſſent de l'air dans le verre.

Par conſéquent, dès que l'angle d'incidence ſurpaſſe 39°. 52′. 6″, en paſſant du verre dans l'air, les rayons violets commencent à ſe réfléchir, ne pouvant plus être rompus ; & lorſque l'incidence ſurpaſſe 40°. 29′. 33″, 6, tous les rayons ſe réfléchiſſent.

II.

De l'air dans le Flintglaſs.

Le ſinus d'incidence eſt au ſinus de réfraction pour les rayons rouges :: 317 : 200 . 63.9148, lorſque l'angle d'incidence approche de 90°. C'eſt le ſinus de 39°. 7′. 35″, 4

& pour les rayons violets :: 323 : 200 :: 1 : 0, 6191950, c'eſt le ſinus de 38. 15. 4, 8

La différence de ces deux angles eſt la plus grande divergence ou diſperſion 0. 52. 30, 6.

III.

Du verre dans le cryſtal.

Le ſinus d'incidence des rayons rouges eſt au ſinus de leur réfraction dans le cryſtal, comme 317 : 308 :: 1 : 0,9716088, ſinus de 76°. 18. 52″.
& pour les rayons violets :: 323 : 312 :: 1 : 0, 9659442, ſinus de 75. 25 12.

La différence eſt la plus grande divergence 0. 53. 40.

Et ainſi dès que l'angle d'incidence en paſſant du cryſtal dans le verre, ſurpaſſe 75°. 25′. 12″, les rayons violets commencent à ſe réfléchir, & lorſque l'angle d'incidence ſurpaſſe 76° 18′. 52″, tous les rayons ſe réfléchiſſent, parce que la réfraction alors eſt impoſſible.

IV.

De l'eau dans le verre.

Le ſinus d'incidence eſt au ſinus de réfraction du rayon rouge :: 1 : 0, 863739, ſinus de 59°. 44′. 20″ ½
& pour le rayon violet :: 1 : 0, 859966, ſinus de 59. 18. 45

Différence 0. 25. 35 ½

V.

De l'air dans l'eau.

Le ſinus d'incidence eſt au ſinus de réfraction pour le rouge :: 1 : 0, 7517905 ſinus de 48°. 44′. 44″.
pour le violet :: 1 : 0, 74, ſinus de 48. 11. 39.

Différence 0. 33. 5.

PROBLEME I.

Soit un point quelconque O *d'incidence de la lumière du Soleil, qui tombe ſur la ſurface* B N *du priſme tranſparent* B N P, Fig. 61.

les rayons extrêmes étant rompus en OV *&* OR, *depuis l'incidence la plus proche de* BO *qui eſt preſque de* 90°. *juſqu'à l'incidence la plus proche de* OS *perpendiculaire à* BN, *& par conſéquent tous les rayons intermédiaires étant compris dans la plus grande divergence* VOR *des rayons violets* OV *& des rayons rouges* OR; *on demande quel eſt le priſme* PNn *d'une autre matière tranſparente (dont la ſection* PNn *eſt un triangle iſoſcele) tel que les rayons extrêmes, en traverſant ce priſme, ſoient paralleles à la baſe* Nn, *& que tous les rayons de lumière ſortent ſans couleurs de la ſurface* An *d'un troiſiéme priſme, ſoit que le premier* PNB, *ou le ſecond* PNn *ſoit donné?*

1°. Les réfractions en paſſant de l'air dans la matière tranſparente PNB, étant données; les angles VON, RON, & VOR ſeront donnés. Menez donc, par le Lemme, la ligne OG, de manière que le ſinus de ROG ſoit à celui de VOG, en paſſant du priſme iſoſcèle PN*n* dans le priſme donné PNB, comme le ſinus de réfraction du rayon rouge eſt au ſinus de réfraction du rayon violet, puiſque leurs angles d'incidence en R & V ſont égaux, quoique inconnus; & la ligne PN perpendiculaire à OG ſera le côté du priſme PN*n*. Car ſi l'on imagine une ligne V*g* perpendiculaire à PN, l'angle *g*VO ſera la réfraction du rayon de lumière *v*V, & cet angle étant égal à ſon alterne VOG, l'angle ROG ſera la réfraction du rayon *v*V; & par la même raiſon l'angle ROG ſera la réfraction du rayon rouge *r*R en paſſant du priſme PN*n* dans le priſme PNB. Ces angles étant donnés, on aura les angles égaux PV*v*, PR*r*, PN*n*, complémens des angles d'incidence des rayons paralleles, qui paſſent du priſme PN*n* dans le priſme PNB.

Si le 3e priſme P*n*A eſt de la même matière que le premier PNB, il lui ſera égal & ſemblable, & les rayons rouges *r o* & violets *v o* ſortiront du point *o* ſans couleurs.

Mais ſi ce 3e priſme eſt d'une matière dont la puiſſance réfractive ſoit différente de celle des deux autres, les réfractions *r o g*, *v o g* donneront une autre ligne *o g* perpendiculaire à P*n*, qui ſera plus longue ou plus courte que OG. Il faudra donc

calculer les nouveaux angles de réfraction *v o g*, *r o g*, & mener par le point *o* la ligne *n o* A, qui déterminera le 3ᵉ priſme.

L'angle N O G eſt complément de G N O & de G O V, & l'angle de réfraction V O G donne le complément N V O de l'angle d'incidence, & par conſéquent on a le triangle iſoſcèle P N *n*.

Les angles V O G, R O G de tous les points O de la ligne N O B étant reſpectivement égaux, le lieu des points O eſt une ligne droite, & non pas, comme il paroit que quelques Auteurs l'ont imaginé, une ligne courbe. Si l'on ne prend qu'un rayon incident MO oblique à la ſurface BN, comme l'a fait M. *Murdoch*, le lieu des points O ſera auſſi une ligne droite.

2°. Si le priſme moyen & iſoſcèle P N *n* eſt donné, on aura tous ſes angles; & ſes réfractions étant données, on aura tous les angles égaux N V O, N P O &c. ou V O M, P O M &c. Mais N P O eſt complément de P N B. Donc on aura P N B.

Exemple I.

Soit P N *n* un priſme iſoſcèle de verre, & P N B un priſme d'eau contenue par une plaque de verre fort mince N O B.

Soit 1°. l'angle P N B du priſme d'eau, de 65°., ſon complément N V O = 25°. Or (n. IV) *m* : *n* :: 863739 : 859966 :: ſin. V O G (65°.) : ſin. R O G, & par les logarithmes, compl. arithm. de 863739 = 4. 0636175
Logarith. 859966 = 5. 9344814
Sinus 65°. = 9. 9572757

Sin. R O G 9. 9553746 = 64°. 28′. 13″.
V O G = 65°. 0′. 0″.
— R O G = 64. 28. 13
V O R = 0. 31. 47

Le ſinus d'incidence V O G de l'eau dans le verre 65°, eſt au ſinus de réfraction complément de P V *v*, comme 1 à 0, 859966. Donc par logarithmes.

1 : 0, 859966 Logar. 9. 9344814
:: ſin. V O G (65°.) 9. 9572757
: au cof. de P V *v*. 9. 8917571

Donc P V v = 38°. 47′. 42″
P v V = 38. 47. 42

77. 35. 24
N P n = 102. 24. 36

Soit 2°. l'angle N P n du priſme de verre = 30°. Les angles P V v, P R r, P N n ſeront de 75°. On aura donc (n IV.)

0, 859966 : 1 Log.	0. 0655186
: le coſ. de P V v, ou le ſin. de 15°.	9. 4129962
: au ſin. de la réfraction du rayon violet du verre dans l'eau	9. 4785148

Donc la réfraction V O G = 17°. 30′ 56″.
Cette réfraction eſt égale à l'angle requis P N B.

Remarque.

Mr. *Murdoch*, dans cet exemple, a ſuppoſé l'angle M O B de 30°, & il a trouvé V O R = 18′. 12″. $\frac{1}{2}$, & par la formule du Lemme, il a trouvé R O G = 50°. 19′. 52″ $\frac{1}{2}$ & VOG = 50° 38′. 4″ $\frac{1}{2}$.

Il ne faut pas être ſurpris, ajoute-t-il, ſi le pinceau des rayons émergens o m n'eſt pas tout-à-fait ſans couleurs, même en ſuppoſant la matière, la figure & la diſpoſition des milieux ſans aucun défaut; parce que 1°. on n'eſt pas aſſuré que les puiſſances réfractives des milieux ayent été déterminées avec aſſez d'exactitude. 2°. ſi les plaques B C & A C, qui retiennent l'eau, ne ſont pas aſſez minces, la lumière prendra une légère teinte en les traverſant. On peut cependant obvier à cet inconvénient, en plaçant le priſme d'eau entre deux priſmes de verre. 3°. Il n'eſt preſque pas poſſible de faire ces ſortes d'expériences avec un pinceau de lumière auſſi ſubtil que la théorie le preſcrit.

Exemple II.

N P n eſt un priſme de cryſtal d'Angleterre; ſon angle P de 30°. & les deux autres de 75°.; les deux priſmes, P N B, P n A ſont de verre On demande l'angle P N B?

Le ſinus d'incidence du cryſtal dans le verre, eſt au ſinus de réfraction

réfraction, pour les rayons violets : : 312 : 323. Diſons donc,

312 compl. arithm.	7. 5058454
: 323	2. 5092025
:: cosin. P V *v*, 75°.	9. 6259483
: cosin. R V O, 64°. 3′. 16″,	9 6409962

Donc P N B = 25. 56. 44. = P *n* A.

Remarque.

Ce Problême eſt indéterminé, & l'on peut varier les trois priſmes en différentes manières. Car ſi l'on ne rend pas les rayons rouges & violets paralleles entr'eux, mais convergens vers la ſurface P *n*, ils deviendront encore plus convergens, juſqu'à ſe réunir en quelque point *o*, [illegible] ligne A *o n* formera un angle A *n* P plus petit que l'angle B N P. C'eſt le cas des trois priſmes inégaux de Mr. *Dollond*, dont nous avons parlé ci-devant.

PROBLEME II.

Former un priſme variable de verre ou de cryſtal?

Mr. *Newton* avoit placé un priſme de verre dans un priſme d'eau, renfermé entre deux plaques de verre, & faiſant varier à volonté l'inclinaiſon des deux plaques de verre, il avoit deux priſmes d'eau variables autour du priſme de verre.

Le R. P. *Abat*, Cordelier de l'Obſervance à Marſeille, a trouvé le moyen de faire un priſme de verre auſſi variable que le priſme d'eau de *Newton*. Ce priſme n'eſt autre choſe qu'une lentille plan-convexe A B C, qui gliſſe dans une lentille plan-concave B P N D. Lorſque P B tombe ſur A, & D ſur C, les plans P N, A C ſont paralleles, & on n'y voit point de couleurs. Fig. 611.

L'angle A N P des deux plans augmente, à meſure que le point C s'écarte du point D, & l'arc parcouru D C eſt la meſure de l'angle A N P du priſme.

PROBLEME III.

Ayant un priſme iſoſcèle de cryſtal, trouver la plus grande divergence des couleurs & la réfraction moyenne ?

Fig. 611. Appliquez aux deux [illegible] P n du priſme de cryſtal, deux priſmes variables [illegible] me on voit dans la figure 612, & regardez au [illegible] ois priſmes réunis, un objet bien éclairé. Augmentez les arcs C D, juſqu'à ce qu'en tournant de [illegible] les trois priſmes, vous n'appercevriez aucune [illegible] alors les arcs C D très-exactement, avec l'angle [illegible] cryſtal, vous trouverez fort aiſément la plus [illegible] on en cette manière.

Fig. 610. Les trois ſections [illegible] N B, P n N, vous donnent, par le moyen [illegible] quelconque M O parallele à la baſe du priſme de [illegible] es V O N, R O N, complémens de la réfraction [illegible] e lumière M O qui paſſe de l'air dans le verre, [illegible] e en deux rayons extrêmes, le violet O V & le rouge [illegible] 308 : 200 :: cof. M O B : cof. R O N, & 312 : [illegible] : cof. V O N. Vous aurez ainſi V O N & R O N, [illegible] ent leur différence V O R.

Abaiſſez du point [illegible] la ligne O G perpendiculaire à P N. L'angle [illegible] vous donnera cette perpendiculaire, par le moyen [illegible] plément N O G.

Vous direz enfin comme le ſinus de R O G eſt au ſinus de V O G, ainſi le ſinus de la réfraction du rayon rouge, eſt au ſinus de la réfraction du rayon violet, en paſſant du cryſtal dans le verre. Mais la raiſon du co-ſinus de R O N au co-ſinus de V O N eſt $= \frac{115}{100}$, ou $= \frac{77}{77}$.

Soit le ſinus d'incidence dans l'air $=$ A, tant pour le verre que pour le cryſtal, V^r le ſinus de réfraction des rayons rouges dans le verre, C^r dans le cryſtal, V^v & C^v pour les rayons violets. On aura pour les rayons rouges, $V^r : C^r ::$ coſin. R O N [illegible] R O G, & $A : V^r :: 308 : 200$. Donc en multipliant ces deux proportions, on aura, $A : C^r :: 308 \times$ coſin. R O N $200 \times$ ſin. R O G $:: 1,54 \times$ coſin R O N : ſin. R O G.

De même pour les rayons violets, $A : V^v :: 312 : 200$, &

$V^v : C^v :: \text{cosin. VON. sin. VOG. Donc } A : C^v :: 1, 56 \times$ cosin. VON : sin. VOG. Si l'on trouve $\frac{\text{sin. VOG}}{\text{cos. VON}} = \frac{113}{341}$, on aura la réfraction des rayons violets de l'air dans le cryſtal $= \frac{121}{365}$; & ſi l'on trouv $\frac{\text{sin. ROG}}{\quad} = \frac{103}{311}$, on aura la réfraction des rayons rouges = [illegible] Lon des rayons moyens étant moyenne arithméti[illegible] eux extrêmes, $\frac{117}{350}$, $\frac{123}{365}$, ſera $= \frac{11}{30}$.

Secteur Ca[illegible]

Nouv. Mem. de P[illegible] I.

L'Octant de Mr. *Hadley* a fa[illegible] un inſtrument fort commode, que Mr. *de* [illegible] Secteur Catadioptrique. Cet inſtrument n'a pas [illegible] our le ſupporter ou le diriger, il n'eſt point [illegible] -tranſporter d'un lieu à un autre, & il déterm[illegible] ointe d un angle donné dont les côtés doivent pa[illegible] ints donnés ; ce qui aide beaucoup à réſoudre [illegible] eurs problêmes de géodéſie. On peut s'en ſervir [illegible] oyage à prendre la poſition des endroits par où l'on pa[illegible] & de ceux qu'on voit de loin, ce qui contribuera à réformer les cartes de Géographie. Il a pluſieurs autres uſages, que l'on imaginera ſans peine d'après la deſcription que nous en allons faire.

L'inſtrument eſt compoſé d'un Secteur qui porte un miroir plan de métal, & une alidade à laquelle eſt attachée une lunette qui renverſe les objets. L'arc du Secteur eſt la ſeizième partie de la circonférence ; il doit être diviſé fort exactement en demi-degrés, c'eſt-à-dire, en 45 parties, que l'on pourra ſubdiviſer, ſi l'on n'a pas confiance à l'eſtime du coup d'œil. Pour moi, dit M. *de Segner*, je crois qu'il eſt [illegible] e de pouſſer plus loin la diviſion, lorſque le rayon de l'inſtrument n'eſt que d'un pied. On grave deux ſuites de nombres aux points de divi- Fig 613.

ſion de gauche à droite. La première s'étend de 45 à 90, & la ſeconde de 90 à 135. Ces nombres indiquent les degrés des angles qu'on peut prendre immédiatement. On trouve par ſouſtraction, ou par addition, les autres angles qui ſont moindres que 45° ou plus grands que 135.

L'alidade tourne autour du centre du Secteur; elle porte un autre Secteur d'un rayon un peu moindre, afin qu'il ne cache pas les diviſions du premier Secteur, quoiqu'il en cache les nombres. On marque ſur le Secteur qui eſt attaché à l'alidade, deux points qui terminent exactement un arc égal à la ſeizième partie de la circonférence, ce qui fait que l'alidade tournant autour du centre du Secteur principal, lorſque l'un de ces deux points tombe ſur le commencement de l'arc diviſé, l'autre tombe ſur l'extrémité du même arc. Ces points indiquent les degrés des angles mesurés. La lunette eſt au milieu de cette alidade entre les deux points; elle porte à ſon foyer, un fil perpendiculaire au plan du Secteur. Il faut que le plan qui paſſe par ce fil, paſſe auſſi par le centre de l'objectif, & par le centre des Secteurs, autant qu'il eſt poſſible.

Le plan du miroir doit être fixé perpendiculairement au plan du Secteur principal, & faire au centre de ce Secteur, avec le rayon qui paſſe par l'extrémité de la diviſion, à main droite, un angle demi-droit. La hauteur du miroir ne doit couvrir que la moitié de l'objectif, l'autre moitié étant deſtinée à voir directement l'un des deux objets dont on veut prendre la diſtance angulaire. Ce miroir a la figure d'un rectangle, dont le moindre côté s'étend un peu au-deſſus du milieu de l'ouverture de l'objectif, & dont le plus grand eſt triple du demi-diamètre de cette ouverture. On doit donner un peu plus d'ouverture à l'objectif qu'il n'eſt preſcrit par les regles d'Opuque, parce qu'on ne voit les objets que par la moitié de cette ouverture, l'autre moitié étant couverte par le miroir.

Pour faire uſage de cet inſtrument, lorſque l'angle propoſé ſurpaſſe un demi-droit, & qu'il eſt moindre qu'un angle droit & demi, ou entre 45°. & 135°, on placera le centre de l'inſtrument à la pointe de l'angle, & l'on dirigera l'axe de la lunette vers l'objet qui reſte à main gauche; on fera tourner le principal Secteur avec le miroir qui lui eſt attaché, autour du centre,

juſques à ce que l'objet à main droite paroiſſe dans le miroir, dans l'axe de la lunette. On fera enſorte que les deux objets ſe réuniſſent exactement ſur le fil qui eſt au foyer de la lunette, & l'un des deux points de l'alidade marquera dans les diviſions du Secteur, le degré qui meſure l'angle On ne doit craindre aucune ambiguité à raiſon des deux points de l'alidade, parce que les deux ne peuvent tomber à la fois ſur l'arc diviſé, que lorſque l'angle eſt droit. Si le point à main gauche eſt le ſeul qui tombe ſur les diviſions, l'angle eſt plus grand que l'angle droit; ſi c'eſt le point à main droite, l'angle eſt moindre qu'un droit.

Si du point A on voit deux objets, l'un B directement par le rayon A B, & l'autre C par le rayon réfléchi D A ſur le miroir en D; menez D E dans le plan A D C, enſorte qu'elle ſoit un prolongement du miroir: l'angle E D A ſera la moitié de l'angle B D C. Donc l'angle B D C contient autant de degrés que l'angle E D A de demi-degrés. Delà dépend tout l'artifice de cet inſtrument. Fig. 614.

Si l'angle qu'on veut meſurer, eſt plus petit qu'un demi-droit, ou plus grand qu'un droit & demi, il faut chercher un troiſième objet dans le plan de cet angle, & me[illegible]urer les angles de ce troiſième objet, avec les deux pr[illegible]. La ſomme ou la différence de ces angles donnera l'angle [illegible].

Si l'on place l'alidade de manière que ſes deux points coïncident avec le commencement & la fin des diviſions du Secteur principal, on aura l'équivalent de la croix des Arpenteurs, pour élever une perpendiculaire par un point donné dans un terrein, ſur une ligne droite donnée; & il n'en faut ſouvent pas d'avantage pour tracer tout un plan.

Car ſoit A B C D E une figure aſſez plane, dont on veut avoir le plan. Choiſiſſez F à volonté, & menez la droite quelconque F K. Abaiſſez des points A, B, C, D de la figure A B C D E, ſur cette ligne, les perpendiculaires A G, B H, C I, D K, & meſurez F G, F H, F I, F K. Elevez encore F N perpendiculaire à F K, & meſurez F L, F M, F N; vous aurez le plan de la figure. Fig. 615

On peut, avec cet inſtrument, décrire un cercle ſur le plus grand diamètre. Eloignez-vous de ce diamètre juſques au point

où vous le verrez ſous un angle droit. Le centre de l'inſtrument ſera dans la circonférence de ce cercle.

Fig. 616. Pour trouver la diſtance d'un point inacceſſible A à un autre point B, prenez C B perpendiculaire à B A. Soit C dans l'horiſon, éloigné tant qu'on veut du point B. Avancez dans la droite C B vers D, juſques à ce que C & A paroiſſent en D ſous un angle de 101°. 18. L'angle A ſera de 11°. 18', & la tangente de cet angle étant $\frac{1}{5}$ du rayon, A B ſera = 5 B D. La table des tangentes donnera les autres angles.

Fig. 617. On levera le plan de la figure A B C D, en s'avançant ſur une droite donnée E F. Marquez les points de cette droite, où les lignes E B, G A, H C, I D menées aux angles de la figure propoſée, forment avec E F un angle d'une grandeur conſtante, par exemple de 60°. Abaiſſez enſuite des mêmes points A, B, C, D, d'autres droites perpendiculaires à la même ligne E F, ou toutes inclinées de la même quantité ſur cette ligne. Meſurez E G, E H, E I, & E K, E L, E M, E N. Vous aurez le plan de la figure A B C D, que vous tracerez aiſément ſur le papier.

On peut avec cet inſtrument réſoudre promptement d'autres Problêmes, qui ſeroient fort longs à réſoudre par toute autre méthode. Par exemple, s'il faut meſurer la ligne inacceſſible B C, prenez un angle E, tel que ſans calcul vous puiſſiez avoir N C & L B, comme on vient de le dire. Formez enſuite un triangle rectangle, dont un côté ſoit L N, & dont l'autre côté ſoit la différence des lignes N C, L B: l'hypothénuſe de ce triangle ſera la diſtance requiſe B C.

Trois points étant donnés dans la circonférence d'un cercle, qu'on veut décrire dans une campagne, on trouvera le quatrième, en prenant d'un des trois points, l'angle ſous lequel on voit les deux autres. Le quatrième point ſera celui où ces deux mêmes points paroiſſent ſous le même angle. On aura de même tous les autres points de la circonférence de ce cercle.

V.

Deſcription du Microſcope ſolaire, ou chambre obſcure microſcopique.

LA première idée d'appliquer le microſcope à la chambre obſcure, eſt due au Dr *Liberkhun*, qui apporta en Angleterre, un microſcope de cette eſpece, vers l'an 1740, & le communiqua à la Société Royale de Londres. Ce 1er microſcope étoit ſans miroir, & ne pouvoit par conſéquent ſervir que lorſque le Soleil donnoit directement ſur la lentille Deux Opticiens de Londres, MM. *Cuff* & *Adam*, en étendirent beaucoup l'uſage par l'addition du miroir, & en rendirent le ſervice aiſé, par l'attirail que nous allons décrire d'après *Baker* (Traité des Microſcopes. Ch VI.)

Ce microſcope eſt compoſé d'un tuyau, d'un miroir, d'une lentille convexe, & du microſcope ſimple de Wilſon, qui a été décrit par Mr. *Smith* Liv. 3. Ch. 18. art. 1001 & ſuiv. Fig. 618.

Les rayons du Soleil étant dirigés par le miroir à travers le tuyau, ſur l'objet renfermé dans le microſcope, cet objet vient ſe peindre diſtinctement dans la chambre obſcure, ſur un écran couvert de papier blanc, ou d'un linge bien blanc; & cette image eſt plus grande, que ne peuvent l'imaginer ceux qui n'ont pas vu ce microſcope. Car plus on recule l'écran, plus l'objet paroît grand, enſorte que l'image d'un pou eſt quelquefois de cinq à ſix pieds, & qu'on peut même la rendre plus grande; mais il faut avouer qu'elle eſt plus diſtincte, lorſqu'on ne lui donne que la moitié de cette longueur.

Tout l'attirail de ce microſcope eſt repréſenté dans la figure 618, dont voici l'explication. A eſt une piéce quarrée de bois ou de cuivre, traverſée par deux longues vis, qui entrent dans deux écrous t, t, pour fixer l'inſtrument au volet d'une fenêtre, où l'on a fait un trou aſſez grand pour l'y recevoir. Les deux écrous ſont fixés au volet de la fenêtre. On a fait au milieu de cette piéce quarrée, un trou pour y faire entrer une piéce circulaire de bois ou de cuivre B, dont l'épaiſſeur qui

ſort un peu au-delà de la piéce quarrée, contient une rainure peu profonde 2 . [illegible]aſſer une corde de boyau 3, qui ayant fait [illegible] circulaires ſe croiſe ſur une poulie de cuiv[illegible] ; traverſe la piéce quarrée ; par ce moyen, [illegible]ellement la piéce circulaire B, avec tout ce qui y eſt [illegible]hé.

C eſt un tuyau de cuivre, couvert ordinairement de chagrin, lequel entrant à vis au milieu de la piéce circulaire, ſert d'étui au tuyau de cuivre D, qui n'eſt pas couvert, & qui peut s'enfoncer dans cet étui [illegible] retirer plus ou moins ſelon le beſoin. E eſt un tube plus [illegible] longueur d'environ un pouce, fixé au bout du plus grand tube D. F eſt un autre petit tuyau de cuivre, qui doit gliſſer au-deſſus de celui E que l'on vient de décrire. C'eſt à l'extrêmité de ce tuyau que l'on doit faire entrer à vis le microſcope lorſqu'on veut s'en ſervir.

8 eſt une lentille convexe d'environ douze pouces, deſtinée à ramaſſer les rayons du Soleil, & à les faire tomber avec plus de force ſur l'objet. G eſt un miroir oblong, monté dans une boîte de bois ou de cuivre, attaché par une double charnière à la piéce circulaire B, & tournant avec cette piéce par le moyen de la corde de boyau, dont il a été parlé ci-devant.

H eſt un long clou à vis, qui ſaiſit un manche 6 de cuivre, attaché au miroir, & la partie du clou de fer 7 qui eſt ronde, paſſe au travers de la piéce circulaire, pour mettre l'Obſervateur en état d'élever ou d'abaiſſer le miroir, ſelon la hauteur du Soleil, en retirant le clou, ou le pouſſant en dehors. V eſt un anneau de cuivre fixé à l'extrêmité du clou à vis, pour pouvoir s'en ſervir plus commodément.

On attache les extrêmités de la corde de boyau à une cheville de cuivre, pour la faire tourner ſur ſon centre, lorſque la corde eſt trop lâche, ce qui la roidit néceſſairement. Cette cheville n'eſt pas repréſentée dans la figure, parce qu'elle eſt placée derrière.

Lorſqu'on veut ſe ſervir de ce microſcope, on doit rendre la chambre auſſi obſcure qu'il eſt poſſible; car c'eſt de l'obſcurité de la chambre & de la vivacité des rayons du Soleil, que dépendent la clarté & la perfection de l'image. Faiſant enſuite paſſer le miroir G par le trou du volet de la fenêtre, on fixe la piéce quarrée

quarrée à ce volet, par le moyen des deux vis & des deux écrous 1, 1. Cela étant fait, on fera tourner le miroir ſelon l'élévation & la ſituation du Soleil, par le moyen du clou H, de la corde de boyau 3, & de la poulie 4. Car le clou à vis élevant ou abaiſſant le miroir, & la poulie le faiſant tourner à droite ou à gauche, il en réſulte un double mouvement qui peut ſe ménager aiſément, de manière que le miroir prenne la ſituation convenable, c'eſt-à-dire, qu'il réfléchiſſe les rayons du Soleil à travers la lentille 8, ſur l'écran de papier, & qu'il en forme un cercle de lumière exactement rond.

Auſſitôt qu'on voit ce cercle, on eſt ſûr que le microſcope eſt bien dirigé; il faut alors faire entrer à vis le tuyau C dans l'anneau de cuivre qui eſt au milieu de la piéce circulaire B, ayant ſoin de ne pas changer la ſituation du miroir; enſuite vous ferez entrer à vis la lentille au bout de votre microſcope, à la maniere ordinaire; vous en ôterez le verre qui eſt à l'autre bout du petit microſcope, & vous placerez entre les deux plaques de cuivre le gliſſoir qui contient l'objet que vous voulez examiner, comme dans l'uſage ordinaire de ce microſcope.

Les choſes étant ainſi préparées, vous ferez entrer à vis le corps de votre microſcope dans le petit tube de cuivre F, qui gliſſe ſur le petit bout E du tube D, & vous enfoncerez ce tube D plus ou moins, ſelon que votre objet ſera capable plus ou moins de ſoutenir l'ardeur du Soleil. Les objets qui ne ſont pas vivans, peuvent être placés environ à un pouce de diſtance en dedans du foyer de la lentille convexe 8; mais la diſtance doit être moindre pour les objets vivans, ſans quoi ils ſeront bientôt morts.

Si la lumière ne tombe pas exactement ſur l'objet, vous pouvez aiſément l'amener par un petit mouvement du clou à vis & de la poulie, & la diriger vers l'axe de la lentille du microſcope. Le petit tube F, où votre microſcope eſt entré à vis, vous donne la facilité, en le faiſant gliſſer en avant ou en arrière ſur l'autre tube E, de placer vos objets dans la vraie diſtance de leur foyer, ce que vous connoîtrez par la clarté & la netteté de leur image. Vous pouvez auſſi le tourner en rond par le même moyen, ſans craindre le moindre dérangement.

Les meilleures lentilles pour le microſcope ſolaire, ſont les

moyennes entre les plus fortes & les plus foibles, & qui approchent plûtôt de celles-ci que des autres.

Ce microſcope eſt le plus amuſant de tous ceux qu'on a imaginés, & peut-être le plus capable de conduire à des découvertes dans les objets qui ne ſont pas trop opaques, parce qu'il les repréſente beaucoup plus grands qu'on ne peut les repréſenter par aucune autre voie. Il a encore pluſieurs autres avantages ſur les autres microſcopes; les yeux les plus foibles peuvent s'en ſervir ſans aucune fatigue, pluſieurs perſonnes peuvent obſerver en même tems le même objet, en examiner toutes les parties, & s'entretenir enſemble de ce qu'elles ont ſous les yeux; au lieu que dans les autres microſcopes on eſt obligé de regarder par un trou, l'un après l'autre, & ſouvent de voir un objet qui n'eſt pas dans le même jour ni dans la même poſition. Ceux qui ne ſçavent pas deſſiner, peuvent par cette invention, prendre la figure exacte d'un objet qu'ils veulent avoir; ils n'ont qu'à attacher un papier ſur l'écran, & tracer ſur ce papier la figure qui y eſt repréſentée, en ſuivant les traits de cette figure avec une plume ou un crayon.

Il eſt bon de faire remarquer à ceux qui veulent deſſiner beaucoup de figures par ce moyen, qu'ils doivent avoir un chaſſis où l'on puiſſe attacher une feuille de papier & l'en retirer aiſément. Car ſi le papier eſt ſimple, on verra l'image de l'objet preſque auſſi clairement derrière que devant, & en la copiant derriere l'écran, l'ombre de la main n'interceptera pas la lumière, comme il arrive en partie lorſqu'on la copie par-devant.

VI.

Manière de perfectionner la Lanterne magique & le Microſcope ſolaire, par M. *Euler*.

Nouv. Mém. de Peterſbourg, T. III.

Fig. 619. I. SOit F E G, un objet dont on veut avoir l'image diſtincte ſur un papier blanc T V, par l'interpoſition d'une lentille convexe M M; cette image *f e g* ſera renverſée. On

peut conſidérer l'objet F E G comme s'il étoit terminé par un cercle dont le diamètre ſut F G & le centre E. Or 1°. la ſurface de cet objet, du moins celle qui eſt tournée vers la lentille M M, doit être preſque plane, ou n'avoir que très-peu d'élévations & de cavités. 2°. La ſurface qui renvoie à la lentille M M les rayons de lumière, doit être fortement éclairée, ou par les rayons du Soleil, ou par des lampes dont on augmente la lumière par la réflexion des miroirs & par la réfraction des verres convexes.

II. La lentille M M ne doit pas être trop proche de l'objet F E G; autrement l'angle F A G, qui ſe forme au centre de la lentille par les rayons extrêmes de l'objet, ſeroit trop grand; ce qui rendroit les extrémités de l'image *f e g* trop confuſes. M. *Euler* croit que cet angle F A G ne doit pas ſurpaſſer 20 degrés. Ainſi la moitié F A E de cet angle ſeroit de 10 degrés, & la diſtance E A environ $= 6$ E *f*; c'eſt-à dire, qu'il ne faut pas une diſtance moindre, ſi l'on veut éviter la confuſion. Plus la diſtance ſera grande, & plus l'image ſera diſtincte. Il ſuffit néanmoins qu'elle ne ſoit pas au deſſous de 6 E F.

III. Plus on donne d'ouverture à la lentille, & plus l'image *f e g* eſt confuſe; parce que les rayons qui paſſent par l'extrémité de l'ouverture, ne ſe réuniſſent pas à la même diſtance où ſe réuniſſent ceux qui traverſent le milieu de la lentille. Ainſi, afin que cette confuſion ne ſoit pas trop ſenſible, ſoit le demi-diametre de l'ouverture circulaire $= b$, la diſtance focale de la lentille $= f$; il faut que $\frac{bb}{f}$ ne ſurpaſſe pas $\frac{1}{10}$ d'un pouce, ou ſi $f = \frac{1}{10}$ d'un pouce, il faut que b ſoit $< \sqrt{f}$. Plus l'ouverture ſera petite, plus on évitera la confuſion de l'image.

IV. Le tableau T V doit être bien blanc & perpendiculaire à l'axe A E de la lentille. Il faut ſur-tout que ce tableau ſoit placé dans un lieu fort obſcur, afin qu'il ne reçoive point d'autres rayons de lumière, que ceux qui lui viennent de l'objet par la lentille M M. Il faut donc que le ſpectateur ſoit placé dans ce lieu obſcur, & qu'il ne voie l'image que par une petite ouverture. Il pourra même, dans ce lieu obſcur, copier exactement cette image, & en ſuivre tous les traits avec un crayon.

V. On peut au lieu du tableau blanc T V, employer un

verre dont on ait dépoli une ſurface, car elle recevra auſſi bien l'image de l'objet qu'un papier blanc Un ſpectateur placé derrière cette ſurface, verra clairement l'image, & pourra aiſément la copier, ſans craindre d'intercepter les rayons de lumière qui viennent de l'objet, comme il arrive, lorſque le ſpectateur eſt placé entre la lentille & le tableau Mais il faut, dans ce cas, éloigner toute ſorte de lumière de l'endroit où ſe trouve le ſpectateur. Si l'on ſuit avec un crayon tous les traits de l'image ſur ce verre dépoli, & qu'enſuite on applique par deſſus un papier légèrement humecté, on tirera ſur le papier une contrépreuve de l'image Si le lieu où tombe l'image, n'eſt pas aſſez commode, on peut la diriger ailleurs à volonté par le moyen d'un miroir.

VI. Soit le demi diamètre de l'objet, $EF = EG = e$; ſa diſtance de la lentille $EA = a$, qui par l'art II. ne doit pas être moindre que $6e$ Soit la diſtance focale de la lentille $= f$, & le demi-diamètre de l'ouverture $= b < \frac{1}{4}f$ (art. III.) La diſtance Be de l'image ſera $= \frac{af}{a-f}$, & c'eſt là qu'il faudra placer le tableau deſtiné à la recevoir. Donc la diſtance $EA = a$, doit néceſſairement être plus grande que la diſtance focale f de la lentille; autrement Be ſeroit négatif Le demi-diamètre eg de l'image, doit être au demi-diamètre $EF = e$ de l'objet, comme la diſtance Be eſt à AE, donc $ef = eg = \frac{af}{a-f}$.

VII. La clarté de l'image dépend de la clarté de l'objet, de l'ouverture de la lentille $MM = b$, & de la diſtance $Be = \frac{af}{a-f}$; de ſorte que ſi la clarté ou quantité de lumière de l'objet eſt ſuppoſée $= L$, celle de l'image ſur le tableau ſera $= \frac{b}{4(Be)^2}L = \frac{bb}{4}(\frac{1}{f} - \frac{1}{a})^2 L$. Cette quantité eſt à la vérité fort petite; mais on doit ſe ſouvenir que par les expériences de M. *Bouguer*, ſi L marque la clarté des corps éclairés par le Soleil, celle des corps éclairés par la pleine Lune ſera $= \frac{1}{300000} L$. Ainſi on pourra aiſément comparer la clarté de cette image avec celle de la Lune.

VIII. Si l'on veut que la grandeur de l'image ait une raiſon

donnée avec la grandeur de l'objet, dont le demi-diamètre $= e$, ſoit le demi-diamètre de l'image $= n\,e$. On aura $Be = n\,a$, ou $n \times EA$; & l'égalité $Be = \frac{a\,f}{a-f}$ donnera la diſtance focale de la lentille $f = \frac{n\,a}{n+1}$, dont enſuite on trouvera aiſément l'ouverture convenable. Enfin la clarté de l'image ſera $= (\frac{bb}{4(Be)^2})\,L = \frac{bb}{4n^2a^2}\,L$. Mais $bb = s\,f = \frac{n}{n+1}\,s\,a$. Donc la clarté de l'image ſera $= \frac{s}{4n(n+1)a}\,L$, & ainſi la lumière ſera d'autant plus foible, que le produit $n\,a$ ſera plus grand.

IX. A l'aide de ces principes, il ſera facile de conſtruire toutes ſortes de chambres obſcures, microſcopes ſolaires & autres machines du même genre, de manière que dans un lieu obſcur elles repréſentent clairement & diſtinctement les objets ſur un papier blanc. Mais leur conſtruction dépend ſur-tout de la grandeur de l'objet FEG. S'il eſt trop grand, on ne pourra pas le placer dans la chambre obſcure, tant à cauſe du trop grand intervalle entre l'objet & ſon image, qu'à raiſon de la difficulté d'éclairer un ſi grand objet ſans éclairer toute la chambre. Les objets fort petits ont auſſi un inconvénient; comme ils doivent être peu éloignés de la lentille, on ne peut les placer ni les éclairer ſuffiſamment hors de la chambre obſcure.

Première eſpéce de chambre obſcure, pour les objets de ſix pieds de diamètre.

X Le demi-diamètre $EF = EG = e$, ſera donc $= 3$ pieds, ou 36 pouces; ce qui convient aux hommes, aux animaux & autres objets aſſez grands. Car je n'examine point ici les objets qui paſſent cette grandeur, comme les édifices & les vaſtes campagnes, attendu que les chambres obſcures ordinaires ſont aſſez parfaites pour les bien repréſenter. On doit regarder la diſtance de ces ſortes d'objets comme infinie, & toutes les lentilles ſont propres à les repréſenter, pourvu que le tableau ſoit placé à leur foyer. L'image ſera d'autant plus petite, que le foyer ſera Fig. 620.

plus court, & la clarté d'autant moindre que le foyer ſera plus long.

XI. Le demi-diamètre e étant $=3$ pieds, la diſtance E A ſera au moins de 18 pieds, ou $EA = a = 18$ pieds. Ainſi l'objet F E G doit être placé hors de la chambre obſcure RSVT, afin qu'il ſoit ſuffiſamment éclairé, ſoit par les rayons du Soleil, ou par une grande quantité de lumière $= L$. Cet objet étant aſſez grand, ſon image doit lui être égale, ou $n = 1$. Par conſéquent la diſtance focale de la lentille M M, doit être $f = 9$ pieds, ou 108 pouces, le demi-diamètre b de l'ouverture $=$ 1 pouce; ce qui donnera une image renverſée $f e g$, de grandeur naturelle, à la diſtance B $e = 18$ pieds, dont la clarté ſera $= \frac{1}{4.18^2.12^2} L = \frac{1}{186624} L$.

XII. Par conſéquent, ſi cet objet eſt éclairé par le Soleil, la clarté de l'image ſurpaſſera celle d'un objet éclairé par la pleine Lune; puiſque la clarté de la Lune eſt à celle du Soleil, comme 1 à 250000 Que ſi l'on trouve cette lumière trop foible, il faudra augmenter l'ouverture de la lentille, & faire ſon demi-diamètre 1 ½ fois plus grand, ce qui doublera la clarté de l'image. Mais dans ce cas, il vaudroit mieux rendre plus petite l'image, qui ſeroit non-ſeulement plus claire avec la même lentille, mais encore plus diſtincte.

XIII. Suppoſons donc la même lentille M M, dont la diſtance focale $f = 9$ pieds, & la demi-ouverture $b = 1$ pouce, & qu'on ſe propoſe de rendre l'image quatre fois moindre, ou ſon demi-diamètre $=$ ¼ pieds. Il faut prendre B $e = \frac{1}{4} a = \frac{9a}{a-9}$; ce qui donne la diſtance E A de l'objet à la lentille $= a = 27$ pieds, & dans la chambre obſcure, on placera le tableau à la diſtance B $e = 13\frac{1}{2}$ pieds. Alors la clarté de l'image ſera $= \frac{bb}{4.Be^2} L = \frac{1}{4.162^2} L = \frac{1}{104976} L$, c'eſt-à-dire, preſque double du cas précédent.

XIV. Si nous employons une lentille d'un moindre foyer, nous aurons plus de clarté. Car ſoit encore E A $= a = 18$ pieds, parce qu'on ne peut pas prendre une moindre diſtance, à peine de rendre la confuſion de l'image trop ſenſible. Soit $ef = \frac{1}{2}$ E F,

ou $n = \frac{1}{3}$, afin que la distance B e de l'image à la lentille dans la chambre obscure soit = 9 pieds, la distance focale f de la lentille sera = 6 pieds, & l'ouverture convenable aura son demi-diamètre b = 1 pouce. Ainsi la clarté de l'image sera = $\frac{1}{46656}$ L, & par conséquent presque double du cas précédent; & si l'objet est éclairé par le Soleil, la clarté de l'image sera cinq fois plus forte que celle d'un objet éclairé par la pleine Lune.

Seconde espéce pour les objets d'un pied de diamètre.

XV Soit E F = 1 pied ou 6 pouces; ce qui convient aux têtes, aux parties des animaux, aux plantes &c La distance de ces objets à la lentille ne peut pas être au-dessous de trois pieds. Ainsi E A = a = trois pieds. Cette distance n'empêche pas que l'objet ne soit éclairé pendant le jour de la lumière du Soleil, & pendant la nuit de plusieurs lampes placées hors de la chambre obscure. Mais si on ne peut pas exposer l'objet directement aux rayons du Soleil, on peut du moins les réfléchir sur l'objet par le moyen des miroirs. Il est bon aussi pendant la nuit d'employer des miroirs, plans, ou concaves, pour réfléchir avec plus de force la lumière des lampes. Il faut encore que les lampes soient placées par côté, ensorte que leurs rayons directs ne puissent pas tomber sur la lentille.

XVI. Que si l'on veut que le demi-diamètre $e f = e g$ de l'image soit de $\frac{1}{6} n$ pieds, ou de 6 n pouces, la distance B e sera = 3 n pieds, ou 36 n pouces, & la distance focale f de la lentille = $\frac{3n}{n+1}$ pieds; & faisant $\delta = \frac{1}{50}$ pouce, le demi-diamètre b de l'ouverture sera = $\sqrt{\frac{36n}{50(n+1)}}$ pouces, & la clarté de l'image = $\frac{1}{7200n(n+1)}$ L. On aura donc la Table suivante.

	f	b	B e	Clarté de l'im.
$n = 3$	27 pouces	0, 73 pouces	108 pouces	$\frac{1}{86400}$ L
$n = 2$	24	0, 69	72	$\frac{1}{43200}$ L
$n = 1$	18	0, 60	36	$\frac{1}{14400}$ L
$n = \frac{2}{3}$	$14\frac{2}{5}$	0, 54	24	$\frac{1}{8000}$ L
$n = \frac{1}{2}$	12	0, 49	18	$\frac{1}{4800}$ L

Fig. 611. XVII. Soit FEG un objet qu'on veut éclairer avec des lampes, de manière qu'aucun rayon de lumière ne puiſſe tomber ſur la lentille MM. Menez les droites FM, GM, & enfermez la lentille ſelon leurs directions dans le tube NMMN, pour en écarter toute lumière étrangère. Il faut donc placer au-delà du tube & des droites FN, GN, toutes les lampes en L, *l*, *l*, *l*, à volonté. Plus on en mettra, & plus l'objet ſera éclairé. Il ſera même bon de noircir l'intérieur du tube, afin que la lumière qui en ſeroit réfléchie, ne nuiſe pas à la repréſentation, & quoique la diſtance EA de l'objet à la lentille, ſoit déterminée dans le cas préſent, c'eſt-à-dire, qu'elle ſoit fixée à 3 pieds, il ſera cependant à propos de rendre la lentille un peu mobile, afin qu'on puiſſe l'approcher ou l'éloigner de l'objet.

XVIII. On peut beaucoup augmenter la clarté de l'objet, par le moyen de pluſieurs miroirs qui équivaudront à un grand nombre de lampes. Car ayant mené ſur l'axe EA de part & d'autre, les droites EI, EI, ſous un angle à peu près demi-droit, on placera de chaque côté, à la diſtance LI d'environ trois pouces, deux miroirs concaves DIC, afin que le voiſinage de la flamme ne les terniſſe pas. Les lampes L, L, étant placées aux foyers des miroirs, leurs rayons en ſeront renvoyés paralleles ſur l'objet, & ils l'éclaireront parfaitement, s'ils ſont auſſi grands que l'objet; mais s'ils ſont moindres, il faut que leur diſtance focale ſurpaſſe un peu l'intervalle LI, afin que les rayons réfléchis devenant un peu divergents, couvrent tout l'objet. Par ce moyen, deux ou quatre lampes ſuffiront pour fournir à l'objet une lumière très-vive.

Troiſiéme eſpéce, pour les objets de deux pouces de diamètre.

XIX. Cet inſtrument, eu égard à la grandeur des objets auxquels il eſt deſtiné, reſſemblera beaucoup à la lanterne magique ordinaire, excepté que dans celui-ci on doit éclairer la ſurface antérieure de l'objet, & qu'il n'eſt pas néceſſaire qu'il ſoit tranſparent. Il ſera propre à repréſenter les parties des animaux & des plantes, & même les petits animaux & les petites plantes en entier. Car *e* étant = 1 pouce, la diſtance EA = *a* ſera au moins de ſix pouces. Il faudra même la prendre un peu plus grande

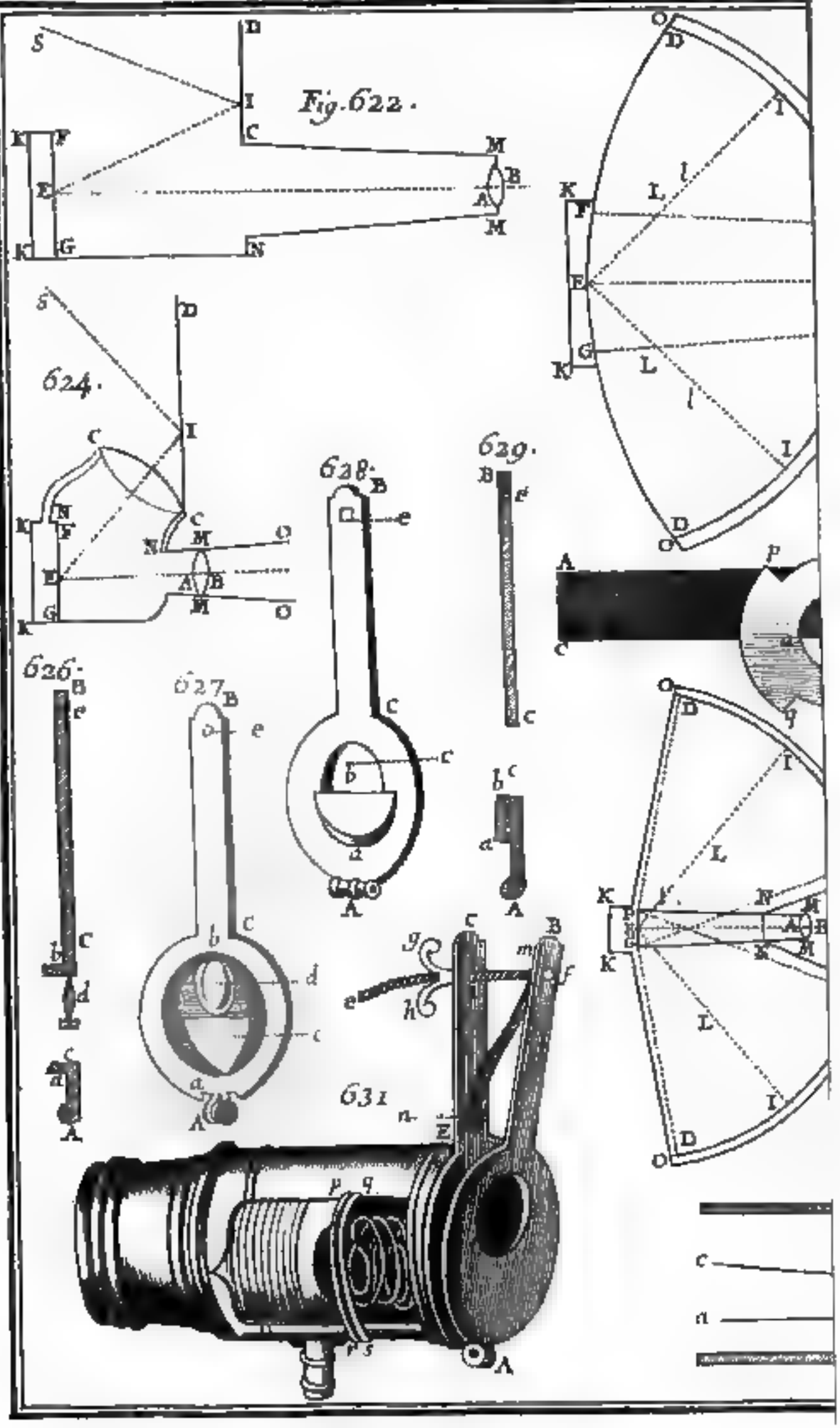


Fig. 622.
624.
628.
629.
626.
627.
631.

grande, pour mieux éviter la confuſion. Soit donc $a = 9$ pouces, & le demi-diamètre de l'image $= n$ pouces; ce qui donne la diſtance focale $f = \frac{9n}{n+1}$ pouces, & l'image ſera diſtincte à la diſtance $Be = 9n$ pouces. Enfin la clarté de l'objet étant $= L$, le demi-diamètre b de l'ouverture $= \sqrt{\delta f} = \sqrt{\frac{9n}{50n(n+1)}}$ pouces, la clarté de l'image ſera $= \frac{1}{1800n(n+1)}$ L, ce qui donne la table ſuivante.

	f	b	Be	Clarté de l'image.
$n = 1$	$4\frac{1}{2}$ pouces	0, 30 pouces	9 pouces	$\frac{1}{3600}$ L
$n = 2$	6	0, 35	18	$\frac{1}{10800}$ L
$n = 3$	$6\frac{3}{4}$	0, 37	27	$\frac{1}{21600}$ L
$n = 4$	$7\frac{1}{5}$	0, 38	36	$\frac{1}{36000}$ L
$n = 5$	$7\frac{1}{2}$	0, 39	45	$\frac{1}{54000}$ L
$n = 6$	$7\frac{5}{7}$	0, 39	54	$\frac{1}{75600}$ L
$n = 7$	$7\frac{7}{8}$	0, 40	63	$\frac{1}{100800}$ L

XX. Par conſéquent ſi l'objet eſt éclairé par les rayons du Soleil, ſon image ſera beaucoup plus claire que n'eſt un objet éclairé par la pleine Lune. Il faut alors que l'objet F E G placé en dehors de la chambre obſcure, ſoit tourné vers le Soleil, & tellement ſitué par rapport à la lentille M M, au moyen du tube N M M C, que l'autre face B de la lentille tourne en dedans de la chambre obſcure Il faut auſſi fixer un miroir C I D au point C du tube, à la diſtance de 5 à 6 pouces de l'objet, & que la largeur de ce miroir ſoit de plus de 2 pouces, ſur une longueur C D beaucoup plus grande, afin qu'à quelque hauteur que ſoit le Soleil S, ſes rayons puiſſent être réfléchis par le miroir ſur l'objet. Il faut pour cela que le miroir ſoit mobile autour du point C, afin de pouvoir toujours le tourner aiſément vers le Soleil. Si l'on applique ce méchaniſme aux chambres obſcures portatives, on ſera toujours en état d'en faire uſage, en quelque endroit que le Soleil puiſſe ſe trouver. Fig. 612.

XXI. Mais ſi l'on veut pouvoir toujours former ces images dans la chambre obſcure, même lorſque le Soleil ne brille pas, Fig. 613.

il faudra avoir une machine ſemblable à la lanterne magique, dans laquelle on éclairera l'objet F E G avec des lampes L, *l*, & des miroirs C I D. Dans celle-ci, les aîles N O doivent être plus grandes que dans celle qu'on vient de décrire ; & comme les lampes ſeront plus proches de l'objet, & qu'on pourra y employer des miroirs plus grands que l'objet, afin qu'il ſoit tout éclairé par des rayons convergents, il en réſultera une clarté beaucoup plus grande Il ſeroit bon d'y employer des miroirs paraboliques, dont la diſtance focale fût un peu moindre que L I, ou *l* I. Plus ces miroirs ſeront grands, plus la lumière ſera forte Il ſeroit auſſi à propos de rendre les miroirs ou les lampes mobiles, afin de pouvoir plus aiſément en faire réfléchir tous les rayons ſur l'objet ; par ce moyen on peut réunir ſur l'objet une très-grande quantité de lumière.

Quatrième eſpéce, pour les objets de deux lignes de diamètre.

XXII. Cet inſtrument tiendra lieu de microſcope ſolaire, puiſqu'on pourra placer dans le cercle dont le diamètre F G = 2 lignes $= \frac{1}{6}$ pouce, tous les objets que l'on eſt en uſage d'examiner avec les microſcopes. Or comme E F = E G = $e = \frac{1}{12}$ pouce, on prendra l'intervalle E A = a = 1 pouce, & ſi le demi-diamètre de l'image = ef = eg doit être = ne = $\frac{n}{12}$ pouce, la diſtance B e de l'image à la lentille ſera = n pouces. Il ſera à propos d'employer une lentille dont la diſtance focale ſoit $f = \frac{n}{n+1}$ pouces, à laquelle donnant une ouverture dont le diamètre $b = \sqrt{\frac{n}{30(n+1)}}$, la clarté de l'image ſera $\frac{1}{20cn(n+1)}$ L. Si l'ouverture eſt plus grande ou plus petite, la clarté augmentera ou diminuera à proportion. Les différentes valeurs de n fourniſſent la Table ſuivante.

	f	*b*	B *e*	Clarté de l'image.
$n = 5$	$\frac{5}{10}$ pouces	0, 13 pouces	5 pouces	$\frac{1}{6700}$ L
$n = 6$		0, 13	6	$\frac{1}{8470}$ L
$n = 7$		0, 13	7	$\frac{1}{11300}$ L
$n = 8$		0, 13	8	$\frac{1}{14400}$ L
$n = 9$		0, 13	9	$\frac{1}{17000}$ L
$n = 10$		0, 13	10	$\frac{1}{22000}$ L
$n = 12$		0, 14	12	$\frac{1}{31200}$ L
$n = 14$		0, 14	14	$\frac{1}{43000}$ L
$n = 16$		0, 14	16	$\frac{1}{54400}$ L
$n = 18$		0, 14	18	$\frac{1}{68400}$ L
$n = 20$		0, 14	20	$\frac{1}{84000}$ L

XXIII. Si nous voulons que l'objet ſoit éclairé par le Soleil, il faut placer la lentille M M dans un petit tube N O O, pour qu'on puiſſe l'enfoncer plus ou moins dans la chambre obſcure. Enſuite on lui adaptera le miroir D I C, de manière qu'il réfléchiſſe les rayons du Soleil ſur l'objet, & afin d'augmenter encore cette lumière, on interpoſera une lentille convexe C C, qui réunira ſur l'objet les rayons réfléchis. Fig. 614.

XXIV. On peut auſſi éclairer fortement l'objet avec des lampes, en donnant à la machine la forme d'une lanterne magique, qui auroit deux aîles O O. On placera dans ces aîles deux miroirs concaves C I D, qui renvoient tous les rayons des lampes L, *l* ſur l'objet à leur foyer. Le mieux ſeroit que les miroirs fuſſent elliptiques, pour mettre l'objet dans l'un de leurs foyers, & les lampes dans l'autre. L'objet étant fort petit, il ſera aiſé de l'éclairer tout entier. Fig. 615.

XXV. On voit aſſez que l'on peut diverſifier d'une infinité de manières ces quatre inſtrumens, ſelon les différents objets auxquels on les deſtine, & que ces inventions de M. *Euler* remédient aux défauts de la lanterne magique & du microſcope ſolaire. Ces défauts, ſont 1°. que ces deux inſtruments, conſtruits à l'ordinaire, ne peuvent repréſenter que les objets tranſparens, qui ne ſont pourtant éclairés que d'un ſeul côté. Il faut donc y renoncer pour les objets opaques, & ils repréſentent même imparfaitement les objets tranſparens, parce que cette tranſparence

étant toujours imparfaite & ordinairement inégale, il en réſulte de la confuſion & de l'obſcurité dans l'image. 2°. Pluſieurs rayons de lumière qui pénétrent l'objet, ſont non-ſeulement inutiles, mais nuiſibles à la peinture, parce qu'elle ne devroit être formée que des rayons propres à l'objet. Cette lumière étrangere affoiblit beaucoup l'image, en mêlant l'image du Soleil avec celle de l'objet. 3°. La différente réfrangibilité des rayons de lumiere, produit des couleurs dans l'image, comme on le remarque ſurtout dans le microſcope ſolaire, & l'image eſt mal terminée. 4°. On donne aux lentilles trop d'ouverture & à l'objet trop d'étendue, ce qui fait encore que l'image eſt mal terminée.

XXVI. L'inventeur du Microſcope Solaire, M. *Liberkhun*, ayant appris que M. *Euler* avoit fait conſtruire avec beaucoup de ſuccès une Lanterne Magique, propre à repréſenter des objets opaques, s'eſt appliqué à perfectionner ſon microſcope ſolaire, & il en a fait un qui repréſente les objets opaques. M. *Æpin* nous aſſure, dans le 9e Vol. des nouveaux Mémoires de Petersbourg p. 316, qu'il a vu cet inſtrument peu de tems avant la mort de ſon Auteur, & qu'il lui parut d'abord n'avoir rien de commun avec l'ancien microſcope ſolaire. Mais il ajoute que n'ayant pas eu la précaution d'en prendre une deſcription exacte, il en a imaginé un autre qu'il eſt facile d'adapter au microſcope ordinaire, & qui peut ſervir pour les objets opaques. Les figures 626 — 631. 27, 28, 29, 30, 31, 32, en contiennent tout le développement.

Fig. 626.

La fig. 626 repréſente le profil, & la figure 627 le plan de la piéce B A, que l'on voit obliquement dans la fig. 631.

La fig. 628 repréſente le plan & la fig. 629 le profil de la 2e piéce A C que l'on voit dans la fig. 631.

On voit dans la 1ere piéce A B (fig. 627) un anneau *a b* de cuivre, dans lequel ſe place l'objectif du microſcope. L'aire intérieure de cet anneau eſt percée de deux trous, dont l'inférieur *e* eſt un demi-cercle égal à la moitié de l'aire, & le ſupérieur *d* eſt un cercle, dont le diamètre eſt la moitié du diamètre de l'aire. Il ſert à écarter les rayons de lumière trop obliques, & il porte en dedans un petit tube de métal de même diamètre, & long environ d'un demi-pouce, ou un peu plus. La lentille eſt arrêtée dans ce tube, elle a 5 ou 6 lignes de foyer.

Au bas de cette piéce eſt une charnière A, qui la joint à la

2e pièce, & en haut, elle porte le bras C B percé en *e* pour recevoir la vis *f e* (fig 631.)

La 2e piéce A B eſt ſemblable à la première, & n'en diffère que par un miroir plan *a b*. Ce miroir eſt coupé en demi-cercle, de manière qu'il puiſſe remplir exactement l'ouverture demi-circulaire *c* de la 1ere piéce (fig. 627). Il faut qu'il puiſſe s'élever & s'abaiſſer d'environ 15 ou 20 degrés, en tournant autour de *b*.

Au-deſſus de ce miroir, on a percé la lame A C d'un trou elliptique *c* auſſi grand qu'il a été poſſible. Le grand axe de cette ellipſe eſt vertical, & l'axe conjugué horizontal.

Ces deux piéces ſe joignent enſemble par une charnière A (fig. 631) qui leur laiſſe la liberté de s'approcher ou de s'éloigner l'une de l'autre par en haut. On fait paſſer par les trous *i* & *f* une vis *f e* un peu courbe, à laquelle on applique l'écrou *g h*, avec un reſſort *m n* entre les deux piéces, pour incliner plus ou moins le miroir arrêté dans la piéce A B.

On voit dans la fig. 631 l'arrangement de toutes ces piéces. La fig. 632 en montre l'uſage Les rayons du Soleil traverſent la grande lentille qui eſt à l'extrêmité du microſcope à main gauche, & forment un cone de lumière *c d b a* ſur le milieu du miroir *m n* ; à meſure qu'on lache ou qu'on amene l'écrou *g h*, on donne au miroir l'inclinaiſon convenable pour faire tomber ſur l'objet *e f*, ce cone lumineux, ou l'image diſtincte du Soleil, autant qu'il eſt poſſible. Les rayons qui reviennent de l'objet ainſi éclairé, tombent ſur la petite lentille objective K, & traverſant le trou elliptique en *r*, ils vont à quelques pieds de diſtance, former ſur un papier blanc une peinture très-diſtincte de l'objet.

Il faut avoir deux lames ſemblables à celles A B C D de la fig. 630, pour y fixer les objets. L'une doit être noire d'ébene, & l'autre blanche d'ivoire, ſelon la couleur des objets. On les attache à ces lames avec de la cole, parce que le verre ou le talc les défigure, & que les images ſont plus nettes lorſque l'objet eſt éclairé immédiatement par les rayons du Soleil.

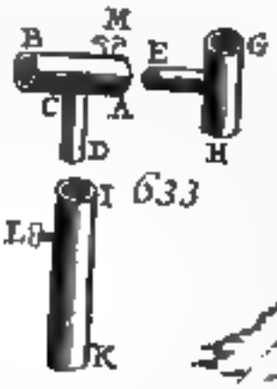
La lame A B C D s'inſinue entre les lames *p r*, *q s* (fig. 631) ou *p q r s* (fig. 630), de manière que la moitié *a b s* de l'ou-

verture circulaire reſte ouverte, pour laiſſer paſſer les rayons du Soleil *a b*, *c d* (fig 632), afin qu'ils puiſſent arriver tous au miroir *m n*, & l'autre moitié *a b d* en deſſus doit être couverte par la lame A B D C (fig. 630) qui porte avec elle l'objet en *m*.

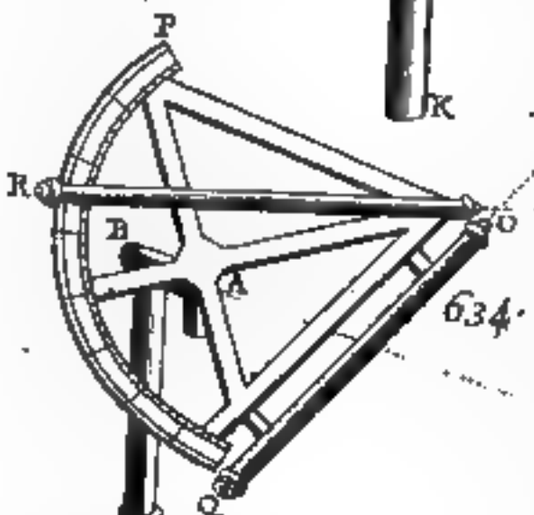
On n'a employé juſqu'ici au microſcope ſolaire qu'une ſeule lentille objective. L'Auteur ſe propoſe d'en employer pluſieurs. On ſçait que le champ d'une ſeule lentille eſt indéfini, & que par conſéquent l'image ne repréſente pas uniquement l'objet, mais tous les environs, ce qui introduit dans la chambre obſcure beaucoup de lumière inutile & même nuiſible. Au lieu qu'en employant deux lentilles dans un petit tuyau, où leurs foyers ſe réuniſſent, on a un anneau circulaire bien terminé, & il n'entre dans la chambre obſcure que les rayons qui ſervent à peindre l'image de l'objet. C'eſt pour cela uniquement que les lanternes magiques qui ont deux lentilles, ſont beaucoup plus parfaites que celles qui n'en ont qu'une ſeule.

L'Auteur aſſure qu'il n'a rien vu de ſi beau que les peintures que donne ce nouveau Microſcope, rien qui reſſemble mieux à l'objet même prodigieuſement aggrandi, & qui en rende plus parfaitement les enfoncemens & le relief; ce que ne ſçauroit faire l'ancien Microſcope ſolaire dans les objets tranſparens. Il eſt vrai que ce nouveau Microſcope pour les objets opaques ne peut pas les aggrandir autant que l'ancien, parce que l'objet opaque ne reçoit pas autant de lumière que les objets tranſparens. Il faudroit pour cela réunir preſque en un même point, une grande quantité de rayons du Soleil, ce qui brûleroit les objets; car la chaleur augmente en même raiſon que la lumière.

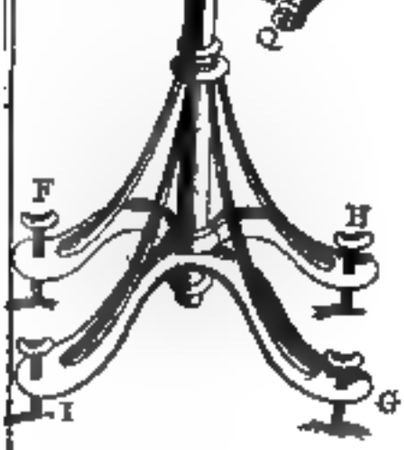
637.

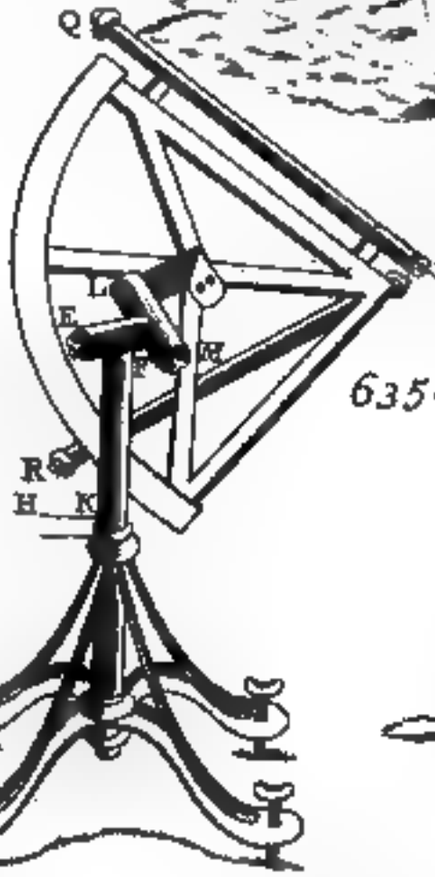


633

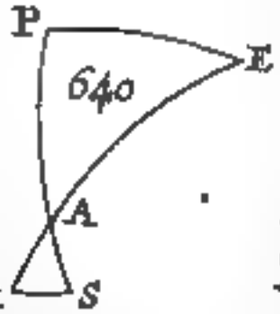


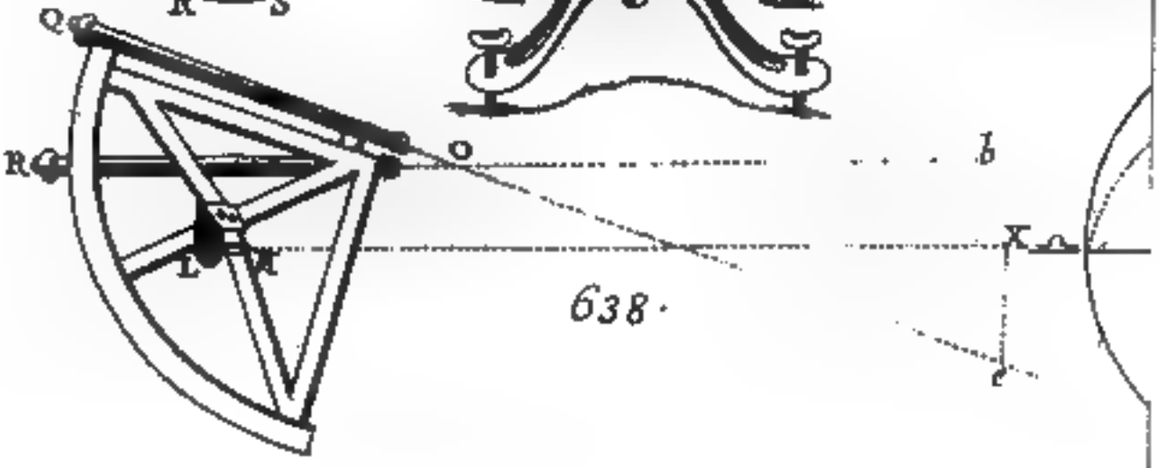
634.





635.





638.

VII.

Nouvelle manière de meſurer avec beaucoup de facilité la diſtance angulaire des Aſtres, & en général tous les angles qui ſont dans des plans fort inclinés.

MR. *Bouguer* dans ſon Livre intitulé, *Figure de la Terre*, p 74, dit qu'on a quelquefois employé deux ou trois heures à meſurer un ſeul angle avec le quart de cercle aſtronomique armé d'un double genouil. I K eſt le haut du pied de l'inſtrument. C'eſt un tuyau de fer qui reçoit la tige C D du genouil, cette tige eſt arrêtée perpendiculairement au cylindre B A. On peut pointer ce cylindre vers tous les côtés de l horizon, en faiſant tourner cette tige dans le canon I K, lorſqu'elle n'eſt pas preſſée par la vis L. Le cylindre A B qui eſt creux, reçoit le cylindre ſolide E F, qui forme avec le ſecond cylindre creux G H, la ſeconde partie du genouil. En faiſant tourner le cylindre E F dans le cylindre creux A B, on donne au cylindre G H tous les mouvements poſſibles autour de l'axe de B A ou E F, en lâchant la vis M. Enfin le quart de cercle a un cylindre ſolide fortement attaché à ſon revers à peu près dans ſon centre de gravité Ce cylindre doit être exactement perpendiculaire au plan de l'inſtrument; il doit entrer dans le cylindre creux G H, & y tourner librement. Fig. 613. Fig. 614. Fig. 613.

Si l'on dirige le genouil A B ou E F vers un point Z de l'horizon, on ne pourra plus incliner le quart de cercle dans une direction oblique à l'horizon; mais ſi l'angle SOX, qu'on veut meſurer, eſt fort oblique à l'horizon, on dirigera le genouil B A vers quelque point Z de la ligne S X qui joint les deux objets S & X dont on veut prendre la diſtance. Enſuite on fera rouler le quart de cercle dans le cylindre B A pour achever de le mettre dans le plan des deux objets S & X; & lorſque l'un des objets S paroîtra au centre de la lunette fixe Q O, on pourra diriger la lunette mobile R O vers le ſecond objet X, & l'arc R Q déterminera la diſtance angulaire des deux objets. Fig. 614.

C'eſt ce qu'on a trouvé de mieux pour meſurer avec le quart de cercle aſtronomique un angle SOX dans un plan incliné.

Il eſt aſſez difficile de diriger promptement le genouil BA vers un point Z, de la ligne SX, ſur-tout ſi S & X ſont deux étoiles fort éloignées l'une de l'autre. Si le genouil eſt horizontal, on ne trouvera pas aiſément dans l'horizon un point Z qui ſoit dans la ligne SX prolongée, ſur-tout pendant la nuit. Il faudra donc placer le cylindre BA dans la direction de deux vis oppoſées F & G du quart de cercle, & enſuite par le moyen de ces deux vis, abaiſſer le pied F, & élever le pied G de l'inſtrument, juſques à ce que BA ſoit dirigé vers un point viſible placé dans la ligne SX, par exemple, vers une troiſiéme étoile Z, qui ſe trouvera par hazard dans cette ligne : il faudra encore caler l'inſtrument par le moyen des deux autres vis I & H. Cette opération, comme on le voit, eſt aſſez longue, & ſi l'une des deux étoiles S & X eſt une planete, la 3e. étoile Z ne ſera plus dans la ligne SX.

Le défaut de nos quarts de cercle conſiſte uniquement en ce
Fig. 615, 616. que le cylindre ſolide qui roule dans le cylindre creux GH, eſt perpendiculaire au plan de l'inſtrument. Je l'ai rendu parallele, non-ſeulement à ce plan, mais encore à l'axe de la lunette fixe QO. Par ce moyen, en dirigeant la lunette fixe vers l'objet X, on eſt aſſuré que le cylindre LM eſt dirigé vers cet objet, ou dans une ligne parallele au rayon viſuel QOX. D'où il ſuit qu'en faiſant tourner l'inſtrument autour de l'axe LM, qui eſt peu éloigné de l'axe QO de la lunette fixe, l'objet X ne s'écartera pas ſenſiblement du centre de la lunette, pour peu que cet objet ſoit éloigné, parce que la diſtance de ces deux paralleles eſt inſenſible par rapport à la grande diſtance OX. On pourra donc avec une grande facilité & ſans aucun tâtonnement placer le quart de cercle dans le plan SOX, & diriger l'alidade RO vers l'objet S, dont on veut connoître la diſtance angulaire à l'objet X.

Fig. 614. On pourra par ce moyen placer un quart de cercle fort exactement dans le plan du méridien. Car, ſoit le tuyau FK arrêté fortement au mur par une traverſe KH un peu plus longue que EF ; ſoit une colonne X qu'on aura placée dans le méridien, comme le Pilier de Montmartre, à Paris. Viſez au centre

centre de cette colonne avec la lunet fixe QO, ce qui ſe fait par le mouvement du quart de cercle autour des cylindres EF & FK, ſans qu'il ſoit néceſſaire que EF ſoit exactement horizontal ou FK vertical. Arrêtez par de fortes vis ces deux mouvemens, enſorte que l'axe LM ſoit invariable. Faites enſuite tourner l'inſtrument autour de LM, juſques à ce que la lunette mobile RO rencontre une étoile ou quelqu'autre point S dans le plan du méridien, & qui ſoit aſſez élevé au-deſſus de la tour X. Le plan ROQ ſera exactement dans le plan du méridien, ſi les axes QO, RO des deux lunettes ſont exactement paralleles au plan du quart de cercle. C'eſt à quoi l'on ne peut parvenir que par hazard, lorſque le cylindre LM, au lieu d'être parallele, eſt perpendiculaire au plan du quart de cercle, comme dans la Fig. 634.

Pour pouvoir rendre le cylindre LM exactement parallele à la lunette QO, on a arrêté ce cylindre par quatre fortes vis ſur une piéce de fer recourbée *abcdef*. La partie recourbée *abfg* de cette piéce de fer doit être parallele à l'axe du cylindre LM, afin que cet axe ſoit parallele au plan de l'inſtrument; il faut l'attacher aux environs du centre de gravité du quart de cercle par deux vis *h* & *i*, dont l'une *i* roule dans un trou ovale, pour pouvoir donner un petit mouvement à tout l'inſtrument autour de l'axe LM. Fig. 636, 637.

Lorſqu'on veut rendre l'axe de la lunette fixe QO exactement parallele à l'axe LM, on viſe à un objet X fort éloigné, & l'on fait tourner l'inſtrument autour de LM. Si la lunette fixe eſt parallele à LM, le point X paroîtra toujours dans le centre de la lunette; s'il paroît au-deſſous du centre, après une demi-révolution autour de LM, par exemple, en *e*, c'eſt une preuve que l'objectif O eſt trop proche du point M de l'axe LM: il faut donc le relever, en faiſant mouvoir l'inſtrument dans le trou ovale, pour écarter le point M du point O. On fera tout le contraire lorſque l'objet X paroîtra au-deſſus du centre de la lunette ou de l'interſection des fils. Lorſqu'on aura trouvé, après quelques eſſais, que X ne s'écarte plus du centre, on arrêtera fortement la vis *s* par le moyen de ſon écrou, & l'on marquera un repaire pour Fig. 638. Fig. 637.

corriger l'écart que produiſent les vis, lorſqu'on les arrête avec force.

Ces deux vis ne ſuffiſent pas ; il en faut encore deux autres dans une direction perpendiculaire à la ligne qui joint les deux premières, pour empêcher que le poids de l'inſtrument ne dérange ce parallélisme.

S'il arrive que dans ces eſſais, l'objet X ne s'écartant plus du fil horizontal de la lunette, s'écarte néanmoins du fil vertical, on ſera aſſuré que l'axe du cylindre L M n'eſt pas parallele au plan de l'inſtrument : il faudra donc l'approcher ou l'éloigner de la partie recourbée *abcfg* par le moyen des quatre vis que l'on voit au-deſſus de *de*, & de quelques viroles plus ou moins épaiſſes. Si ces viroles ſont appliquées aux vis inférieures, elles inclineront L M vers le plan *abc* ; ſi elles ſont appliquées aux vis ſupérieures, elles écarteront ce cylindre du plan *abc*.

Lorſqu'on ſera parvenu par ces différents eſſais à rendre l'axe du cylindre L M exactement parallele au plan de l'inſtrument & à l'axe de la lunette, il faudra l'affermir dans cette poſition, afin que l'inſtrument ne puiſſe plus ſe déranger dans le tranſport d'un lieu à un autre.

Cela ne diſpenſe pas l'Obſervateur de vérifier de tems en tems ſon quart de cercle, qui pourra ſouffrir quelque petit dérangement, qu'il faudra corriger.

VIII.

Nutation de l'axe de la Terre.

Découverte de la nutation de l'axe de la Terre par M. *Bradley* en 1747.

I. LES Obſervations de M *Bradley*, continuées pendant 20 ans, le déterminerent à donner au Public une nouvelle découverte. Il ſuit, dit-il, de mes Obſervations continuées depuis 1727 juſques à la fin de 1747, que quelques étoiles placées dans le colure des ſolſtices ont changé leurs déclinaiſons de 9 à 10 ſecondes moins que la préceſſion moyenne des équinoxes qui eſt de 50 ſecondes, n'auroit dû l'exiger, & que dans le même tems d'autres étoiles placées auprès du

colure des équinoxes ont changé les leurs de la même quantité plus que la même préceſſion n'auroit dû l'occaſionner. Il ſemble que le pole Nord de l'Equateur s'eſt approché des étoiles qui arrivent au méridien avec le Soleil vers l'équinoxe du printems & le ſolſtice d'hyver, & qu'il s'eſt éloigné de celles qui ſont arrivées au méridien avec le Soleil vers l'équinoxe d'automne & le ſolſtice d'été.

Faiſant attention à ces circonſtances & à la ſituation du nœud aſcendant de l'orbite de la Lune, dans le tems où M. *Bradley* commença ſes Obſervations, il ſoupçonna que l'action de la Lune ſur les parties de l'Equateur terreſtre devoit produire ces variations. Car ſi la préceſſion des équinoxes, ſelon les principes de Newton, eſt occaſionnée par les actions du Soleil & de la Lune ſur l'Equateur, parce que le plan de l'orbite de la Lune eſt dans un tems incliné de 10 degrés au plan de l'Equateur plus que dans un autre tems; il s'enſuit que la partie de toute la preceſſion annuelle, qui réſulte de l'action de ces deux planétes, doit varier en différentes années, tandis que le plan de l'écliptique où eſt le Soleil, conſerve toujours à fort peu près la même inclinaiſon à l'Equateur. La partie de la préceſſion des équinoxes qui vient de l'action du Soleil, peut donc reſter la même, & la préceſſion moyenne annuelle qui vient des actions réunies du Soleil & de la Lune étant de 50″, la préceſſion annuelle *apparente* doit quelquefois ſurpaſſer cette quantité moyenne, & quelquefois en être ſurpaſſée, ſelon les différentes poſitions des nœuds de l'orbite de la Lune.

L'an 1727, qui fut l'époque des Obſervations de M *Bradley* en ce genre, le nœud aſcendant de la Lune étoit proche du commencement du Belier, & par conſéquent ſon orbite étoit autant inclinée à l'Equateur qu'elle pouvoit l'être. Il trouva par les obſervations de cette première année, que la préceſſion annuelle *apparente* étoit plus grande que la préceſſion *moyenne*; car il vit que les étoiles qui ſont auprès du colure des équinoxes, & dont les déclinaiſons ſont plus affectées de la préceſſion que celles des autres étoiles, avoient changé les leurs d'environ $\frac{1}{10}$ plus que la préceſſion de 50″ n'auroit dû l'occaſionner. Les obſervations de l'année ſuivante prouverent la même choſe, & au bout de trois ou quatre ans la différence devint ſi grande, qu'il

ne fut pas poſſible de ſoupçonner qu'elle pût venir ou des inſtruments ou des obſervations Mais quelques-unes des étoiles qu'il avoit obſervées auprès du colure des ſolſtices, ayant paru ſe mouvoir, pendant le même tems, tout au contraire de ce qu'elles auroient dû faire par un accroiſſement de la préceſſion, & leurs déviations étant auſſi remarquables que celles des autres étoiles, il crut qu'il falloit quelque choſe de plus qu'un ſimple changement dans la quantité de la préceſſion, pour ſauver cette partie du *phénomène*. En comparant les obſervations des étoiles placées auprès du colure des ſolſtices, & preſque oppoſées en aſcenſion droite, il trouva qu'elles étoient également affectées de cette cauſe, car tandis que le γ du Dragon paroiſſoit s'être mû au Nord, la petite étoile, qui eſt la 35ᵉ *camelopardi* d'Hevelius dans le Catalogue britannique, parut s'être avancée autant vers le Sud, ce qui indique une nutation dans l'axe de la Terre. L'égalité de ces deux mouvements ne peut venir que du mouvement de la lumière, mais leur oppoſition prouve la nutation de l'axe de la Terre. On trouve la même choſe dans les autres étoiles qui ſont preſque oppoſées en aſcenſion droite, leur changement de déclinaiſon eſt preſque égal, mais contraire, & tel qu'il auroit été par une nutation ou mouvement de l'axe de la Terre.

Le nœud aſcendant de la Lune ayant reculé vers le commencement du Capricorne en 1732, les étoiles voiſines du colure des équinoxes parurent vers ce tems-là n'avoir changé leurs déclinaiſons qu'autant qu'exigeoit la préceſſion de 50″, pendant que quelques-unes de celles qui ſont auprès du colure des ſolſtices avoient changé les leurs de 2″ moins dans un an, qu'elles n'auroient dû le faire Bientôt après M. *Bradley* s'apperçut que le changement annuel de déclinaiſon de la première diminuoit, & qu'il devint moindre que n'exigeoit la préceſſion de 50″. Cette variation continua juſques à l'an 1736, lorſque ☊ nœud aſcendant de la Lune ſe trouva vers le commencement de la Balance, & que ſon orbite eut la moindre inclinaiſon avec l'Equateur; mais pendant ce tems-là, quelques-unes des étoiles auprès du colure des ſolſtices avoient changé leurs déclinaiſons de 18″ moins depuis 1727, qu'elles n'auroient dû le faire en vertu de la préceſſion; car γ du Dragon qui dans 9.

ans auroit dû s'écarter d'environ 8′ au Sud, ſe trouva en 1736 plus au Nord de 10′.

Cette apparence dans γ du Dragon indique à la vérité une diminution dans l'obliquité de l'Ecliptique que pluſieurs Aſtronomes ſuppoſent réelle. Mais ſi ce phénoméne dépend d'une telle cauſe & monte à 18″ dans neuf ans, l'obliquité de l'Ecliptique devroit à proportion changer d'une minute entière dans 30 ans, ce qui eſt beaucoup plus prompt qu'il ne réſulte des obſervations faites juſqu'à preſent On avoit donc lieu de croire en 1736 que quelque partie de ce mouvement, ou peut-être tout ce mouvement, provenoit de l'action de la Lune ſur les parties de l'Equateur terreſtre, qui paroiſſoit produire un mouvement dans l'axe de la Terre Cependant, comme on ne pouvoit pas juger par les ſeules obſervations de 9 ans, ſi l'axe reprendroit entiérement la même poſition qu'il avoit en 1727, M. *Bradley* crut qu'il étoit néceſſaire de continuer les obſervations pendant la période entière du mouvement des nœuds de la Lune, & à la fin de cette période, il eut la ſatisfaction de voir que les étoiles revinrent aux mêmes poſitions, comme s'il n'y avoit eu aucune altération dans l'inclinaiſon de l'axe de la Terre ce qui le convainquit pleinement qu'il avoit bien conjecturé la vraie cauſe des phénoménes.

Durant le cours de ces Obſervations, M. *Machin* étant occupé à examiner le cours de la Lune, ſelon les loix de la peſanteur, M. *Bradley* lui communiqua les phénoménes qu'il avoit obſervés & le ſoupçon qu'il avoit de leur véritable cauſe. Auſſi-tôt M. *Machin* lui envoya une table qui contenoit la quantité de la préceſſion annuelle dans les différentes poſitions des nœuds de la Lune, & les nutations correſpondantes de l'axe de la Terre. M. *Bradley* trouva que les changements qu'il avoit obſervés, tant dans la préceſſion que dans la nutation annuelle, gardoient la même loi d'augmentation & de diminution qui ſe trouvoit dans les nombres de cette table. Ces nombres ont été trouvés dans la ſuppoſition que le pole de l'Equateur, pendant une période des nœuds de la Lune, ſe meut dans la circonférence d'un petit cercle, dont le centre eſt éloigné de 23° 29′ du pole de l'écliptique, tandis que ce centre a lui-même un mouvement angulaire de 50″ par an, autour du même pole. Le pole Nord

de l'Equateur étoit ſuppoſé dans la partie du petit cercle la plus éloignée du pole Nord de l'écliptique, dans le tems où le nœud aſcendant de la Lune eſt au commencement du Belier, & il eſt dans le point oppoſé, lorſque le nœud eſt dans la Balance.

Explication de ces phénomenes.

II. Cette hypothèſe peut expliquer l'accélération & le retardement de la préceſſion annuelle, auſſi-bien que la nutation de l'axe de la Terre; & ſi l'on ſuppoſe le diamètre du petit cercle de 18, qui eſt toute la quantité de la nutation qui réſulte des obſervations ſur ☊ du Dragon, on expliquera en cette manière tous les phénomènes qu'on a obſervés. Soit P le lieu moyen du pole de l'Equateur, autour duquel, comme centre, on ſuppoſe que le vrai pole ſe meut dans le cercle A B C D, dont le diamètre eſt 18″. Soit E le pole de l'Ecliptique & E P la diſtance moyenne entre les poles de l'Ecliptique & de l'Equateur. Suppoſons le vrai pole de l'Equateur en A, lorſque le nœud aſcendant de la Lune eſt en ♈, & en B lorſqu'il a reculé au Capricorne, en C lorſqu'il eſt dans la Balance, auquel tems le pole Nord de l'Equateur étant plus proche de celui de l'Ecliptique de tout le diamètre A C du petit cercle de 18″ de diamètre, l'obliquité de l'Ecliptique ſera d'autant diminuée de ce qu'elle étoit, lorſque le nœud aſcendant de la Lune étoit dans le Belier.

Fig. 619.

On ſuppoſe que le point P ſe meut autour du point E d'un mouvement uniforme & rétrograde, qui répond à la préceſſion moyenne des équinoxes, pendant que le vrai pole de l'Equateur ſe meut autour de P dans la circonférence A P C D par un mouvement auſſi rétrograde pendant le tems de la période des nœuds de la Lune qui eſt de 18 ans & 7 mois. Par ce moyen, lorſque le nœud aſcendant de la Lune eſt dans le Belier & le vrai pole de l'Equateur en A, en ſe mouvant de A vers B, il s'approche des étoiles qui arrivent au méridien avec le Soleil vers l'Equinoxe du printems, & s'éloigne de celles qui arrivent au méridien vers l'équinoxe d'automne, & cela plus vîte que ne fait le pole moyen P. De ſorte que pendant que le nœud de la Lune recule du Belier au Capricorne, la préceſſion apparente paroît d'autant plus grande que la préceſſion moyenne, ce qui eſt cauſe que les étoiles qui ſont dans le colure des équinoxes ont altéré

leur déclinaiſon de 9″ dans environ 4 ans & 8 mois, plus qu'elles n'auroient fait par la préceſſion moyenne, & en même tems le pole Nord de l'Equateur paroit s'être approché des étoiles qui arrivent au méridien pendant notre ſolſtice d'hyver, & s'être éloigné d'autant de celles qui arrivent avec le Soleil au ſolſtice d'été.

Ainſi les phénoménes dont on a parlé ci-devant ſont en général conformes à cette hypothèſe : mais pour entrer dans un plus grand détail, ſoit S le lieu d'une étoile, P S ſon cercle de déclinaiſon & ſa diſtance au pole moyen, ♈PS ſon aſcenſion droite moyenne. Si O & R ſont les points où le cercle de déclinaiſon coupe le petit cercle A B C D, le vrai pole en O ſera plus près de cette étoile qu'en R, de tout le diamètre O R qui eſt de 18″. Le vrai pole de l'Equateur étant ſuppoſé en A, lorſque le nœud aſcendant de la Lune eſt en ♈, & en B lorſque ce nœud a reculé au Capricorne; & le mouvement angulaire du vrai pole autour de P étant auſſi ſuppoſé égal à celui du nœud de la Lune autour du pole E de l'Ecliptique, & puiſque dans ces deux cas le vrai pole de l'Equateur précéde le nœud de 90°, il en doit être de même dans tous les autres cas.

Lorſque le vrai pole eſt en A, il doit être auſſi éloigné des étoiles qui ſont dans le colure des équinoxes, qu'il eſt éloigné du pole moyen P ; car je néglige à preſent le cas des étoiles qui ſont fort proches du pole de l'Equateur ; & comme le vrai pole recule de A vers B, il s'approche des étoiles qui ſont dans la partie du colure entre P & ♈, & il s'écarte de celles qui ſont dans P♎, non pas à la vérité par un mouvement uniforme, mais en raiſon du ſinus de la diſtance du nœud de la Lune au Belier. Car ſi l'on ſuppoſe que le nœud s'eſt écarté du Belier de 30°, le point qui repréſente le lieu du vrai pole aura en même tems décrit dans le petit cercle un arc A O de 30°, & il ſe ſera approché des étoiles qui ſont dans P ♈ & écarté de celles qui ſont dans P♎, de 4′ ; ; qui eſt le ſinus de 30°. par rapport au rayon A P. Car ſi l'on abaiſſe une perpendiculaire de O ſur P A, on peut la regarder comme une partie d'un grand cercle qui paſſe par le vrai pole & par toutes les étoiles qui ſont dans le colure des équinoxes. Or la même proportion a lieu dans toutes les autres

étoilés, & de là on peut tirer une regle générale pour trouver de combien une étoile particulière eſt plus proche ou plus éloignée du pole dans une poſition quelconque du lieu de la Lune, car *ſi l'on ſouſtrait de l'aſcenſion droite de l'étoile, la diſtance du nœud aſcendant de la Lune au Belier, le ſinus total ſera au ſinus de ce reſte, comme 9″ au nombre des ſecondes de la plus grande ou de la plus petite diſtance de l'étoile au vrai pole, que n'eſt le pole moyen.*

Ce mouvement du vrai pole autour du pole moyen P, doit auſſi produire un changement dans l'aſcenſion droite des étoiles & dans les points équinoxiaux, auſſi-bien que dans l'obliquité de l'Ecliptique, & l'on peut aiſément calculer la quantité des équations dans tous les cas pour chaque poſition donnée des nœuds de la Lune. Le réſultat moyen des Obſervations de M. *Bradley*, faites à *Greenwich*, comparées avec celles de *Tycho-brahé* & de pluſieurs autres Aſtronomes, donne une préceſſion d'un degré en 71 ans & demi, c'eſt-à-dire que la préceſſion annuelle moyenne eſt de $50'' \frac{50}{141}$. L'obliquité moyenne de l'Ecliptique étant ſuppoſée 23° 28′ 30″ pendant tout le cours des obſervations de M. *Bradley*, il trouve que le grand axe de l'éllipſe d'aberration de la lumière approchoit fort de 40″. Tels ſont les élémens de ſon calcul. Le nœud de la Lune étoit le 27 Mars 1727 au premier point du Belier; de là réſulte la Table ſuivante.

Préceſſion

Préceſſion annuelle des points équinoxiaux.

☊ ☽ depuis ♈	0.	I.	II.	III.	IV.	V.	ſignes
0°.	58 , 0	57 , 0	54 , 2	50 , 3	46 , 5	43 , 7	30 °.
5	57 , 9	56 , 6	53 , 6	49 , 7	46 , 0	43 , 4	25
10	57 , 9	56 , 2	53 , 0	49 , 0	45 , 5	43 , 2	20
15	57 , 7	55 , 7	52 , 3	48 , 4	45 , 0	43 , 0	15
20	57 , 5	55 , 2	51 , 7	47 , 7	44 , 5	42 , 8	10
25	37 , 3	54 , 7	51 , 0	47 , 1	44 , 1	42 , 8	5
30	57 , 0	54 , 2	50 , 3	46 , 5	43 , 7	42 , 7	0
ſignes	XI	X.	IX.	VIII.	VII.	VI.	☊ ☽ depuis ♈

M. *Bradley* croyoit auſſi que non-ſeulement la poſition des nœuds de la Lune, mais encore celle de ſon apogée avoit quelque rélation aux mouvements apparents de certaines étoiles, comme de celle ε de la grande ourſe. Il paroit que le vrai pole de l'Equateur ſe meut autour du point P dans une ellipſe & non dans un cercle, ce qui s'accorde mieux avec les obſervations; car ſi le grand axe étant dans la direction AC eſt de 18″, & ſi l'axe conjugué DB n'eſt que de 16″, les équations qui réſulteront d'une telle hypothèſe conviendront mieux aux obſervations de l'étoile ε de la grande ourſe.

III. On a toujours ſuppoſé que les étoiles n'ont point de mouvement réel & qu'elles ſont en repos dans l'eſpace abſolu, ce qui eſt fondé ſur des principes trop incertains pour être admis dans tous les cas; car il paroit par les meilleures obſervations, qu'il y a eu un changement réel dans la poſition de quelques étoiles fixes, les unes par rapport aux autres, & ce changement paroit indépendant d'aucun mouvement dans notre ſyſtême. *Arcturus* en eſt une forte preuve; car ſi l'on compare ſa déclinaiſon préſente avec le lieu déterminé par *Tichon* & par *Flamſtead*, Mouvement réel des étoiles.

la différence ſe trouvera trop grande pour être ſoupçonnée de venir de l'incertitude de leurs obſervations.

Il y a lieu de croire qu'il ſe trouvera dans le grand nombre des étoiles d'autres exemples de cette eſpéce, parce que leurs poſitions rélatives peuvent changer par différents moyens ; car ſi l'on conçoit que notre ſyſtême ſolaire change de place par rapport à l'eſpace abſolu, ce changement doit dans la ſuite des tems occaſionner un changement apparent dans les diſtances angulaires des étoiles fixes, & dans un pareil cas le lieu des étoiles les plus proches étant plus affecté que celui de celles qui ſont plus éloignées, leurs poſitions rélatives paroîtront changer, quoique les étoiles mêmes ſoient réellement immobiles.

D'un autre côté, ſi notre propre ſyſtême reſte en repos, & que quelque étoile ſoit réellement en mouvement, ce mouvement doit également varier leurs poſitions apparentes ; & cela d'autant plus qu'elles ſeront plus proches de nous, ou que leurs mouvements ſeront plus rapides, ou que leurs directions ſeront plus propres à nous les rendre ſenſibles. Puiſque donc les lieux rélatifs des étoiles peuvent changer par cette variété de cauſes ; ſi l'on conſidére la diſtance étonnante où il eſt certain que quelques étoiles ſont placées, on verra qu'il faut des obſervations de pluſieurs ſiécles pour déterminer les loix des changements apparents, même d une ſeule étoile, il ſera donc bien plus difficile de fixer les loix qui ſe rapportent à toutes les étoiles remarquables.

Variation de l'obliquité de l'Ecliptique.

IV. Pour trouver la variation que la nutation de l'axe doit produire chaque année dans l'obliquité de l'Ecliptique & dans la préceſſion des équinoxes, ſoit O le vrai pole qui a paſſé du point A au point O dans le tems que le nœud aſcendant de la Lune a reculé de la valeur d'un angle égal à l'angle A P O ; on aura dans le triangle ſphérique EPO deux côtés EP = 23° 28'. 30". PO = 9", & l'angle compris E P O ſupplément de l'angle donné A P O ; on aura donc la baſe O E qui eſt la diſtance du vrai pole du monde au pole de l'Ecliptique, & par conſéquent l'obliquité actuelle de l'Ecliptique On aura auſſi l'angle P E O qui eſt l'équation de la préceſſion des équinoxes ; car cet angle eſt la longitude du vrai pole en O, en la comptant depuis le colure des ſolſtices ♋ P ♑.

Lorſque le nœud étoit le 27 Mars 1727 au commencement du Belier le vrai pole étant en A dans le Cancer, la préceſſion ſe trouva la plus grande de 58″; & lorſque le nœud eut reculé juſqu'au Capricorne, le vrai pole étoit en B, & l'on eut alors la plus grande équation P E B, qu'il fallut ſouſtraire de la plus grande préceſſion pour avoir l'équation moyenne 50″, 3; enſuite on a ſouſtrait de la préceſſion moyenne depuis le Capricorne juſques à la Balance, les équations correſpondantes, & l'on a eu la plus grande équation D E P du côté de la Balance, qui a donné la moindre préceſſion 42, 7, lorſque le nœud s'eſt trouvé au commencement de la Balance. C'eſt ainſi que M. *Bradley* a calculé la Table précédente.

La préceſſion en longitude étant donnée pour chaque année, on peut la réduire à la préceſſion en aſcenſion droite & à la préceſſion en déclinaiſon pour toutes les étoiles en cette manière. Soit A une étoile connue, E le pole de l'Ecliptique, P le pole du monde. On connoit le côté P E du triangle A P E, il eſt égal à l'obliquité de l'Ecliptique. On connoit le côté A E, c'eſt le complément de la latitude de l'étoile. On connoit enfin l'angle P E A par la longitude corrigée de l'étoile. On aura donc le complément A P de ſa déclinaiſon & l'angle A P E de ſon aſcenſion droite, & par conſéquent la préceſſion en déclinaiſon & en aſcenſion droite. Fig. 61[illegible]

Le vrai pole étant dans un point quelconque O, l'angle P E O ſe nomme ſa déviation en longitude par rapport au pole moyen P. On la trouve en diſant: comme le ſinus de l'arc E O égal à l'obliquité actuelle de l'Ecliptique, eſt au ſinus de l'angle E P O, ou de l'angle A P O, complément de la longitude du pole en O, que l'on connoit par le mouvement du nœud de la Lune; ainſi l'arc P O de 9″ eſt à la déviation P E O en longitude. Fig. 619

Soit une étoile dans un point quelconque, ſa longitude par rapport au pole moyen P ſera donnée par l'angle P E T, & ayant la déviation P E O du vrai pole en O, on aura la vraie longitude de l'étoile ou l'angle T E O. On aura donc dans le triangle T E O, deux côtés T E, E O & l'angle compris T E O. Ainſi on connoitra la diſtance T O de l'étoile au vrai pole, & l'angle T O E qui donnera ſon aſcenſion droite.

IX.

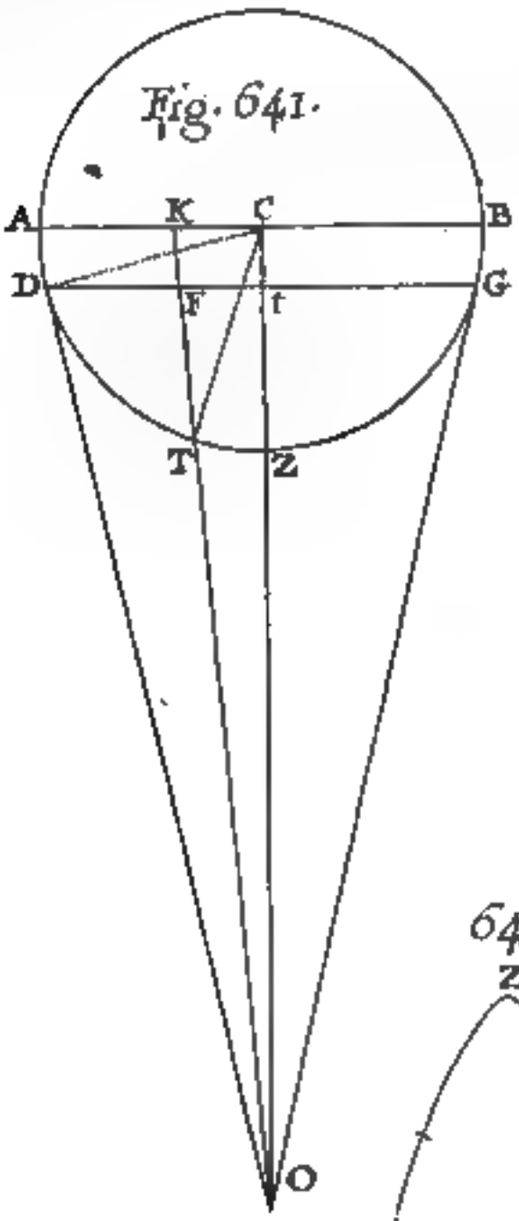
Mouvement du Soleil autour de ſon axe.

I. MR. *Smith* a très bien donné dans le Chap. I. du 4e. Liv. art 1040 la manière ordinaire de déterminer le cours d'une tache du Soleil. Il remarque fort à propos dans cet article que les points trouvés par un grand nombre d'obſervations, quelque exactes qu'elles ſoient, ne formeront jamais une portion exacte d'une ellipſe ni d'une ligne droite ; parce que tandis que la terre ſe meut ſur ſon orbite, la poſition de l'œil de l'Obſervateur par rapport au cercle décrit par la tache, change continuellement. Cette réflexion m'a engagé à réſoudre le Problême ſuivant. *Trois obſervations étant données d'une même tache en trois tems différens, trouver le tems de ſa révolution & la poſition de ſon axe, ayant égard au mouvement de la Terre, & en conſidérant la tache comme ſe mouvant ſur la ſurface immobile du Soleil?*

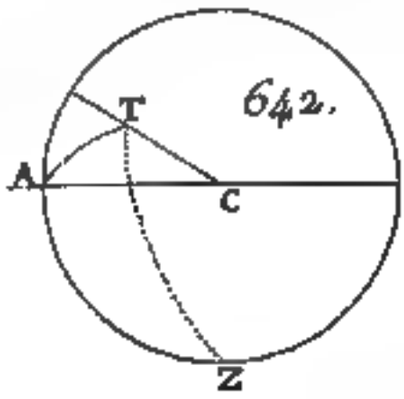
Soit Z le point du Soleil, le plus proche du centre de la Terre ou de l'œil O de l'Obſervateur. Ce point qu'on peut Fig. 6en nommer Zénith du Soleil, eſt toujours dans la ligne qui joint les deux centres C & O, & cette ligne eſt toute entière dans l'Ecliptique. A Z B eſt un demi-cercle du globe du Soleil, qui paſſe par ſon Zénith Z. C A ſon demi-diamètre réel perpendiculaire au rayon viſuel O C. La ligne O D eſt un autre rayon viſuel qui touche le quart de cercle A D Z en D, & qui eſt par conſéquent perpendiculaire au demi-diamètre C D. le petit arc D A, qui meſure l'angle D C A, complément de O C D, eſt auſſi la meſure du demi-diamètre apparent C O D du Soleil ; cet angle C O D étant auſſi complément de O C D à cauſe de l'angle droit O D C.

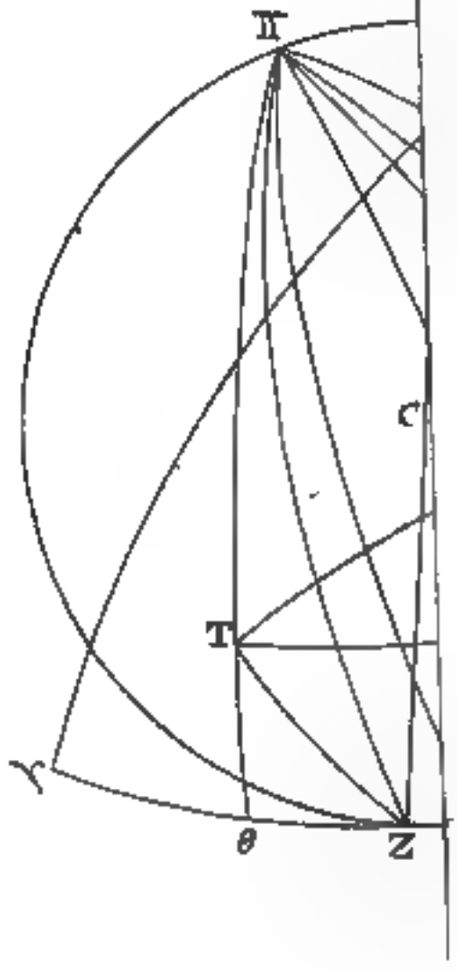
Si l'on imagine un petit cercle dont le diamètre ſoit D G. parallele à A B, & qui ſoit perpendiculaire au plan A Z B ; ce petit cercle repréſentera le diſque du Soleil. Son centre F ſera la projection du Zénith Z ; les lignes droites D F, F G ſeront les projections des arcs D Z, G Z, & par la même raiſon tous les demi-diamètres du diſque du Soleil ſeront les projections de tous les arcs qui ſe coupent en Z.

Fig. 641.

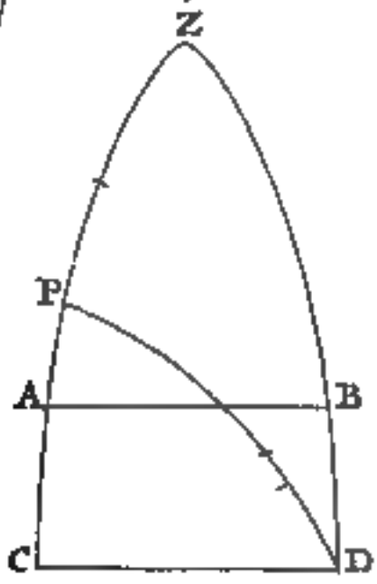


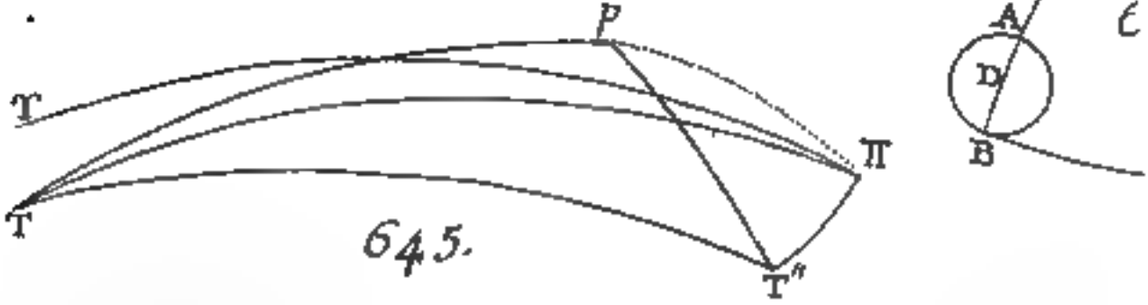
642.



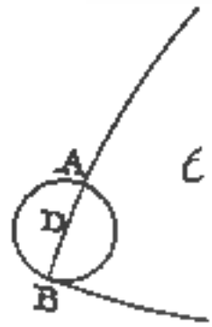


646.





645.



II. Pour trouver la grandeur de l'arc ZT compris entre le Zénith Z & une tache quelconque T, dont on a la diſtance apparente COT au centre C du Soleil, & que l'on ſuppoſe placée ſur la ſurface du Soleil, il faut prolonger OT juſqu'au diamètre réel en K. Vous aurez ces proportions; le ſinus de COT eſt au ſinus de CTO ou de CTK : CT ou CD : CO :: (à cauſe des triangles rectangles CDO & CDF, qui ont un angle commun DCF) CF : CD :: le ſinus de l'arc DA eſt au rayon. Donc le ſinus de la diſtance apparente COT de la tache au Zénith, ou au centre, eſt au ſinus de l'angle CTK extérieur au triangle COT, comme le ſinus du demi-diamètre apparent ou de l'arc AD eſt au rayon. Donc en retranchant de l'angle extérieur CTK, l'intérieur COT, on aura l'angle ZCT ou l'arc ZT L'obſervation donne le demi-diamètre apparent COD & la diſtance apparente COT de la tache T au Zénith du Soleil; ſoit qu'elle ſe trouve dans l'arc ZTD ou dans un autre grand cercle du globe du Soleil qui paſſe par le point Z. On aura donc l'angle CTK, qui eſt toujours plus grand que l'angle ZCT. Si l'œil étoit à une diſtance infinie du Soleil, la projection Fs de ZT ſeroit égale au ſinus de cet arc; mais on ne peut pas admettre cette hypothèſe, & Fs eſt toujours plus grand que le ſinus de ZT ſous le rayon CT.

Manière de déterminer la grandeur de l'arc du globe du Soleil compris entre ſon Zénith & une tache quelconque.

III L'angle rectiligne TCA formé au centre de la lunette par la diſtance apparente TC de la tache à ce centre, & par le demi-diamètre horizontal CA, eſt égal à l'angle ſphérique AZT formé ſur le globe du Soleil par l'arc de grand cercle ZT dont la projection eſt CT & par l'arc ZA dont la projection eſt CA. Car ces deux angles ſont meſurés par le même arc AT, dont C eſt le centre & dont le pole eſt le Zénith Z, qu'on conçoit élevé perpendiculairement au-deſſus de AC. Or les obſervations donnent TC & CA & l'angle TCA. On aura donc par obſervation l'angle ſphérique AZT. On voit en général que les points A & T étant conçus ſur la ſurface du globe dont AC & TC ſont deux demi-diamètres, l'arc de grand cercle AT meſure l'angle ſphérique AZT & l'angle rectiligne ACT.

Fig. 621.

Déterminer un angle ſphérique par obſervation.

Trouver la longitude & la latitude d'une tache du Soleil.

IV. Soit ♈ le plus prochain équinoxe dans le globe du Soleil ; ♈Z l'Ecliptique & la diſtance de la Terre à cet équinoxe ; P le pole de l'Equateur dans le méridien PCZ. On a les trois côtés du triangle ſphérique ♈ZP, ſçavoir ♈P de 90°. la diſtance ZP du lieu de la Terre au pole Nord & la diſtance ♈Z au plus prochain équinoxe. On aura donc l'angle ♈ZP. Retranchant de cet angle celui TZP dont on a trouvé le complément (art. III.), ou ajoutant TZP, ſi la tache eſt plus occidentale que ZP, on aura l'angle ♈ZT ou ♈ZṪ.

Fig. 643.

Soit du pole ☊ de l'Ecliptique, le cercle de latitude ☊Tϕ perpendiculaire à l'Ecliptique en ϕ. Dans le triangle rectangle TZϕ on connoit TZ & l'angle TZϕ ; on aura donc la latitude Tϕ de la tache & ſa diſtance T☊ au pole de l'Ecliptique ; & dans le triangle TZ☊, connoiſſant les trois côtés TZ, T☊ & Z☊ de 90°, on aura l'angle T☊Z, qui eſt la différence en longitude entre la tache T & la terre Z.

V. Le Zénith Z ſe mouvant avec la terre autour du centre C du Soleil, & Z étant le lieu de la terre dans la première obſervation, Ż ſera le lieu de la terre dans la ſeconde obſervation, ſi l'arc ZŻ eſt égal à l'accroiſſement de la longitude de la terre entre les deux obſervations. On trouvera donc, comme dans l'article précédent, l'arc ☊Ṫ & l'angle Ż☊Ṫ, qui étant combiné avec les angles T☊Ż, Z☊Ż, donnera l'angle T☊Ṫ. Donc, connoiſſant les deux côtés T☊, Ṫ☊ & l'angle compris T☊Ṫ, on aura la baſe TṪ du triangle T☊T.

Trouver le tems de la révolution d'une tache.

VI. On trouvera par les articles précédents les trois arcs de grands cercles TṪ, ṪT̈, TT̈, & prenant les cordes de ces trois arcs, on en formera un triangle rectiligne TṪT̈, que l'on inſcrira dans un cercle. Ce cercle ſera un parallele à l'Equateur de la rotation, & l'on fera cette proportion, comme l'angle TCT̈ double ſupplément de TṪT̈ eſt à 360°., ainſi

Fig. 644.

le tems écoulé entre la première & la troiſiéme obſervation eſt au tems de la révolution de la tache. Le demi-diamètre CT de ce petit cercle ſera le ſinus de la diſtance de la tache au pole de la rotation.

VII. Soient du pole p de rotation, les arcs pT, $p\dot{T}$, $p\pi$, ou les diſtances de ce pole aux poſitions T, $\dot{T}$ de la tache & au pole π de l'Ecliptique. On a dans le triangle iſoſcèle $Tp\dot{T}$, les trois côtés, comme dans le triangle $T\pi\dot{T}$. On aura donc les angles $\dot{T}Tp$, & $\dot{T}T\pi$, & par conſéquent les angles πTp, $\pi\dot{T}p$ & dans les triangles $pT\pi$, $p\dot{T}\pi$. ayant les deux côtés & l'angle compris, on aura la baſe $p\pi$ & les angles $p\pi T$, $p\pi\dot{T}$. On aura donc l'inclinaiſon $p\pi$ de l'axe de rotation à l'axe de l'Ecliptique & les différences en longitude entre le pole p & les poſitions T, $\dot{T}$ de la tache; ſi la tache eſt en latitude Sud, on prendra p pour le pole Sud. Fig. 643. Trouver la longitude & la latitude du pole de rotation & l'inclinaiſon de ſon axe.

VIII. J'ai appliqué cette méthode à quelques obſervations que le P. *Poczobut*, Jéſuite Polonois, fit en Novembre 1762 dans l'Obſervatoire de Marſeille. Il découvrit le 15 de Novembre à 10 heures du matin une grande tache qui revint enſuite en Décembre. Il l'obſerva le matin à 10 heures & $\frac{1}{4}$, en faiſant paſſer les deux bords du Soleil & la tache par le fil vertical de la lunette du quart de cercle, & meſurant la diſtance de cette tache au bord inférieur du Soleil par le moyen du micromètre, il trouva le diamètre vertical du Soleil $=$ 1280 parties du micromètre, & la diſtance de la tache au bord inférieur $=$ 428 parties. Le centre de la tache paſſa 2′ 2″ après le premier bord. Il l'obſerva de même le ſoir à 2 heures $\frac{1}{2}$. Parmi toutes les obſervations que cet Aſtronome fit à midi le 15, le 16, le 18, le 20, le 21 & le 22 Novembre, j'ai choiſi celles du 18, du 20 & du 22. La première donne l'arc $T\pi = 80°.36'.14''.$, & $T\pi Z = 12°.7'.30''$. La ſeconde donne $\dot{T}\pi = 78°.16'.17''.$ & $\dot{T}\pi\dot{Z} = 13°.14'.11''.$; & la troiſiéme donne $\ddot{T}\pi = 76°.33'.13''$ & $\ddot{T}\pi Z = 38°.50'.8''$. Exemple. Fig. 643.

Dans le triangle rectiligne $T\dot{T}\ddot{T}$, j'ai trouvé l'angle $\dot{T} =$ Fig. 644.

152°. 42′. 36″. & TCT′ = 54° 34′ 48″. Or cet angle eſt à 360°. comme 4 jours ſont au tems de la révolution, 26 jours 9ʰ. 11′. 31″. Le demi-diamètre CT donne la diſtance de la tache au pole = 81°. 5′. 17″.

Fig. 645. Les triangles ſphériques TP″T′, T″n T′ donnent l'angle T′TP ou T″TP = 85°. 25′. 50″. T″T″n = 80°. 9′. 7″. PT″n = 5°. 16′. 42″. Le triangle PT″n donne P″n = 5°. 14′. T″n P = 94°. 52′. 56″. D'où réſulte ♈ ″P 51°. 21′. 43″. contre l'ordre des ſignes, & par conſéquent le lieu du pole 10ſ. 8°. 38′. 17″.

Ce calcul ne donne la révolution des taches que de 26 jours & 9 heures. La tache revint en effet le 11 Décembre matin.

Remarque ſur ces ſortes d'obſervat.

IX. Il faut néanmoins remarquer que ces ſortes d'obſervations ne devroient pas ſe faire avec la lunette du quart de cercle, où l'on peut ſe tromper de 4 ou 5 ſecondes ; car le diamètre apparent n'étant que de 15 ou 16 minutes qui répondent à un arc de 90° l'erreur d'une minute dans l'obſervation en produira une de 6°. dans le quart de cercle. Il faudroit donc employer dans ces obſervations une lunette de 15 à 20 pieds, & même le micromètre objectif de 40 pieds de foyer, qui n'étoit pas connu en 1738 lorſque M. *Smith* donna au Public ſon Traité complet d'Optique. Avec ce nouvel inſtrument on ne ſera expoſé tout au plus qu'à une erreur d'une ſeconde, qui ne répond dans le quart de la circonférence du Soleil qu'à 6 minutes.

X.

Déterminer l'angle du Micromètre ?

POur déterminer avec toute l'exactitude poſſible l'angle du micromètre, il faut obſerver par des hauteurs égales ou autrement, le moment du paſſage de l'étoile polaire par le méridien & ſéparer autant qu'il ſera poſſible les fils horizontaux AB, CD du micrometre. Soit P le pole Nord, Z le Zénith ; faites paſſer cette étoile par un des fils horizontaux

Fig. 646.

AB

AB en A au moment de ſon paſſage par le méridien, ce qui ne vous expoſera à aucune erreur, parce qu'elle reſte aſſez long-tems avant & après ſon paſſage dans le même almicantarath AB. Obſervez enſuite ſon paſſage dans le ſecond fil horizontal CD en D, en conſervant toujours la même hauteur du centre. Dans le triangle PZD vous avez PZ diſtance du pole au Zénith, PD diſtance de l'étoile au pole & l'angle horaire ZPD ou CPD. Vous aurez donc la diſtance DZ ou CZ de l'étoile au Zénith. D'où ſouſtrayant la diſtance méridienne AZ de l'étoile au Zénith, on aura la diſtance AC des deux almicantaraths AB & CD. L'erreur d'une ſeconde dans le tems, produira dans la diſtance AC une erreur qui ne ſera pas d'une ſeconde de degrés. Car par le théorême 22 du traité de M. Cotes (*aſtimatio errorum in mixtâ matheſi*), la variation du côté ZP eſt à celle de l'angle P, comme le ſinus du côté PD eſt à la coſécante de l'angle D. Mais le rayon eſt à la coſécante comme le ſinus eſt au rayon. Donc la variation du côté ZD eſt à celle de l'angle P, comme le produit du ſin. de PD par le ſin. de ZDP eſt au quarré du rayon. Nommons E cette erreur dans la diſtance ZD ou AC, & ſuppoſons l'erreur dans l'obſervation d'une ſeconde de tems, nous aurons E = 15″. ſin. PD. ſin. ZDP. Le plus grand ſinus de ZDP eſt = 1. Suppoſons donc que l'angle ZDP ſoit droit, le ſinus de la diſtance PD de l'étoile au pole ou de 1°. 57′ eſt, 03403. Donc E = 15″ × 0,03403 = ½ ſeconde. Ainſi la plus grande erreur dans l'angle du micromètre ou dans la diſtance des fils ne pourroit être que d'une demi-ſeconde de degrés, ſi l'on s'étoit trompé d'une ſeconde dans la meſure du tems.

Cette méthode n'eſt pas exempte des réfractions, il faut par conſéquent ajouter à AC la différence des réfractions.

XI.

Déterminer le diamètre vertical du Soleil ou d'une planete, de maniére que l'erreur d'une ſeconde dans le tems ne puiſſe produire, tout au plus, qu'une erreur d'une ſeconde de degrés dans le diamètre?

Fig. 417. I. SOit Z le Zénith, P le pole, A B le diamètre vertical du Soleil. Obſervez à midi le paſſage du bord inférieur B du Soleil par l'almicantarath B C, c'eſt-à-dire, par le fil horizontal de votre micrométre. Obſervez enſuite le moment où le bord ſupérieur du Soleil touche le même fil horizontal, en donnant à la lunette ou au téleſcope un mouvement bien horizontal. Soit S le centre du Soleil. Vous aurez dans le triangle Z P S la diſtance Z P du Zénith au pole, la diſtance S P du Soleil au pole & l'angle horaire Z P S. Vous aurez donc la diſtance Z S du Zénith au centre du Soleil; d'où ſouſtrayant la diſtance méridienne du centre du Soleil au Zénith, vous aurez ſon diamètre vertical A B, ou la différence des hauteurs des deux bords A & B. Or par le théorême précédent de M. Cotes, ſi l'erreur dans l'angle horaire Z P S eſt d'une ſeconde de tems, la plus grande erreur E qui doit en réſulter dans le calcul de Z S & par conſéquent dans le diamètre vertical A B eſt = 15″. ſin. P S. ſin. P S Z = 15″. ſin. P Z. ſin. A Z S. La plus grande erreur ſera donc dans le cas du plus grand ſinus de P S = 1, lorſque le Soleil eſt dans l'Equateur. Or dans ce cas l'angle P S Z eſt à 43°. 18′. de latitude = 4°. Donc E = 15″. ſin. 4°. = 1″.

Cette méthode eſt indépendante de la réfraction, parce qu'on ne change pas de hauteur, comme dans la méthode précédente, ainſi elle donne le vrai diamètre vertical.

II. La meſure du diamètre horizontal, en faiſant paſſer les deux bords du Soleil par un fil vertical, ne ſçauroit être auſſi exacte que celle du diamètre vertical. Car une lunette de deux pieds & demi, confondant un intervalle de 4″, le premier bord du Soleil paroit toucher le fil horaire, lorſqu'il en eſt éloigné de 4″, & le ſecond bord paroit encore le toucher, lorſqu'il en eſt

éloigné en dehors de 4″. Donc le diamètre entier doit paroître à un Obſervateur exact plus grand qu'il n'eſt en effet de 8″, s'il n'emploie qu'une lunette de 2 ½ pieds. De là vient que le Soleil emploie plus de tems à paſſer par le fil vertical d'une lunette de 2 ou 3 pieds, qu'il n'en emploie à paſſer par le fil vertical d'une lunette de 15 à 16 pieds, comme M. de Liſle l'a obſervé pluſieurs fois, & comme nous l'avons auſſi obſervé. C'eſt que le Soleil paroit toucher le fil vertical d'une lunetre de 2 ou 3 pieds, environ ½ de ſeconde de tems avant qu'il le touche réellement, & qu'il ne paroît le quitter qu'un quart de ſeconde après qu'il l'a quitté effectivement ; ce qui peut produire une erreur de 7 à 8 ſecondes de degrés, quelque précaution que l'on prenne.

Si cependant on obſervoit le moment où il eſt en dehors du fil dans chaque obſervation, les deux erreurs ſe compenſeroient, comme on le fait naturellement dans l'obſervation du diamètre vertical.

III. L'erreur dans la diſtance PS du Soleil au pole ne peut pas produire une grande erreur dans le calcul du diamètre vertical, lorſqu'on l'obſerve par notre méthode. Car par le théorême 11. de M. Cotes, la variation de ZS, en ſuppoſant ZP & l'angle horaire P conſtants, eſt à la variation de PS, comme le coſinus de l'angle S eſt au rayon, c'eſt-à-dire, $d.\ ZS = d.\ PS \times \text{cos. } S$. Mais $ZS = PS$ ou $PD - PZ + AB$. Donc PZ étant invariable, $d.\ ZS = d.\ PS + d.\ AB$. Donc $d.\ AB = d.\ PS \times \text{cos } S - d.\ PS = d\ PS.\ (\text{cos. } S - 1)$. Mais le coſinus de l'angle très-petit S diffère très peu du rayon 1. Donc l'erreur dans le calcul du diamètre vertical AB eſt inſenſible, puiſque cos. S — 1 eſt preſque = 0.

Il en eſt de même de l'erreur dans la diſtance ZP du Zénith au pole. Car en ſuppoſant PS conſtant avec l'angle horaire P, on aura par le même théorême $d.\ ZS = d.\ PZ \times \text{cos. } Z$ & ZS étant $= PS - PZ + AB$, on aura $d.\ ZS = d.\ AB - d\ PZ$ & $d\ AB = d.\ PZ\ (1 + \text{cos. } Z)$. Mais il faut bien remarquer que PZ croiſſant, ZS diminue, & qu'au contraire PZ décroiſſant ZS croît. Donc ſi l'on ſuppoſe la différence ou l'erreur de PZ poſitive, celle de ZS ſera négative, & au contraire. On aura donc $-d.\ ZS = d.\ AB - d\ PZ$ ou $+d\ ZS = d.\ PZ$

$= d.\,AB = d.\,PZ.\,\text{cof.}\,Z$. Donc $d.\,AB = d.\,PZ\,(1 - \text{cof.}\,Z)$ & l'angle aigu AZS étant très-petit, ſon coſinus eſt preſque $= 1$ Donc l'erreur dans le diamètre AB eſt inſenſible de ce côté-là.

IV. On peut employer la même méthode pour meſurer le diamètre vertical du Soleil par les hauteurs correſpondantes, en obſervant exactement les angles horaires ZPS; lorſque les bords inférieur B & ſupérieur A ou C touchent le même fil horizontal BC. Ce qui donne deux diſtances au Zénith qui ne différent que par le diamètre vertical.

A 43°. 18′ de latitude, lorſque l'angle azymuthal Z eſt de 10°, l'erreur d'une ſeconde de tems ne produit que 2″ d'erreur dans le diamètre AB, parce que $E = \frac{15''.\,\text{ſin.}\,PZ}{\text{coſec.}\,Z} = 2''$. Si $Z = 20°.$, cette erreur ſera de $3'' \frac{1}{2}$ A 20°. d'Azymuth le Soleil dans le tems d'une ſeconde s'élevera ou s'abaiſſera de $3'' \frac{1}{2}$, & avec un bon téleſcope cet intervalle ſera ſenſible.

V. Si l'on employe la même méthode pour déterminer le diamètre vertical de la Lune dans ſon paſſage au méridien, on aura ſon vrai diamètre indépendant de la réfraction & de la parallaxe; & ſi l'on prend en même tems ſon diamètre avec le micromètre objectif, on aura un diametre mêlé de réfraction & de parallaxe, on en ſouſtraira la différence des réfractions, & l'on aura la différence des parallaxes.

XII.

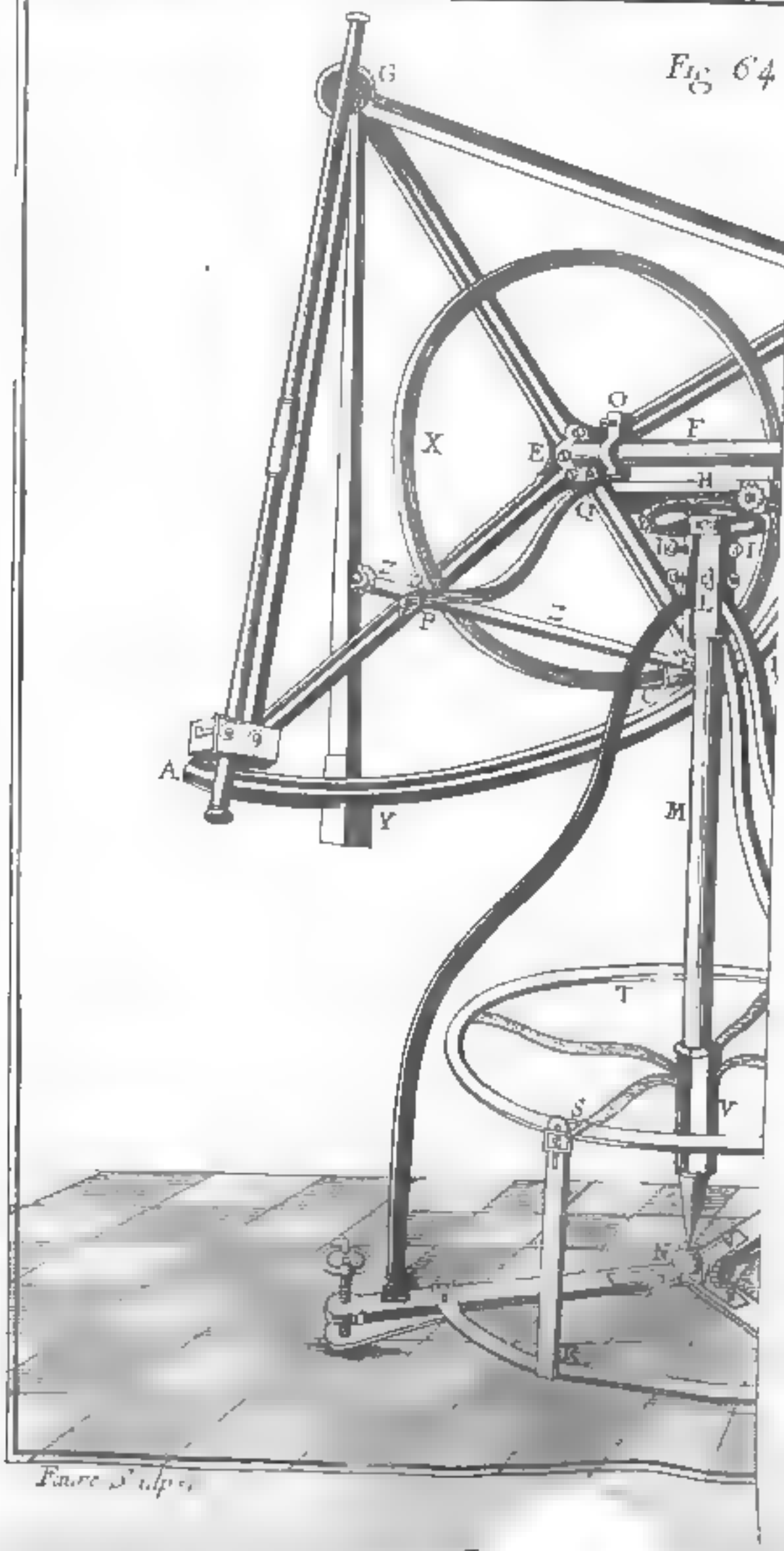
Quart de Cercle Aſtronomique. (Fig. 648.)

Fig. 648. Ce quart de Cercle qui eſt à l'Obſervatoire du Collége d'Avignon, a été conſtruit dans cette Ville par le Sr. *Cartaulier*, ſous la direction du P. *Morand*, Jéſuite, Aſtronome & Directeur de cet Obſervatoire. La ſeule inſpection de la figure fait connoître les piéces qui ſont particulières à cet Inſtrument & celles qui lui ſont communes avec les quarts de cercle fabriqués à Paris. Nous ne nous arrêterons pas à celles-ci, & nous nous en tiendrons à ce qu'il y a de particulier. C'eſt ſur-tout le cercle

532 .

.5 .5

FIG 64



Faure Sculpt.

azymuthal ST & la ſuſpenſion du quart de cercle ; nous comprenons ſous ce nom tout ce qui entre dans le méchaniſme par lequel on lui donne les deux mouvements vertical & horizontal, comme l'axe ou arbre, le genou, &c.

F eſt un cylindre de fer d'un pouce 9 lignes de diamètre, terminé par une plaque de fer circulaire forgée avec le cylindre, & qui déborde de près d'un pouce tout autour. L'axe de ce cylindre eſt perpendiculaire au plan du quart de cercle, & répond à ſon centre de gravité, où il eſt retenu par une forte vis à tête perdue & par huit autres vis qui traverſent la plaque circulaire.

H eſt une regle de fer de 7 lignes d'épaiſſeur, vers les extrémités de laquelle ſont placés deux anneaux ou collets O & O, ouverts par le haut & portant deux oreilles un peu écartées l'une de l'autre, mais que l'on peut reſſerrer à volonté par le moyen de deux vis. C'eſt dans ces anneaux que l'on introduit le cylindre F qui ſert d'axe au quart de cercle, après l'avoir enveloppé d'une feuille de leton fort mince & non ſoudé, ce qui rend ſon mouvement plus doux & plus uniforme. Le cylindre F eſt retenu dans cette eſpece d'étui par une plaque de fer ronde, qui déborde de deux lignes, & qui eſt fixée au centre du cylindre par une vis.

M cylindre de fer d'un pouce 9 lignes de diamètre & de quatre pieds & demi de hauteur, qui traverſe la regle H, à laquelle il eſt fortement arrêté par une rivure en goutte de ſuif Son extrémité oppoſée eſt terminée en cone par une pointe d'acier, qui porte ſur la grenouille N, & ſert de ſupport à l'Inſtrument. L tuyau de leton ou cylindre creux, deſtiné à recevoir le cylindre M, de maniere qu'il puiſſe y rouler librement, mais ſans baloter. La forme extérieure du tuyau L eſt celle d'un priſme à ſix faces, ſi ce n'eſt que dans ſon extrémité ſupérieure il eſt arrondi en forme de cylindre à la hauteur d'un pouce & demi environ Sur trois de ces faces planes ſont attachées par des vis les trois barres de fer coudées en maniere de conſoles qui forment le pied ou ſoutien de l'Inſtrument.

Sur les côtés de la regle de fer H ſont attachés deux petits ſupports de leton, dans leſquels roule une vis ſans fin d'acier, qui engrene dans une roue dentée K, placée horizontalement. Cette roue K s'emboîte par le moyen d'un collet à l'extrémité

arrondie du tuyau L, ſur lequel elle peut tourner librement, ou y être fixément attachée par une vis qui traverſe le collet. On lâche cette vis lorſqu'on veut faire tourner avec plus de viteſſe le quart de cercle & le cercle azymuthal T attaché à l'axe en V, & le placer à peu près dans la poſition que l'on deſire; après quoi ayant reſſerré cette vis avec force, l'on fait jouer la vis ſans fin, dont les pas s'appuyant contre les dents immobiles de la roue K, font avancer ou reculer le cercle azymuthal par un mouvement auſſi lent qu'il eſt néceſſaire pour le fixer au point de diviſion que l'on ſouhaite avec la plus grande préciſion.

Z eſt une eſpece de compas à verge deſtiné à moderer le mouvement vertical du quart de cercle, & tel qu'on l'emploie dans ces ſortes d'Inſtrumens depuis quelques années. X eſt un cercle de fer qui a pour centre, le centre même de gravité de la carcaſſe du quart de cercle, & qui eſt arrêté par quatre petits tenons aux regles croiſées A B, D G. Ce cercle porte une piéce de leton C dans laquelle il peut gliſſer librement, lorſqu'on veut hauſſer ou baiſſer promptement le quart de cercle, ou qu'on y fixe par deux vis lorſqu'on veut faire uſage du compas à verge. La piece C porte une boîte de leton à laquelle on arrête une extrêmité de la verge Z; l'autre extrêmité taraudée en vis a ſon écrou en P attaché à la barre de fer P Q. Cette barre eſt coudée en forme de manivelle, applatie & refendue dans ſon extrêmité Q, qui embraſſe l'anneau O, & eſt attachée par 4 vis ſur la regle H.

Le cercle azymuthal T a 18 pouces de rayon, & ſon limbe revêtu d'une plaque de leton eſt exactement perpendiculaire à l'axe du cylindre M. Sur ce limbe ſont tracées pluſieurs circonférences qui ont ce même axe pour centre, & dont celle du milieu eſt exactement diviſée par des points de 10 en 10 minutes.

R eſt un arc de cercle en fer attaché par des vis au pied du quart de cercle; du milieu de cet arc s'éleve, à angles droits, une regle de fer, qui porte à ſon extrêmité deux petites roulettes, ſur leſquelles s'appuye le limbe du cercle azymuthal, ce qui en facilite le mouvement. S eſt un petit chaſſis de leton fort mince, dont l'ouverture eſt traverſée par un cheveu engagé dans deux entailles aſſez profondes pour éviter la parallaxe, à laquelle on ſeroit expoſé ſi le cheveu ne raſoit pas légérement

le limbe du cercle azymuthal. Ce cheveu eſt arrêté par un bout avec un peu de cire ſur le bord extérieur du chaſſis, & ſoutient par ſon autre extrêmité un petit poids d'une once ou de demi-once, qui le tient ſuffiſamment tendu pour n'être pas devié par le léger frottement du limbe azymuthal. Le chaſſis eſt ſuſceptible d'un petit mouvement à droite & à gauche, afin de pouvoir placer le cheveu ſur un point de diviſion connu, lorſque le plan du quart de cercle eſt exactement dans le plan du méridien.

Il ſeroit inutile de décrire en détail le pied ou ſoutien de l'Inſtrument La figure ſuffit pour en faire comprendre la conſtruction, ainſi que la manière de le caler. Au point N, où ſe réuniſſent les trois branches qui en ſont la baſe, eſt fixée une grenouille N, qui ſupporte un demi-ſphéroïde tronqué de leton percé dans ſon milieu d'un petit trou, & que l'on fait mouvoir par le moyen de deux vis fixées à la grenouille, pour pouvoir placer le petit trou du ſpheroïde au point qui répond à l'axe ou à la pointe du grand cylindre M, lorſqu'il eſt engagé dans ſon tuyau L.

On voit aiſément que la ſuſpenſion de cet Inſtrument eſt plus ſolide & moins ſujette à ſe fauſſer que les genoux ordinaires. Un autre avantage que procure le cercle azymuthal, c'eſt qu'on trouve d'un ſeul coup la hauteur des objets & l'arc azymuthal, ou leurs diſtances angulaires entr'eux réduites à l'horizon, ce qui dans les opérations ſur le terrein, diſpenſe du calcul & des erreurs qu'il peut occaſionner.

FIN.

AVIS AU RELIEUR.

TOutes les Planches doivent être placées de droite à gauche, vis-à-vis du folio dont elles ſont marquées ; elles doivent être pliées de façon que la gravure ſoit en-deſſus. La planche 65 du Tome ſecond, marquée page 377, doit être placée vis-à-vis de la page 367 du même Tome. Le Relieur eſt prié de ménager le blanc pour que les Planches ſortent bien du Livre.

Fautes à corriger dans le ſecond Volume.

PAge 34, ligne 10, N, *liſez* H. G, *liſez* B. ligne 19, 65°. *liſez* 90°.
P. 50, lig. 12, PDE, *liſ.* FDE.
P. 51, lig. 11, DF×GL, *liſ.* DE×CF. Art. 586, lig. 10, 180, *liſ.* 187.
P. 60, art. 601, lig. 7 ydx, *liſ.* ydx.
P. 61, lig. 19, raiſon, *ajoutez* de minorité.
P. 88, lig. 2, portions, *liſ.* poſitions.
P. 93, art. 669, lig. 9, (61, *liſ.* 6 (1.
P. 97, art. 684, lig. 3, diviſés, *liſ.* dérivés.
P. 132, art. 43, lig. 2, $\sqrt{\frac{1+99-\frac{1}{4}aa}{2+bb}}$, *liſ.* $\sqrt{\frac{1+99-\frac{1}{2}aa}{1+bb}}$.
P. 137, art. 70, lig. 2, mm, *liſ.* mn.
P. 143, lig. 6, aDd, *liſ.* aAd.
P. 148, lig. 2, $r-1$, *liſ.* $r+1$; art. 129, lig. 8, $=1+)$, *liſ.* $=)\,1+$.
P. 151, art. 145, lig. 4, 1. 10, *liſ.* $\bar{1}$. 10; art. 146, lig. 1 $r+\frac{n}{rr}$, *liſ.* $r+n+\frac{n}{rr}$.
lig. 2, *liſ.* $\bar{2}$ & $\bar{4}$ pour 2 & 4.
P. 310, lig. pénul. lieux, *liſ.* yeux.
P. 398, art. 172, apparence, *liſ.* parallaxe.
P. 440, en bas, *effacez* 40, $=$.
P. 442, à la fin du Lemme, $-\frac{3a}{8}$, *liſ.* $-\frac{3a}{4}$.
P. 443, *ajoutez à la fin du Probl.* 5, lorſque $b=-\frac{3a}{4}$, on a $x=$, 068, & lorſque $b=-\frac{3a}{4}$, on a $x=$, 3754.
P. 450, lig. derniere, convexités, *liſ.* courbures; lig. 5 en montant, plan-convexe, *liſ.* l'un plan-concave & l'autre plan-convexe.
P. 456, n°. 2, lig. 2, $\frac{r}{(i-r)P^i}$, *liſ.* $\frac{r}{(i-r)P}\left(\frac{r}{(i-r)P^i}\right)$.
P. 457, lig. 7, P, *liſ.* $\frac{1}{P}$; lig. 6, $\frac{1}{Aa}$, *liſ.* $\frac{i-r}{r}\times\frac{1}{Aa}+\frac{1}{Bb}$; lig. 11 $(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})^i$ *liſ.* $(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})^r$.
P. 459, lig. 1 $(\frac{da}{Aa^i}+\frac{db}{Bb^i})$ *liſ.* $(\frac{da}{Ba^i}+\frac{db}{Ab^i})$.
P. 462, n°. 2, lig. 2, $(4i+r)$, *liſ.* $(4i-r)$.
P. 463, lig. antepen. $\overset{''}{B}{}^r$, *liſ.* $\overset{'}{B}{}^r$, $\overset{''}{P}{}^1$, *liſ.* $\overset{''}{P}{}^1$.
P. 467, lig. 4, $f=\frac{(4i+r)}{4(i-r)^i}$ *liſ.* $f=\frac{(4i-r)r}{4(i-r)^i}$, & corrigeant tout le calcul en conſéquence vous aurez $a=5\frac{2}{3}$, $b=\infty$ $\overset{'}{a}=\frac{-18}{10+207}$, $\overset{'}{b}=-\frac{18}{140+207}$; appliquant enſuite la même correction aux premières lignes de la page 469, vous aurez $a=\frac{213R}{1271}$, $b=\frac{213R}{149}$, $\overset{'}{a}=\frac{-335R}{17,5046}$, $\overset{'}{b}=\frac{-335R}{32,4954}$.
P. 468, lig. 4. $A^r P^1$, *liſ.* $A^r P^1 g$. $B^r \overset{'}{P}{}^1$, *liſ.* $B^r \overset{'}{P}{}^1 \overset{'}{g}$.
P. 474. lig. 6, en montant, $\overset{'''}{A}{}^r \overset{'''}{A}{}^1$, *liſ.* $\overset{'''}{A}{}^2 \overset{''}{A}{}^r$.
P. 476, lig. 1 $\frac{m\,P\,\overset{'}{P}}{P+\overset{'}{P}}$, *liſ.* $\frac{P+\overset{'}{P}}{m\,P\,\overset{'}{P}}$.
P. 479, art. 1, lig. 3, *liſ.* $\frac{r}{1-t\frac{-ri(m-1)P-R)}{b(m-1.P-R)-miPR}}$.
P. 480, lig. pénul. $d\,9$, *liſ.* $d\,(9$.
P. 499, art. 3, lig. pénul. $\sqrt{f}$, *liſ.* $\sqrt{\delta f}$.

Digitized by Google

Z . 1.5.125

Digitized by Google

005.4363

Digitized by Google

Digitized by Google